

DEUXIÈME PARTIE

L'organisation de l'enseignement des Mathématiques en Belgique.

Nous limiterons notre propos à l'organisation de l'enseignement des mathématiques dans les écoles secondaires de l'Etat.

Précisons que les athénées et les lycées (1) royaux correspondent aux lycées français. Notons, cependant, deux différences : l'enseignement donné dans les athénées belges s'adresse normalement aux élèves de 12 à 18 ans ; il n'existe pas à proprement parler de classe de transition entre l'Enseignement Moyen et l'Enseignement Supérieur (ou universitaire).

Rappelons encore que l'Enseignement Moyen belge comprend deux cycles de trois ans. Dans les classes du premier cycle (élèves de 12 à 15 ans) le programme de mathématiques est le même, quelle que soit la section (moderne ou ancienne). Nous étudierons d'abord l'organisation de l'enseignement des mathématiques dans ces classes.

PREMIERE PARTIE

L'enseignement des mathématiques dans le cycle inférieur

A. RESUME DES PROGRAMMES

(Dans chacune des classes du cycle inférieur, il y a quatre heures hebdomadaires de cours de mathématiques).

I. ARITHMÉTIQUE.

Classe de Sixième

Les quatre opérations : revenir sur l'explication du mécanisme des opérations et en dégager les propriétés. Caractères de divisibilité. Décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Recherche du P.G.C.D. et du P.P.M.C. de deux ou de plusieurs

(1) En Belgique, les lycées sont les établissements d'enseignement moyen réservés aux jeunes filles.

nombres. Fractions ordinaires. Nombres décimaux. Système métrique. Problèmes empruntés à la vie pratique.

Classe de Cinquième

Egalités. Inégalités. Puissances d'un nombre. Fractions généralisées. Quotient approché de deux nombres à moins de une unité près et à moins d'une unité décimale près. Problèmes.

Classe de Quatrième

Rapports et proportions. Division des nombres entiers. Etude raisonnée du plus grand commun diviseur et du plus petit multiple commun. Racines carrées. Problèmes. Partages proportionnels. Intérêt composé.

II. ALGÈBRE.

Classe de Cinquième

Problèmes conduisant à des équations numériques du premier degré. Calcul algébrique jusqu'à la division d'un polynôme par un monôme.

Classe de Quatrième

Calcul algébrique. Décomposition en facteurs. Equations du premier degré. Système d'équations linéaires. Problèmes. Radicaux d'indice deux. Notions de variable indépendante et de fonction introduites à partir de problèmes empruntés à la géométrie et à la physique. Représentations graphiques.

III. GÉOMÉTRIE.

Classe de Sixième

Géométrie intuitive : reproduction en vraie grandeur ou à une échelle donnée de figures géométriques concrètes (carrés, rectangles, parallélogrammes, losanges, triangles, circonférences, parallélogrammes, tétraèdres, cylindres, cônes, sphères, etc...).

Classe de Cinquième

En liaison avec le programme précédent, révision des notions théoriques acquises en Sixième. Cas d'égalité des triangles. Perpendiculaires et obliques. Droites parallèles. Somme des angles d'un triangle. Premières notions sur les lieux géométriques.

Classe de Quatrième

(L'enseignement de la géométrie, en Quatrième, a un caractère plus rationnel).

Le cercle. Longueurs proportionnelles. Similitude des triangles et des polygones. Rapports trigonométriques d'un angle aigu. Tables de valeurs naturelles. Résolution des triangles rectangles. Polygones réguliers (4, 8, 6, 3 côtés).

Notions de géométrie dans l'espace : plutôt une « géométrie des solides » qu'une étude rationnelle du début traditionnel de la géométrie dans l'espace.

B. CONSIDERATIONS GÉNÉRALES

Les programmes actuellement en vigueur ont été appliqués pour la première fois, dans les classes de Sixième, à partir de septembre 1948. Et si ces programmes sont loin d'avoir reçu une approbation unanime de la part des professeurs, ils n'en constituent pas moins un progrès sensible sur les précédents, ne fût-ce qu'en raison de la grande liberté qu'ils laissent aux professeurs.

