34e Année. — N° 168 Mars-Avril 1955

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Publication trimestrielle

Administration : Musée Pédagogique, 29, rue d'Ulm, Paris (5e)

SOMMAIRE

Avis important 91

PREMIÈRE PARTIE

I. Réunion du Bureau : 10 mars 1955 92
II. Compte rendu des « Journées Internationales de Sèvres » 93
III. Rapport sur les épreuves de Mathématiques au Baccalauréat en 1954 . 96
IV. Définitions de mots et notations mathématiques 98
V. Débat à l'ordre du jour de l'Assemblée générale :
Les Mathématiques en « Sciences expérimentales » 98
VI. Documents officiels :
Agrégation de Mathématiques (hommes) en 1954 103

DEUXIÈME PARTIE

H. Mirabel : *Mathématiques modernes et Enseignement Secondaire* 128
M. Weber : *A propos des différentielles des fonctions de plus d'une variable* 131
J. Chauvineau : *A propos de l'orientation de l'espace* 132
J. Legrand : *Sur les théorèmes qui permettent de déduire le sens de variation d'une fonction du signe de la dérivée* 134
P. Couderc : *Développements récents dans l'exploration de l'Univers*..... 136
G. Walusinski : *Pour l'enseignement de l'Astronomie. Quelques renseignements pratiques* 142
Bibliographie : P. Labérenne : L'Origine des mondes 144
Salon de l'équipement scolaire 144

Cotisations : 600 F **Abonnements : 1.000 F**

Expédition des Bulletins : 29, rue d'Ulm, Paris, 5e

Cotisation pour les professeurs de mathématiques ..... **600 F**
Abonnement pour les autres membres ..... **1.000 F**
Prix d'un numéro du *Bulletin* ou d'un *Supplément* (prix net) : France **200 F**

Les membres de l'Association (cotisation : 600 francs pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que les *Fascicules d'Enoncés.*

Régler par chèque postal en utilisant l'adresse suivante :

Paris, Cc. 5.708-21
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public
29, rue d'Ulm, Paris (5e)

Présidents d'Honneur

Mlle DIONOT, M. DELCOURT, M. HENNEQUIN

Bureau :

Président : M. MONJALLON, 23, boulevard Saint-Germain, Paris (5e).

Vice-Présidents : Mlle MASSON, 3, avenue de la Porte-de-Montrouge, Paris (14e).
M. BIGUENET, 41, rue Mad.-Michelin, Neuilly-sur-Seine.
M. CAGNAC, 53, rue de Babylone, Paris (7e).
M. EDDE, 40, avenue du Général-Leclerc, Paris (14e).

Secrétaires : M. GIRARD, 37, rue Davioud, Paris (16e).
M. ROSTOLLAND, professeur au Lycée Marcel-Roby, St-Germain-en-Laye (S.-et-O.).

Trésorier : M. LEGRAND, 3 *bis*, av. R.-Poincaré, Margny-lès-Compiègne (Oise).

Adjointe au Bureau : Mlle FÉLIX, professeur au Lycée La Fontaine.

Comité :

Membres élus

Sortants en 1955 : M. CAGNAC (*Louis-le-Grand*) ; M. DURRANDE (*St-Louis*) ; M. HUISMAN (*Montaigne*) ; M. MARVILLET (Strasbourg, *Kléber*) ; M. MONJALLON (*St-Louis*).

Sortants en 1956 : Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. BAY (*Condorcet*) ; M. CARALP (*Montaigne*) ; M. CROZES (*Henri-IV*) ; M. DELTHEIL (Fac. Sc. *Toulouse*) ; M. PÉTRUS (*Janson*).

Sortants en 1957 : M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; M. ITARD (*Henri-IV*) ; M. MAILLARD (*Charlemagne*) ; M. POCHARD (*Condorcet*) ; M. ROSTOLLAND (*Marcel-Roby*) M. THOVERT (Lyon, *Ampère*).

Sortants en 1958 : Mlle AFFRE (*Fénelon*) ; M. BIGUENET (*E.N.P. Saint-Ouen*) ; M. CHAZAL (*Saint-Louis*) ; M. EDDE (*E.N. Auteuil*) ; M. GIRARD (*Arago*) ; M. LEGRAND (Compiègne) ; M. WALUSINSKI (*Voltaire*).

