
DEUXIÈME PARTIE

Mathématiques modernes et enseignement secondaire

Parmi les sujets qui ont été traités au cours des « Journées internationales de Sèvres », l'un d'eux nous intéresse tout particulièrement. Il y fut traité des « Rapports entre les Mathématiques modernes et notre enseignement dans les Lycées ».

Il nous fut dit que « nous nous comportons en parfaits guides » d'un prestigieux musée où étaient conservés d'admirables joyaux mathématiques que nous mettions à honneur de présenter dans leur plus bel éclat et sous l'éclairage le plus prestigieux, sous la vigilante tutelle des Conservateurs, qui nous sauraient mauvais gré d'introduire en ces lieux sacrés, aucune des préoccupations actuelles des Mathématiques modernes.

Puis instruction nous fut donnée de l'effort de l'Ecole Mathématique Moderne. Quelques citations sont ici nécessaires :

« Une des contributions essentielles de ces Mathématiques a été de dégager les structures fondamentales des Mathématiques. Les plus importantes de ces structures étaient déjà en germe dans le plus classique des êtres mathématiques : l'ensemble des nombres réels ou droite réelle R : structure algébrique, structure

« d'ordre, structure topologique, structure d'espace métrique, d'espace vectoriel, etc...
« Ces structures fondamentales se retrouvent partout en Mathématique et on conçoit
« qu'il y ait intérêt à étudier séparément chacune d'elles... tout progrès effectué dans
« l'étude d'une structure particulière facilitant l'étude de tous les êtres mathématiques
« qui possèdent cette structure. Le mathématicien moderne reconnaît assez
« aisément dans un problème quelles sont les structures qui sont en jeu. Il a aussitôt
« à sa disposition un arsenal de résultats connus concernant ces structures et il ne
« fait pas la faute de chercher à résoudre le problème par le recours à des structures
« étrangères à la question. »

Comparant l'évolution des Mathématiques à celle de l'industrie :

« Autrefois régnait l'artisan qui fabriquait avec amour une belle " machine " (ce
« sont ces bijoux qui peuplent notre Musée).

« Aujourd'hui on étudie séparément chaque pièce de cette machine et on cons-
« truit un ensemble de mécanismes (machine-outil) dont chacun peut fabriquer une
« seule pièce de cette machine. Cette fabrication séparée de chaque pièce de la
« machine permet à des spécialistes d'apporter toute leur attention à cette fabrica-
« tion, d'où le caractère de *perfection* et de *fini* de ces pièces, ce qui permet de noter
« dans les Mathématiques modernes le caractère de *précision* et de *rigueur* des rai-
« sonnements. Toutes les pièces fabriquées, il ne reste qu'à les assembler pour obtenir
« la machine cherchée...

« A la standardisation des pièces détachées correspond en Mathématiques
« modernes une standardisation de la *terminologie* et des raisonnements qui *facilite*
« *énormément la diffusion* des nouveaux résultats...

« Les machines-outils ne sont rentables que parce qu'elles permettent de cons-
« truire de nombreuses machines. De même, l'effort que l'analyste s'impose en fai-
« sant une étude approfondie des structures élémentaires serait *démessuré* s'il ne lui
« permettait de résoudre un problème unique accessible par des moyens moins
« puissants, en d'autres termes *s'il prenait un pavé pour écraser une mouche*.

« Il existe un certain nombre de structures fondamentales que l'on retrouve
« presque universellement dans toute question d'analyse : relation d'équivalence,
« ensemble ordonné, groupe, anneau, corps, espace topologique, espace métrique,
« espace vectoriel, espace de Hilbert, variété différentiable, etc...

« Leur utilisation conduit à des énoncés s'appliquant, non à un *seul* être mathé-
« matique, mais à toute une *classe d'êtres*. Cet élargissement du champ d'action n'a
« pas seulement pour effet l'obtention de résultats plus généraux. Il fournit en outre,
« et c'est là son principal intérêt, une meilleure connaissance de chacun des êtres
« étudiés : on connaît mieux un individu si l'on connaît aussi ceux qui vivent avec
« lui ; un mot dans une phrase, une phrase dans un texte, ne prennent leur plein
« sens que si l'on connaît le contexte...

« La géométrie élémentaire, telle qu'on l'enseigne actuellement, a conservé trop
« souvent, de ses origines, un caractère statique. De nombreux énoncés pourraient
« être clarifiés et enrichis si on leur donnait un aspect plus dynamique. Ainsi, à
« l'énoncé : " Dans un triangle, au plus grand angle est opposé le plus grand côté
« et au plus petit angle le plus petit côté ", serait *préférable* l'énoncé suivant : " La
« correspondance qui, à tout angle d'un triangle fait correspondre le côté opposé, est
« un isomorphisme entre la structure d'ordre des angles et la structure d'ordre des
« côtés ".

« Le formalisme même des Mathématiques modernes, leur recours constant à
« des structures très générales, conduisent par contre presque automatiquement à
« des énoncés concernant des familles d'ensembles ou de fonctions et garantissent
« ainsi à ces Mathématiques un aspect dynamique fécond. »

Ces longues citations étaient nécessaires pour bien poser la question : ayant ainsi
pris connaissance des préoccupations des mathématiciens modernes, dans quelle
mesure et comment devons-nous en tenir compte dans notre enseignement ?