En Sixième, on reprend les connaissances acquises à l'école primaire, on les classe, on les élargit. L'enseignement a un caractère intuitif. En arithmétique on calcule plutôt qu'on ne raisonne. En géométrie on construit, on dessine, on observe. Les idées se précisent graduellement en même temps que le langage.

La classe de Cinquième est devenue une classe de transition entre le concret et l'abstrait. Le calcul numérique va évoluer vers le calcul algébrique. En géométrie, la méthode déductive s'introduit progressivement. Et le professeur doit évidemment assurer la coordination entre les différentes branches des mathématiques, comme aussi entre les mathématiques et les autres branches.

Dans la classe de Quatrième, le cours de géométrie acquiert un caractère plus nettement rationnel, sans pour cela qu'il soit question de construire une géométrie basée sur un ensemble de postulats ou d'axiomes. Il ne s'agit nullement, par exemple, de démontrer l'unicité du point milieu d'un segment ou de la bissectrice d'un angle. On évite au contraire de démontrer ce qui apparaît évident à l'élève. Ce n'est qu'à partir de la Troisième que des préoccupations au sujet d'une axiomatique se font jour.

Ces considérations assez générales permettent d'affirmer que les programmes actuels sont d'une très grande souplesse et que le professeur est libre de les adapter à la fois à sa personnalité et au développement de ses élèves.

Je les considère même comme étant excellents. On leur a reproché — bien à tort à mon sens — d'avoir imposé des méthodes d'enseignement. A la vérité, les « directions méthodologiques » qui accompagnent les programmes officiels sont loin d'être impératives. Il y est bien dit que l'abstraction sera précédée de considérations concrètes qui lui serviront d'introduction, que le professeur évitera la méthode dogmatique, qu'on fera sortir l'élève de son rôle passif, etc... Qui ne pourrait être d'accord avec de tels procédés d'enseignement, d'ailleurs nullement précisés dans le détail d'application ?

Depuis six ans que ces programmes sont appliqués, on peut affirmer que les résultats sont excellents, qu'en géométrie surtout — grâce aux résultats extraordinaires des cours de géométrie intuitive — les progrès ont été remarquables.

CERTAINS RÉSULTATS DOIVENT ÊTRE MIS EN ÉVIDENCE

Les élèves ont d'abord été attirés vers une géométrie qui n'avait pas d'emblée l'aspect abstrait de la géométrie traditionnelle.

La liaison plan-espace a été aussi extraordinairement féconde.

Par exemple, la plupart de nos élèves ont été habitués dès la Sixième à tracer des segments de droites dans les faces opposées d'un parallélépipède et n'éprouvent pas la moindre difficulté, dans la suite, à l'étude des droites gauches. Ils savent qu'il est commode — et toujours possible — de les placer dans deux plans parallèles.

Nous continuons à penser, d'après notre propre expérience, que la géométrie des solides est la plus accessible au jeune élève et qu'elle doit être le point de départ de l'étude de la géométrie.

Qui ne voudra admettre que la notion de « plan illimité » est pour le jeune élève d'une difficulté plus grande que la notion de « portion de surface plane » (face des polyèdres étudiés en Sixième) ?

Enfin, nous sommes assez nombreux, en Belgique, à avoir exploité les ressources de la géométrie intuitive, à tous les degrés de l'enseignement.

Signalons, en passant, que le professeur Paul Libois, de l'Université de Bruxelles, organise chaque année une exposition de « modèles » réalisés par ses élèves de première année. (Voir, par exemple, dans le n° 2 de « Mathematica et Paedagogia », revue de la Société belge de professeurs de mathématiques, l'article de M. Libois, intitulé : Symétrie, thème de la dernière exposition organisée à l'Université de Bruxelles).

RESUME

Les programmes des trois premières années de l'Enseignement Moyen sont souples, bien coordonnés et gradués, pas trop copieux.

L'étude de quelques éléments de géométrie dans l'espace dans la classe de Quatrième est un heureux couronnement d'un premier cycle d'étude de la géométrie.