Membres de droit

Mme NICOUD (Lyon, *Marie-Vidalenc*) ; M. CANONGE (Castres) ; Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. BAY (*Condorcet*) ; M. POUX (Saint-Cloud).

Rapporteurs

Classes Nouvelles : Mlle MASSON ; *Enseignement moderne court :* M. BIGUENET ; *Enseignement technique :* M. BIGUENET ; *Ecoles Normales :* M. EDDE ; *Premier Cycle :* M. CARALP ; *Seconde et Première :* M. ROSTOLLAND ; *Philosophie, Sciences Expérimentales, Mathématiques :* M. FAVRELLE, Mlle PROTIN (Sciences Expérimentales) ; *Mathématiques Supérieures et Classes préparatoires aux Grandes Ecoles :* M. DURRANDE ; *Définitions de mots et notations mathématiques: Axiomatique et Redécouverte:* M. CROZES ; *Sujets des compositions et épreuves orales aux différents examens et concours :* Brevet et Ecoles Normales : M. EDDE. — Baccalauréat : M. FAVRELLE. — Grandes Ecoles : M. CHAZAL. — *Concours général :* M. MONJALLON ; *Histoire des Mathématiques :* M. ITARD ; *Cinéma d'Enseignement :* M. EUVRARD ; *Matériel d'Enseignement :* M. MONJALLON ; *Enseignement de l'Astronomie :* M. WALUSINSKI.

Correspondants

Aix-Marseille : M. BERTRAND (Marseille, *Thiers*) ; *Besançon :* M. BOUCHAT (Besançon) ; *Dijon :* M. SAUSER ; *Lille :* M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; *Lyon:* M. THOVERT (Lyon, *Ampère*) ; *Montpellier :* M. DUSSOL (Montpellier) ; *Nancy :* M. MOUGENOT (Nancy, *Henri-Poincaré*) ; *Rennes :* M. RENAULD (Rennes) ; *Strasbourg :* M. EHRHART (Strasbourg, *Kléber*) ; *Maroc :* M. QUEYSANNE (Casablanca, *Lyautey*) ; *Tunisie :* M. SAUVAN (Tunis, *Carnot*).

34e Année — N° 168 Mars-Avril 1955

Bulletin de l'Association

des

Professeurs de Mathématiques

de l'Enseignement public

AVIS IMPORTANT

Par décision du Bureau (cf. Réunion du Bureau du 10 mars, page 91), l'Assemblée générale de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public aura lieu à la Pentecôte,

le dimanche 29 mai 1955
à 8 h. 30 au Musée Pédagogique
29, rue d'Ulm, Paris, 5e

(Voir l'ordre du jour encarté avec la feuille de vote au milieu du présent Bulletin).

Avez-vous pensé à régler votre cotisation pour l'année 1954-55 ?

Le Bureau a également décidé que ne pourront voter à l'A.G. que les membres de l'A.P.M. en règle avec la Trésorerie.

LE BUREAU.

P.-S. — Ecrire au Président pour les fichets de réduction pour l'A.G. (cf. page 92).

PREMIÈRE PARTIE

I. Réunion du Bureau

Jeudi 10 mars 1955

Présents : Mlles Félix, Masson ; MM. Biguenet, Cagnac, Edde, Girard, Monjallon, Rostolland.

Excusé : M. Legrand.

La réunion a eu lieu chez M. Monjallon en raison de l'état de santé de notre Président.

La séance est ouverte à 17 heures.

Le Président rend compte des Journées de Sèvres. Un compte rendu succinct sera inséré dans le *Bulletin* en attendant que paraisse le volume des Actes du Congrès.