Il est très certain que ceux de nos élèves, les meilleurs, qui nous quittent pour poursuivre leurs études mathématiques, soit en Faculté, soit dans les Grandes Ecoles, avaient autrefois le sentiment de poursuivre et d'approfondir des études déjà commencées. Ils se trouvent aujourd'hui devant un hiatus profond. Ils ont l'impression d'être appelés à étudier une science nouvelle, dont nul ne leur a jamais parlé, et qui, plus est, ils l'entendent professée dans un langage étrange.

Exemple : Sortant de Mathématiques Spéciales, reçu à l'Ecole Normale Supérieure, il a la curiosité de regarder ce qui va lui être enseigné l'année suivante. Autrefois, il faisait l'acquisition du livre de Goursat. Il retrouvait dans le tome I des êtres bien connus de lui et comprenait aisément qu'il allait avoir à reprendre des questions qui l'avaient intéressé et que l'on avait timidement abordées. Il s'enthousiasmait à l'idée de revenir sur ce sujet pour faire avec eux plus ample et plus profonde connaissance. Des visages amis lui faisaient signe. Il avait confiance et joie.

Aujourd'hui... Tome I : Collection de symboles mystérieux, de noms curieux. De loin en loin quelque signe d'addition ou d'inégalité. Tome II : Même aspect. Tome III : Un titre familier. Il respire : Fonctions numériques. Enfin des visages moins étranges : Limite supérieure, inférieure, oscillation. Puis : Proposition 2 : Si...

Autrement dit : Les fonctions continues en x_0 constituent une sous-algèbre et un treillis de l'espace ordonné $F(E, R)$...

...Découragé, il décide de faire de la Physique : Peut-être, pense-t-il, sera-t-elle enseignée en français...

On nous dira, à nous, professeurs d'Enseignement Secondaire : C'est votre faute. Si, au lieu de perdre votre temps à faire admirer à vos élèves ces antiques joyaux construits par les mathématiciens du temps passé : d'Alembert, Rolle, Mac-Laurin, Cauchy... vous vous jetiez vous-mêmes à l'eau pour apprendre les travaux « dynamiques » des temps actuels et en transfusiez le sens profond à nos futurs élèves, ceux-ci, devenus déjà Chinois par vos soins, trouveraient très naturels et passionnants les exercices nombreux et progressifs que nous allons leur proposer.

Parvenu bientôt à la fin d'une longue carrière, où j'aurais eu l'occasion de professer dans presque toutes les classes de nos Lycées, quand je compare ce qui se faisait en Mathématiques Élémentaires aux alentours de 1920, et ce qui s'y fait en 1955, je crois qu'il y a quelque différence et peut-être quelques progrès. Pour m'en tenir à des préoccupations voisines de celles qui précèdent, j'ai pu constater les lents, très lents progrès que l'enseignement du calcul vectoriel a faits depuis 30 ou 40 années. Il s'agissait pourtant de peu de choses et combien utiles !...

Et si un trou profond s'est creusé, en Mathématiques, entre la science qui s'apprend sur les bancs du Collège et celle qui se fait : est-ce bien à nous à combler ce trou ?

Pour atteindre les sommets, il y a des sentiers abrupts mais rapides qui y conduisent vite les alpinistes de génie... Les routes carrossables sont difficiles à construire que devront suivre ceux qui ont besoin d'apprendre pour savoir.

Et puis, et surtout...

Est-ce bien notre rôle de consacrer nos efforts... surtout aux futurs génies... qui n'en ont que faire.

La grande masse de nos élèves, ceux que l'on nomme « scientifiques », ne constituera pas dans la société de demain un « ensemble dense de mathématiciens du type moderne ». Destinés à animer ce qui est scientifique dans la vie concrète de leurs contemporains, ils n'auront guère à utiliser, au cours de leur existence, que quelques-uns de ces « joyaux » conservés en notre musée et surtout les habitudes d'ordre, de méthode, de simplicité et de clarté dans l'expression de leur pensée que nous aurons su leur donner. Et si, pour ce faire, nous sommes amenés à refaire plusieurs fois sous des apparences légèrement différentes des démonstrations qu'un procédé « moderne et perfectionné » eût obtenues sous sa forme la plus générale, une fois pour tou-

tes, n'est-ce pas cette répétition, cette réitération de l'effort qui doit caractériser à *notre niveau*, notre pédagogie.

Il est bien possible qu'en l'année 3000, les « adhérences », les « treillis » et les « sous-algèbres » soient devenues notions élémentaires, familières dès le plus jeune âge au citoyen moyen, mais nous aurons alors moins de chance si nous revenons sur terre en ces temps lointains qu'en auraient Pythagore ou Euclide s'ils revenaient parmi nous.

Que dans notre vénérable musée il y ait de vieilles et belles toiles à décrocher des murs et à ranger dans les « archives » pour la joie future des historiens de demain, cela est certain. Mais abandonner Beethoven, Bach et Mozart pour se consacrer entièrement à la musique « abstraite »... nous sommes seulement en 1955.

Et notre langue est encore la langue française, celle des « petits Français » d'aujourd'hui.

H. MIRABEL, *professeur au Lycée St-Louis.*