DEUXIEME PARTIE

L'enseignement des mathématiques dans le cycle supérieur

A. RESUME DES PROGRAMMES

Si le programme de mathématiques est le même dans les différentes sections du cycle inférieur, il n'en est pas ainsi dans le second cycle où il existe trois programmes distincts.

I. SECTION MODERNE SCIENTIFIQUE ET LATIN-MATHÉMATIQUES

(Sept heures de cours hebdomadaires dans les trois classes).

a) ARITHMÉTIQUE.

Le cours de *Troisième* comporte principalement la révision des théorèmes relatifs à la multiplication et la division, et l'étude de l'extraction de la racine carrée d'un nombre à moins de $1/n$ près.

En *Seconde*, on étudie les fractions décimales périodiques et on aborde l'étude élémentaire de la théorie des erreurs.

En *Première*, on revoit la théorie de la divisibilité du P.G.C.D. et du P.P.M.C., des nombres premiers entre eux et des nombres premiers (y compris le théorème de Fermat).

b) ALGÈBRE.

Le cours de *Troisième* comporte, en ordre principal, des notions sur les principes d'équivalence, la résolution des équations et des systèmes d'équations linéaires, l'étude de l'équation et du trinôme du second degré. Le programme se termine par l'étude des logarithmes vulgaires : progressions, logarithmes, intérêt composé, annuité, règle de calcul.

En *Seconde*, on reprend la résolution et la discussion des systèmes d'équations linéaires, précédée de l'étude des déterminants à 4 et à 9 éléments. Une autre partie du cours comprend des éléments d'analyse : fonctions, limites, continuité, dérivées, variation des fonctions et construction de courbes ayant une équation de la forme $y = f(x)$.

On réserve pour la classe de *Première* l'étude de la fonction exponentielle et de la fonction logarithmique, ainsi que celle des nombres complexes.

c) GÉOMÉTRIE.

La géométrie plane est revue en *Troisième* d'un point de vue plus rigoureux que dans le premier cycle. Certains professeurs estiment qu'il est indispensable, à ce moment, de faire le départ entre les données de l'expérience et les propriétés des êtres abstraits créés par le mathématicien, en énonçant les postulats qui sont à la base de la géométrie euclidienne. D'autres, au contraire, tout en s'attachant à donner des démonstrations aussi rigoureuses que possible des théorèmes revus, refusent de remonter jusqu'aux premiers postulats considérant qu'il n'est pas indispensable de tout recommencer.

Il n'en reste pas moins que la *Troisième* constitue un nouveau seuil dans l'enseignement de la géométrie, le premier seuil étant situé au niveau de la classe de Cinquième où la géométrie démontrée est abordée pour la première fois.

On aborde aussi, en *Troisième*, la géométrie dans l'espace en étudiant les positions relatives de la droite et du plan.

Le programme de *Seconde* comprend deux parties : la première se rapporte à la géométrie dans l'espace ; après l'étude de la géométrie des droites et des plans vient celle des polyèdres et des trois corps ronds, des trièdres et des triangles sphériques. L'étude des éléments de la trigonométrie sphérique est évidemment rattachée à celle

des triangles sphériques. Le calcul des aires et des volumes des solides traditionnels termine le cours de géométrie dans l'espace. On étudie aussi, en Seconde, les rapports anharmoniques, les rapports harmoniques et la théorie des pôles et des polaires par rapport à un cercle.

Notons encore que c'est dans cette classe que l'on commence l'étude de la *géométrie analytique* : la droite en axes cartésiens obliques, la circonférence et les coniques en axes rectangulaires. Certains professeurs auraient préféré que l'étude des propriétés affines des coniques (en axes obliques, bien entendu) eût précédé celle de la circonférence et des coniques en axes rectangulaires.

On commence aussi en Seconde la *géométrie descriptive* par la méthode de Monge : intersection de deux droites, d'un plan et d'une droite, de deux droites, de deux plans. Cette étude est évidemment faite parallèlement à celle de la géométrie dans l'espace.

