Deux notes sur l'emploi des symboles

I. *Pour l'adoption du symbole* $\forall$ *en Mathématiques Elémentaires*

Lorsqu'on introduit une notion importante très souvent utilisée par la suite, il est naturel de la signaliser. Le *bon* symbole est celui qui est immédiatement adopté par les élèves, qui leur plaît et qui les protège contre les étourderies. Il en est ainsi du symbole $\forall$ qui se lit officiellement dans la théorie des ensembles « quel que soit » ou « pour tout ».

Ainsi, $ax + b = 0$ est une équation, mais $ax + b = 0 \ \forall x$ est une identité et équivaut à $a = 0$, $b = 0$.

De même si x et y sont les coordonnées d'un point M $ax + by = c$ exprime que le point est sur une droite ; mais $ax + by = c \ \forall$ M de D, exprime que M *est le point courant,* de la droite D, c'est donc l'équation de la droite.

Le symbole est surtout utile dans l'étude des transformations.

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$ indique que AMM'A' est un parallélogramme.

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$, $\forall$ M indique une translation.

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$, $\forall$ M de (F) indique que la figure (F) subit une translation.

Nous lirons dans ce dernier cas, « M explorant toute la figure F », « M étant le point générique de (F) », tandis que A est un point quelconque choisi dans F.

Le signe d'appartenance (à l'imprimerie on met souvent un epsilon ε) permet d'écrire $\forall$ M, M ε (F). Très bien accueilli aussi, ce signe me paraît moins indispensable, car il exprime une idée si simple qu'il n'y a pas de danger de confusion et nous pouvons conserver $\forall$M *de* (F) si nous craignons d'augmenter le nombre des symboles.

II. *Sur l'emploi du signe* $\longrightarrow$

Les élèves, en prenant des notes ou en faisant leurs brouillons utilisent des symboles personnels. Plutôt que de les interdire tous, il est préférable de codifier les plus utilisés.

Mes élèves de Mathématiques Elémentaires employaient continuellement le signe $\longrightarrow$ pour indiquer, à peu près, *donc,* mais aussi bien *il faut* que *il suffit ;* c'était à peu près *donne, devient, est suivi de, cela fait, d'où la conclusion,* etc...

Nous avons convenu ce qui suit : le signe $\longrightarrow$ est réservé pour le sens officiel « tend vers » dans l'étude des limites. $y \longrightarrow b$ quand $x \longrightarrow z$.

La *déduction logique* « A entraîne B », « J'ai A, donc j'en déduis B » est traduite par $A \Longrightarrow B$.

L'*équivalence logique* $A \Longleftrightarrow B$.

[Une *relation d'équivalence* (pour éviter la confusion, M. Chatelet préfère la nommer *congruence*) est notée naturellement par les signes habituels $=$, $\equiv$, $\mathcal{S}$ etc.].

Une fonction, une correspondance ponctuelle (c'est-à-dire une application) est notée dans les schémas par une *flèche courbe* qui se lit « a pour image » ou « devient »

$$x \overset{f}{\longrightarrow} y = f(x) \qquad\qquad (F) \overset{\mathcal{C}}{\longrightarrow} (F')$$
$$x_0 \longrightarrow y_0 \qquad\qquad \forall \text{ M, M} \longrightarrow \text{M'}$$

Tout ceci, naturellement, n'empêche pas d'interdire l'excès de symboles dans une rédaction soignée. C'est une question de tact. On accepte $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$ mais

$$(F) \overset{\mathcal{C}}{\longrightarrow} (F')$$

n'est pas recommandé par l'usage actuel.

En tout cas, il semble bien qu'un résumé, un schéma, par quelques symboles, en évoquant la pensée sans l'écran des mots, est un véritable soulagement.

L. Félix.