La question financière est abordée. L'année s'achève avec une trésorerie plus à l'aise que les années précédentes. Le Bureau se félicite de l'inscription de 430 nouveaux membres. L'existence de l'Association n'est pourtant pas encore connue dans certains petits établissements de province et le Bureau étudie les moyens de propagande qui combleraient cette lacune. En outre, il faudrait rappeler aux défaillants qu'ils doivent payer leur cotisation en temps utile. **Seuls auront droit de vote à l'Assemblée générale ceux qui seront en règle.**

La question principale à l'ordre du jour est relative à l'Assemblée générale. Il n'a pas paru souhaitable de conserver, cette année, la date traditionnelle du Dimanche des Rameaux :

D'une part, la rencontre de Sèvres vient de réunir un grand nombre de collègues de Paris et de province. Cette rencontre, par sa préparation, les démarches qu'elle a nécessitées, l'obligation de présider les séances et celle de recevoir les invités étrangers, a pris tout le temps de notre Président et a contribué à l'aggravation de son état de santé.

D'autre part, il est fort douteux que le prochain *Bulletin* puisse parvenir en province à temps pour permettre le vote par correspondance ; le courrier doit en effet parvenir au Bureau au plus tard cinq jours avant la date de l'Assemblée pour pouvoir être dépouillé.

Enfin, la question mise à l'étude pour être discutée en Assemblée générale : Le programme de la classe de Sciences Expérimentales, n'a pas été encore porté à la connaissance des membres. Le rapport de M. Walusinski provoquera des études et des remarques qu'il faut le temps de méditer.

Pour ces raisons, le Bureau décide de convoquer l'Assemblée générale le dimanche de Pentecôte, 29 mai, à 8 h. 30, au Musée Pédagogique, 29, rue d'Ulm, Paris, 5e.

Le Président veut bien se charger des démarches qui permettront aux collègues de province de bénéficier d'un billet de Congrès (30 % de réduction). La seule condition est que **vingt membres au moins en fassent la demande.**

Une discussion s'établit ensuite sur des questions concernant les programmes et méthodes d'enseignement. Il paraît souhaitable que des physiciens, des ingénieurs, des techniciens, donnent des précisions sur les Mathématiques réellement utiles dans leur spécialité. M. Cagnac donne des exemples concernant ses anciens élèves. Une rubrique pourrait être ouverte dans le *Bulletin* à ce sujet.

D'autre part, le Bureau regrette la disparition de la Commission pour l'étude des notations et symboles. Si l'A.F.N.O.R. décide des abréviations et de certains symboles, les professeurs d'enseignement du Second Degré restent seuls qualifiés pour décider en commun des symboles qui leur semblent les meilleurs pour leurs élèves. Mais, une fois adoptées, ces conventions devraient être suivies par les auteurs d'énoncés des examens et concours que subissent nos élèves, et ceci touche à l'Enseignement Supérieur.

La séance est levée à 19 heures.

II. Journées Internationales d'Information sur l'Enseignement des Mathématiques

Les Journées Internationales d'Information sur l'enseignement des Mathématiques, organisées par M. MONJALLON, Président de l'Association des Professeurs de Mathématiques, avec le concours du Centre International d'Etudes Pédagogiques de Sèvres, ont réuni des délégués de France et de nombreux pays étrangers : Allemagne, Angleterre, Belgique, Espagne, Hollande, Italie, Luxembourg, Suisse, Yougoslavie.

Le Congrès s'est déroulé dans une atmosphère de sympathie et de discussions, parfois passionnées, toujours amicales. Le premier jour, les délégués des pays participants ont exposé brièvement l'organisation générale de l'enseignement dans leur pays et plus longuement les horaires et programmes de Mathématiques. Au terme de cette première journée, des préoccupations communes à différents pays, étaient nettement mises en évidence. Ces préoccupations sont dictées par l'importance de l'enseignement scientifique dans notre monde moderne : importance que M. le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré a nettement soulignée dans son allocution.

Les problèmes se sont précisés lorsqu'il fut question, les jours suivants, de l'enseignement de l'algèbre et de la géométrie. Il semble possible de les résumer ainsi :

— 1° Quelle est la part à accorder aux Mathématiques dans l'horaire hebdomadaire des élèves ?

— 2° L'importance de la technique dans la vie moderne doit-elle faire considérer l'algèbre surtout comme un outil ?

— 3° La géométrie enseignée doit-elle être d'abord intuitive ou expérimentale ?