Le programme de *Première* scientifique (qui correspond à la classe de Mathématiques des lycées français) comporte en ordre principal une étude importante de la géométrie analytique des coniques. Ce programme ne parle guère de l'étude des coniques d'un point de vue purement géométrique, et nos élèves sont en fait déconcertés par certaines questions relatives aux coniques proposées à la seconde partie du baccalauréat français. Par contre, nos élèves utilisent les procédés de la géométrie analytique avec une certaine virtuosité. Dans plusieurs athénées les élèves sont même entraînés au maniement des coordonnées ponctuelles et tangentielles (suivant les questions proposées) ainsi que des coordonnées polaires.

Soulignons ici le souci de l'inspection de donner aux professeurs de mathématiques des athénées et des lycées un maximum de liberté dans l'interprétation du programme, celui-ci constituant surtout un guide.

Le programme de *géométrie descriptive* de *Première* comprend les rabattements, les changements de plans de projection et les rotations. Ces notions sont notamment utilisées dans la détermination de la vraie grandeur de sections planes des polyèdres.

Enfin le cours de géométrie synthétique (que nous continuons à désigner par le vocable malheureux de « compléments de géométrie ») traite des cercles orthogonaux, des faisceaux de cercles et de la transformation des figures par homothétie et inversion. (Le professeur n'attend évidemment pas la classe de *Première* pour parler des transformations, et une première étude de l'homothétie est faite en *Troisième*, voire même en *Quatrième*).

d) TRIGONOMÉTRIE.

Une première étude de la trigonométrie a été faite en *Quatrième*, en liaison étroite avec le cours de géométrie. Cette étude est reprise et étendue en *Troisième* où les fonctions trigonométriques sont étudiées de façon plus détaillée.

Le cours comprend encore la résolution des triangles, l'usage des tables naturelles, l'étude des formules dites d'addition et de multiplication et l'usage des tables logarithmiques des fonctions trigonométriques. La résolution et la discussion d'équations et de systèmes d'équations trigonométriques terminent ce cours.

En *Seconde*, le cours précédent est revu et amplifié par des compléments qui comprennent, entre autres choses, l'étude des fonctions trigonométriques inverses. Quant aux éléments de trigonométrie sphérique, rappelons qu'ils sont étudiés dans le cadre du cours de géométrie. L'application de la trigonométrie à des problèmes de géométrie et de physique constitue d'ailleurs la partie la plus importante du cours de trigonométrie de *Seconde* scientifique.

II. SECTION LATIN-SCIENCES

(Cinq heures de cours hebdomadaires dans les trois classes).

a) ARITHMÉTIQUE.

En *Troisième*, le programme comprend l'étude de la racine carrée d'un nombre à moins de $1/n$ près et des notions élémentaires de la théorie des erreurs.

En *Seconde* le cours n'existe pas, tandis qu'en *Première* il comporte l'étude de la divisibilité, du P.G.C.D. et du P.P.M.C., des nombres premiers entre eux et des nombres premiers.

b) ALGÈBRE.

Le cours d'algèbre des classes de *Troisième* et de *Seconde* latin-sciences correspondent, à peu de choses près, aux programmes des classes parallèles de la section scientifique et de la section latin-mathématiques.

Le cours de *Première* latin-sciences se rapporte surtout à des éléments de calcul différentiel et intégral. Un tel cours n'existe pas en section scientifique. Il comprend principalement, après l'étude générale des fonctions et de quelques fonctions particulières, l'étude des dérivées et des différentielles (théorème des accroissements finis, formule de Taylor et de Mac-Laurin, quelques développements en série, etc...), l'étude des différents procédés d'intégration et des applications géométriques élémentaires du calcul intégral (calcul d'aires et de volumes, par exemple).

c) GÉOMÉTRIE.

En *Troisième*, on revoit et on complète l'étude de la géométrie plane. Le programme de cette classe est analogue à celui des classes de *Seconde* moderne des lycées français.

En *Seconde*, on étudie des éléments de géométrie dans l'espace. Le programme de cette classe est analogue à celui des classes de *Première* moderne des lycées français.

Le cours de *Première* comprend la révision du cours de *Seconde*, complétée par des calculs d'aires et de volumes. Dans cette classe on aborde aussi l'étude de la géométrie analytique des coniques : cette étude est cependant moins développée qu'en *Première* scientifique.

d) TRIGONOMÉTRIE.

Le cours de *Troisième* et de *Seconde* latin-sciences est quelque peu moins développé que celui des classes parallèles de scientifique et de latin-mathématiques.

III. SECTION LATIN-GREC ET SECTION ÉCONOMIQUE

(Trois heures hebdomadaires dans chacune des trois classes de ces sections).

Le programme de ces sections est moins étendu que les précédents. Il ne comprend, ni géométrie descriptive, ni géométrie analytique, ni trigonométrie sphérique, ni les éléments de calcul différentiel et intégral de la section latin-sciences.

Ce programme est d'ailleurs encore trop copieux. Je le verrais volontiers amputé du cours de géométrie de *Première*, par exemple, ce cours se réduisant actuellement au calcul des aires et des volumes de quelques solides. On pourrait, dans les conditions actuelles de l'organisation de l'Enseignement Moyen (organisation qui fait une part insuffisante aux disciplines scientifiques) réduire le cours de *Première* latin-grec à l'étude de l'algèbre (fonctions, limites, dérivées, quelques intégrales, avec interprétation géométrique de ces éléments de calcul différentiel et intégral).

a) ARITHMÉTIQUE.

En *Troisième*, on revoit la théorie du P.G.C.D. et des nombres premiers entre eux. On étudie aussi les nombres premiers et la décomposition des nombres en facteurs premiers.

En *Seconde* et en *Première*, il n'y a pas de cours d'arithmétique.

b) ALGÈBRE.

Le cours de *Troisième* comprend la révision du calcul algébrique, ainsi que la résolution des équations et des systèmes d'équations linéaires. On étudie aussi dans cette classe la fonction linéaire et on commence l'étude de l'équation du second degré.

En *Seconde*, on étudie surtout le second degré (équations et inéquations) et on fait une théorie élémentaire des logarithmes (progression, logarithmes décimaux, usage des tables, intérêt composé et annuités).

Le cours de *Première* comporte principalement l'étude des fonctions des limites et des dérivées, avec des applications à la géométrie et à la physique. Le cours se termine par la recherche des fonctions primitives de quelques fonctions simples avec les applications géométriques (calcul d'aires).

c) GÉOMÉTRIE.

Classe de *Troisième* : révision de la géométrie plane.

Classe de *Seconde* : début de la géométrie dans l'espace.

Classe de *Première* : calcul d'aires et de volumes (prismes, pyramides, cylindre, cône, solides dérivés de la sphère).

d) TRIGONOMÉTRIE.

En *Troisième*, le cours de trigonométrie est fait à l'occasion des leçons de géométrie plane sur les relations métriques dans le triangle.

En *Seconde*, on revoit le programme précédent et on étudie les variations des fonctions trigonométriques.

Le cours de *Première* complète l'étude précédente par la résolution d'équations trigonométriques et l'usage des tables de valeurs naturelles.

Remarque. — Le cours d'algèbre est complété, en *Première économique* seulement, par un cours d'algèbre financière (une heure hebdomadaire).

Notons que ce cours est facultatif.

B. CONSIDERATIONS GÉNÉRALES

Les travaux poursuivis dans différents pays sur « la connaissance de l'élève », sur les réactions de nos étudiants vis-à-vis de nos mathématiques traditionnelles et aussi — et surtout — vis-à-vis des mathématiques plus modernes, ne permettent pas encore d'envisager une nouvelle refonte générale des programmes. Mais la nécessité de tenir compte des possibilités des élèves, d'une part, des tendances des mathématiques contemporaines d'autre part, n'échappe à personne. Voici d'ailleurs quelques remarques sur les programmes actuels.

Les programmes des sections scientifiques et latin-mathématiques donnent satisfaction. Les professeurs de nos Facultés universitaires admettent généralement que ces programmes sont suffisants. Les Commissions de Réforme des programmes de l'Enseignement Moyen comprenaient d'ailleurs des représentants des quatre Universités belges et des Facultés polytechniques.