— 4° Dans quelle mesure convient-il d'initier les élèves de l'Enseignement Secondaire aux structures fondamentales des Mathématiques ?

Plutôt que de faire un compte rendu chronologique fidèle, mieux vaut tenter de dégager de l'ensemble des exposés entendus les réponses qu'apportent les différents pays aux problèmes posés : réponses provisoires, certes, car une réforme est étudiée dans de nombreux pays.

Allemagne.

L'Enseignement Secondaire, en Allemagne, dure plus longtemps qu'en France et l'horaire de Mathématiques est plus important.

L'enseignement de la géométrie « part du réel pour aller vers l'abstrait ». Les géométries plane et spatiale et la géométrie descriptive sont traitées simultanément. Une grande importance est donnée aux déplacements et à la géométrie projective.

Le programme de Mathématiques allemand comporte un programme d'analyse assez développé, traité avec toute la rigueur possible, et de la trigonométrie sphérique : ces deux matières sont traitées, surtout dans les deux années qui débordent l'enseignement français.

Angleterre.

L'Angleterre est, de tous les pays participants celui où l'enseignement, organisé par Comtés — parfois même par villes — présente le moins d'unité. L'enseignement des Mathématiques a longtemps été sacrifié dans ce pays et handicapé par une excessive fidélité aux méthodes euclidiennes. Il en résulte que les problèmes évoqués ne s'y posent pas encore nettement. Actuellement, l'enseignement de l'algèbre met l'accent sur les applications pratiques plus que sur la théorie. L'enseignement de la géométrie comprend trois stades : d'abord intuitif (de 11 à 12 ans), il devient déductif, puis « systématique ».

Belgique.

Une importante réforme de l'enseignement a été entreprise dans ce pays. L'Enseignement Secondaire en Belgique est, comme en France, subdivisé en deux cycles : le cycle inférieur (12-15 ans) et le cycle supérieur (15-18 ans). Les horaires de Mathématiques sont assez importants. Le programme est le même dans toutes les sections du premier cycle pour faciliter l'orientation des élèves. Pour encore faciliter cette orientation, il importe, ainsi que le dit un des délégués, de rechercher la meilleure forme d'enseignement, c'est-à-dire celle qui établit la meilleure communication entre le professeur et les élèves. Les autres exposés contiennent les réponses aux questions posées.

L'un des grands principes de la réforme des programmes de Mathématiques en Belgique est que « la rigueur et la précision ne s'acquièrent que par degrés ». En géométrie, il faut donc une initiation sensorielle et il semble préférable de commencer par l'étude de la géométrie des solides. L'étude du carré est associée à celle du cube, l'étude du rectangle à celle du parallélépipède, etc... Pendant les classes de Cinquième et Quatrième, cette liaison plan-espace est toujours maintenue. C'est en maniant les figures les plus courantes de la géométrie, en effectuant des mesures, en calculant des longueurs, des aires, des volumes, en coupant des solides, en construisant des modèles, en les observant, en les dessinant, que l'écolier belge est initié à la géométrie. Mais il ne reste pas « enchaîné à l'intuition sensible » et est plus tard initié aux structures fondamentales des Mathématiques, « les transformations, puis la notion de groupes, servent progressivement à l'organisation du cours », tout au moins pour les élèves des sections scientifiques.

En algèbre, dont le programme est assez voisin du programme français, on insiste, dès la Troisième, « sur les notions de transitivité de l'égalité et de l'inégalité, sur les concepts d'associativité, de commutativité et de distributivité des opérations ». La Belgique est, de tous les pays, celui qui a fait le plus pour intégrer les Mathématiques modernes dans l'Enseignement Secondaire et les résultats obtenus semblent donner satisfaction.

Hollande.

Grande liberté, libéralité de l'Etat acceptant parfois et finançant même la fondation de nouvelles écoles sur un simple désir des parents, surcharge linguistique des programmes, examens uniformes assurant une certaine unité d'enseignement malgré la diversité apparente : tels sont les traits caractéristiques de l'enseignement hollandais du Second Degré.