La section latin-sciences est de création récente. Il faudra attendre quelques années encore avant de porter un jugement sur la qualité de cette section, et, en particulier, sur l'efficacité du programme actuel de mathématiques. On peut dire déjà que le cours d'algèbre sera particulièrement fécond si la liaison avec les autres sciences fait l'objet des soucis constants du professeur.

En section latin-grec, au contraire, il semble bien que les programmes actuels de mathématiques ne satisfont personne : ni les élèves qui sont noyés dans une masse imposante de cours trop divers, ni les professeurs de l'Enseignement Moyen qui constatent l'inutilité quasi totale de leurs efforts, ni les professeurs des Universités qui se plaignent amèrement du manque de préparation des élèves de section latin-grec à suivre les cours de sciences des Facultés de sciences, de médecine et de pharmacie, etc...

Les élèves des classes supérieures des athénées ont d'ailleurs trop d'heures de cours (36 heures hebdomadaires) et trop de cours différents. C'est un problème qui a toute l'attention du Ministre actuel.

Il faudrait maintenant parler de la pénurie de professeurs de mathématiques (et aussi de physique, de chimie et de biologie) qui se fait cruellement sentir depuis quelques années. Nous manquons de mathématiciens, de physiciens, d'ingénieurs... *L'Enseignement secondaire va se trouver dans une situation inextricable pour le recrutement des professeurs de sciences.*

Dans la revue « Education » (novembre 1954, n° 30, Bruxelles), M. Marion Coulon, conseiller pédagogique au Ministère de l'Instruction publique, écrit ce qui suit :

« Plus grave encore, ou plus amère si vous voulez, la déclaration publique que M. Brunold, Directeur de l'Enseignement français du Seconde Degré, a déjà faite plusieurs fois devant nous, sur la façon dont nous continuons à orienter les enfants dans nos classes d'humanités. En bref, le chef de l'Enseignement secondaire français s'élève contre la dangereuse manie de ses concitoyens de pousser vers les études de lettres et de philosophie tout ce que les lycées comportent de bons éléments, pour les précipiter ensuite dans des Facultés universitaires dont la clientèle augmente en raison inverse de leurs débouchés. Ainsi, on voit telle agrégation de philosophie attirer vingt-cinq candidats de premier ordre pour une ou deux chaires à conférer, cependant qu'à côté des agrégations de physique et des chaires d'enseignement technique manquent régulièrement de titulaires. »

Il semblerait donc que le mal dont nous souffrons en Belgique soit partagé par nos amis français. Nous voudrions cependant attirer l'attention sur les chiffres suivants, extraits du rapport annuel du « Bureau de Statistiques Universitaires », 11, rue d'Egmont, à Bruxelles (rapport de 1953).

Nombre total d'étudiants inscrits dans les établissements d'Enseignement supérieur pendant l'année académique 1952-53 : 23.567.

Nombre d'étudiants inscrits dans les Facultés de sciences pendant l'année académique 1952-53 : 1.900, soit 8 % du nombre total d'étudiants inscrits.

Nombre total d'étudiants inscrits en première année dans les Universités belges pendant l'année académique 1952-53 : 5.053.

Nombre d'étudiants inscrits en première candidature en mathématiques pendant l'année académique 1952-53 : 152 (117 hommes et 35 femmes, soit 3 % du nombre d'étudiants inscrits en première candidature).

Nombre de diplômes légaux délivrés en 1952 par toutes les Universités : 3.896.

Nombre de diplômes d'agrégés pour l'enseignement des mathématiques délivrés en 1952 : 22 (13 hommes et 9 femmes, soit 0,56 % du nombre total de diplômes délivrés en 1952).

Ces chiffres sont, je crois, assez éloquentes. Ils se passent de commentaires.

Nous voudrions cependant signaler encore qu'à côté des 22 diplômés (régime flamand et régime français réunis) pour l'enseignement des mathématiques, nous trouvons 495 docteurs en droit diplômés pendant la même année.

« En réalité, nous ne serons bientôt plus, à ce compte, qu'un pauvre petit syndicat de clercs un peu fanés et qui prennent leur myopie pour un signe de distinction. » (Marion Coulon, *loc. cit.*).

L. JERONNEZ,

Secrétaire de la Société belge
de professeurs de mathématiques.