La Hollande, elle aussi, désire actualiser l'enseignement, notamment en accordant une place plus grande, dans les programmes et dans les examens, au calcul différentiel et intégral, déjà assez développé dans les écoles de ce pays.

La statistique est également une science importante dans notre monde moderne et nos collègues hollandais souhaiteraient qu'elle soit étudiée dans l'Enseignement Secondaire. En Hollande, plus que dans tout autre pays, l'algèbre semble être considérée comme un outil.

Italie.

En 1867, pour Cremona, ce qui importait, c'était « d'apprendre à raisonner ». En 1881, on commença à distinguer deux cycles dans l'enseignement de la géométrie : de 11 à 14 ans, géométrie intuitive, expérimentale, et, ensuite, géométrie euclidienne rigoureuse. Actuellement, une grande liberté est laissée au professeur pour le choix de sa méthode et deux cours de caractères très différents peuvent être faits dans le même lycée. En ce qui concerne l'algèbre, le programme comporte de nombreuses questions, mais ne dégage pas suffisamment les idées générales. Pour les écoles techniques, il est trop théorique.

L'enseignement des mathématiques en Italie souffre du déséquilibre qui existe entre une culture trop littéraire et un monde moderne très scientifique et une réforme est vivement désirée.

Luxembourg.

L'Enseignement du Second Degré, au Luxembourg, dure six ou sept ans selon les sections avec des horaires plus importants qu'en France. Cet enseignement essaie de satisfaire les exigences du point de vue utilitaire sans sacrifier la formation de l'esprit. Il semble toutefois accorder une place plus importante à la technique qu'à la théorie.

Les professeurs ne sont pas favorables à un exposé axiomatique en algèbre. De l'analyse, de la trigonométrie sphérique, figurent au programme des sections scientifiques. La géométrie part du concret, mais n'est jamais purement intuitive.

Suisse.

Il existe bien une « maturité fédérale », examen unique pour toute la Suisse, mais l'organisation de l'enseignement en Suisse varie d'un canton à l'autre. Dans le canton de Vaud, les enfants arrivent à 10 ans dans l'Enseignement Secondaire après trois années d'école primaire pendant lesquelles ils ont acquis des connaissances solides, mais peu étendues (numération jusqu'à 1.000).

L'enseignement de l'algèbre ne commence que la troisième année de l'Enseignement Secondaire. L'algèbre est introduite très lentement à partir de l'arithmétique littérale et de la mise en équation de problèmes d'arithmétique. Pour le second cycle (16 à 18 ou 19 ans), de l'analyse figure au programme des sections scientifiques (fonctions, — et notamment e^x et $\log x$ —, déterminants, nombres complexes...).

L'enseignement de la géométrie du plan et de l'espace commence tard et sous la forme déductive traditionnelle. Dans le second cycle, la géométrie pure, la géométrie descriptive, la géométrie analytique, sont traitées simultanément.

Les élèves de l'Enseignement Technique reçoivent une formation pratique utilitaire.

Les délégués suisses souhaitent que les programmes comportent plus de géométrie. Ils souhaitent aussi des cours de géométrie expérimentale préparant la géométrie déductive et l'usage d'une axiomatique à la portée des enfants.

Yougoslavie.

En Yougoslavie, Fédération de six Etats, les opinions sur l'Enseignement du Second Degré sont très variées. Dans le programme qui nous a été présenté, les Mathématiques semblent orientées vers les applications pratiques ; les élèves sont familiarisés très tôt avec les notions d'ensemble et de fonctions jugées fondamentales. La géométrie, plane et spatiale, est d'abord enseignée par des méthodes intuitives et expérimentales. Ensuite, il y a « lutte d'influence entre la méthode euclidienne classique et la méthode dynamique ».

France.

M. l'Inspecteur général DESFORGE a exposé l'organisation de l'Enseignement du Second Degré en France, ses horaires, les méthodes employées. M. l'Inspecteur général DONTOT a parlé des problèmes dits « spéculatifs », de leur difficulté, et de la façon de les traiter. Nous avons également entendu et apprécié d'intéressantes conférences : de M. DUBREIL, professeur à la Faculté des Sciences, sur « L'Algèbre linéaire » ; de M. CHOQUET, également professeur à la Sorbonne, sur « L'Evolution des Mathématiques modernes et ses répercussions sur l'Enseignement Secondaire » ; de M. MONJALLON, sur « L'Introduction de la statistique dans l'enseignement moyen ». Ces conférences seront publiées ultérieurement.

Des manuels étrangers furent exposés pendant tout le stage au Centre International d'Etudes Pédagogiques. Les manuels français étaient exposés au Musée Pédagogique où les stagiaires étrangers et français furent cordialement reçus le 23 février.

La présence de M. le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré, de M. le Doyen de la Faculté des Sciences, de MM. les Inspecteurs généraux des Mathématiques, dit toute l'importance de ce stage, et l'hospitalité si accueillante de Mme l'Inspectrice générale HATINGUAIS, Directrice du Centre International d'Etudes Pédagogiques, a permis que ces journées se déroulent dans une atmosphère de sympathie.

III. Rapport sur les épreuves de Mathématiques au Baccalauréat en 1954.

1re Partie

Les sujets proposés en 1954 à la première partie du Baccalauréat en France métropolitaine n'ont pas suscité de critiques ; on peut en dire autant de la plupart des questions de cours dans les centres de l'Union Française ou des pays étrangers.

Les problèmes sont par contre très inégaux. Leur difficulté moyenne s'accentue en même temps que s'accroît la part faite à la géométrie pure.

En série C, M. — On trouve à deux reprises (Réunion et Liban, 2e session) l'étude délicate, pour un élève de Première, des droites communes à deux plans rectangulaires passant respectivement par deux droites fixes. Certains problèmes plus progressifs, restent néanmoins d'un niveau élevé (Athènes, 1re session, Espagne et Egypte, 2e session), d'autres ne tiennent pas un compte suffisant de la durée de l'épreuve : Alger demande, à propos d'une figure de l'espace, le calcul de fonctions trigonométriques, la formation et l'étude de deux fonctions avec graphiques et tangentes, une discussion d'équation et des constructions ; Indochine fait étudier dans un triangle la position du cercle inscrit en passant par le calcul en fonction d'un

paramètre angulaire du périmètre, de l'aire, du rayon du cercle inscrit, de la distance de son centre à celui du cercle circonscrit ; suit une étude de fonction, une construction géométrique, l'établissement de la formule $OI^2 - R^2 = 2Rr$, puis nouvelle construction, le tout accompagné de discussions.

A Montréal on rencontre un problème de géométrie analytique concernant une famille de paraboles, le lieu des points où les tangentes ont une pente donnée, et la variation de la polaire de l'origine par rapport à ces courbes ; est-ce bien conforme au programme de Première ?

Tous les sujets proposés à Rome sont au contraire très faciles.

En série B. — Il faut signaler une négligence de texte à La Réunion (2e session) où l'on demande de calculer le « discriminant Δ' » d'une équation du second degré en désignant vraisemblablement par là l'expression $\frac{b^2 - 4ac}{2}$, un problème difficile en Indochine du Nord (1re session), tandis qu'en Indochine du Sud on propose de mener *par un point* M *de la courbe d'équation* $y = -x^2 + x + 2$ une droite de pente (— 1) qui coupe cette courbe en M et en un autre point M' ; on devine l'embarras dans lequel une telle question peut mettre un élève de Première B.

R. Favrelle, *professeur au Lycée Faidherbe.*

2e Partie

Malgré le « sujet unique » pour la France métropolitaine, une trentaine de sujets différents, proposés aux deux sessions en 1954, laisse un choix suffisant pour renouveler les textes de devoirs destinés à nos élèves en cours d'année. C'est là une tâche assez laborieuse qui sera peut-être facilitée par les remarques suivantes.

Il y a surtout des *problèmes de géométrie pure,* ce qui est normal puisque, conformément aux Instructions officielles, l'enseignement de la géométrie dans la classe de Mathématiques est « celui qui requiert le plus de soins et le plus de temps ».

Les voici pour la session de juin : *A.E.F. et Maroc* (problème intéressant mais trop long, il contient la matière de deux sujets. De plus, les parties C et D donnent une équivalence des définitions des coniques et on peut regretter que ce résultat soit peu en évidence). — *Espagne et Portugal, Montréal* (problème bien posé sur le produit d'une inversion par une translation et sur l'ellipse). — *New-York* (questions classiques sur la transformation par inversion de deux cercles en cercles concentriques). — *La Réunion* (énoncé maladroit au 2°. De plus, les données du début ne jouent plus, alors qu'elles semblaient d'abord valables pour tout le problème).

En septembre : *Métropole, Athènes* (erreur d'énoncé au 2°. Si Δ est Γ, la méthode suggérée est peu claire, alors que la question est classique). — *Egypte, Espagne et Portugal* (R désigne un rayon et un point, on doit regretter cette négligence de rédaction), *La Réunion, Rome.*

On trouve à peu près autant de *problèmes variés* avec prédominance de la géométrie.

En juin : *Métropole, Alger* (un peu difficile à la fin pour le lieu de N). — *A.O.F., Antilles et Guyane* (Si je ne m'abuse le lieu de I et J est un limaçon de Pascal, que faut-il en penser ?). — *Liban et Syrie, Madagascar, Rome* (assez long sans 4°).

En septembre : *Alger* (le volume engendré par un triangle tournant au début a dû beaucoup dérouter les élèves), *Liban, Madagascar.*

J'ai relevé, en outre, *cinq sujets relatifs aux fonctions : Métropole* (juin et septembre, Série Technique économique) ; *Athènes* (juin) ; *Indochine* (du Nord et du Sud, juin). Je signale que celui d'Indochine du Nord est assez original et que tous, sauf celui d'Indochine du Sud, portent sur des fractions du second degré.

Enfin, trois problèmes intéressants sont *relatifs aux relations dans les triangles : Egypte* (juin) ; *Istanbul* (septembre) ; *Indochine* (septembre).

R. Rostolland, *professeur au Lycée Marcel-Roby.*

IV. Définitions de mots et notations mathématiques

TRAVAUX. — Si nous n'avons pas reçu d'informations nouvelles concernant les questions à l'étude (symétrie, vecteurs, intersections), nous pouvons signaler le travail entrepris par deux groupes de Sèvres : le premier, dirigé par Mlle DIONOT, étudie « Langage et rédaction » ; le second, animé par Mlle FÉLIX et Mlle HUET, se consacre à « L'apprentissage des structures mathématiques et de l'axiomatique ». D'autre part, nous comptons reprendre bientôt nos rencontres au Lycée Henri-IV.

LIVRES. — L'année 1954 a vu la parution de deux ouvrages qui contiennent de magnifiques leçons de style. En voici les titres : *Arithmétique et algèbre moderne* (tome I), de M. CHATELET (Presses Universitaires de France), et *Algèbre*, de M. DUBREIL, réédition du tome I (Gauthier-Villars). Il ne me paraît pas exagéré de dire que, chaque fois que, dans la rédaction de notre cours une question de langage se pose, nous pouvons en trouver, presque certainement la solution, soit dans l'ouvrage de M. CHATELET, soit dans celui de M. DUBREIL.

TENDANCES. — Nous avons été frappés, en lisant ces deux livres, de l'importance prise par l'art de la *définition*. On y trouve, certes, des démonstrations nombreuses et fort belles, mais celles-ci conduisent, soit à des théorèmes d'équivalence ayant pour but de confronter deux définitions, soit à des théorèmes d'existence assurant l'éclosion de nouvelles définitions. La définition devient à la fois la source et le but. Ainsi s'expliquent sans doute la finesse et la force du style mathématique moderne.

Y. CROZES.

V. Débat à l'ordre du jour de l'Assemblée générale

Les Mathématiques en « Sciences expérimentales »

Nos collègues ont pu lire, dans le *Bulletin* n° 165 de décembre 1954, les intéressantes « Réflexions sur le Baccalauréat de Sciences Expérimentales », par notre collègue, Mlle AÏTOFF, professeur au Lycée de Montgeron. Le Comité de notre Association a décidé de profiter de la prochaine Assemblée générale pour instituer un débat sur cette question (1). Le présent rapport a l'ambition d'y introduire, compte tenu de la contribution, que l'article de Mlle AÏTOFF apporte, d'ores et déjà, à l'étude de la question. Puisse une large confrontation d'idées, permettre l'élaboration de conclusions pratiques : tous les collègues désirant formuler leur avis et empêchés d'assister à l'Assemblée, sont priés d'écrire au rapporteur.

*
**

(1) C'est par erreur que le procès-verbal de la séance du Comité du 27 janvier mentionne le projet d'un questionnaire sur l'enseignement de l'astronomie. Aussi importante que soit cette question, il a paru plus urgent de traiter des mathématiques en Sciences Expérimentales. On peut faire confiance au rapporteur pour ne pas oublier la question de l'astronomie...

PLAN DE CE RAPPORT

I. Procès de la situation actuelle.
II. Recherche des causes.
III. But à atteindre.
IV. Mesures d'organisation.
V. Modifications de programme.
VI. Conclusion et questionnaire.

*
**

I. Procès de la situation actuelle.

Les professeurs de Mathématiques satisfaits de la conception générale, de l'organisation et du programme de la classe de S.E. (abréviation systématiquement employée pour « Sciences Expérimentales ») sont rares.

La *conception générale* de cette section terminale du Second Degré paraît confuse. La preuve en est le changement de dénomination, de « Philosophie-Sciences » à « Sciences Expérimentales », sans changement de programme, en Mathématiques tout au moins. Les sections de « Mathématiques » et de « Philo-Lettres » devant respectivement attirer les élèves à vocation scientifique ou littéraire, il semble que la section de S.E. soit faite pour accueillir les élèves sans vocation particulière. N'était-ce pas l'idée « profonde » de ceux qui créaient « Philo-Sciences » pour les élèves-maîtres de l'Enseignement du Premier Degré à la malheureuse époque de la non moins regrettable suppression des Ecoles Normales ? Comme si le bon instituteur était celui qui aurait étudié superficiellement un peu de tout. Passons. Mais cette circonstance historique a laissé des traces dans le programme actuel : voyez l'importance de l'arithmétique.

Le changement de dénomination a eu pourtant le mérite de rappeler ou de signaler aux futurs étudiants en médecine ou en pharmacie que leur vocation était scientifique. Malheureusement, le titre de la section ne correspond pas au contenu réel des études. Tout au moins en Mathématiques.

Voyez, dans le programme, le contraste entre certains chapitres relativement ambitieux — mouvement curviligne, mouvement de translation d'un solide (certains élèves des sections A ou B ignorent tout des transformations géométriques et les autres...) —, alors que certaines théories élémentaires sont absentes, — notions élémentaires sur les transformations géométriques et sur les coniques, ce qui servirait en mécanique et en cosmographie.

Les Mathématiques sont d'ailleurs les parentes pauvres des autres disciplines dans une classe à dénomination scientifique couronnée par un examen qui ne comporte des Mathématiques qu'à l'oral (quinze minutes au maximum par candidat) et qui porte l'estampille d'une Faculté des Lettres. Il ne peut être question de discuter ici des modifications à apporter aux programmes et aux horaires des autres disciplines. Mais il faut bien souligner la place dérisoire accordée aux Mathématiques en S.E.

Les effectifs sont le plus souvent formés par des élèves peu attirés par les sciences et d'ailleurs mal préparés à poursuivre des études scientifiques (voir plus loin II). Les anciens élèves de Mathématiques ne sont-ils pas actuellement mieux préparés à suivre les cours du P.C.B. que les anciens de S.E. ? Seul doit être retenu l'argument que pour se préparer à des études médicales, S.E. vaut mieux que Philo...

II. Recherche des causes.

Tout le monde reconnaît l'imménse développement des activités scientifiques dans la société contemporaine, mais un nombre beaucoup plus réduit de personnes en déduit que la place des sciences dans l'Enseignement du Second Degré devrait être élargie ;

plus rares encore sont les personnes qui envisagent effectivement de créer un enseignement scientifique à l'échelle des besoins sociaux et répondant à l'évolution actuelle des sciences (et tout particulièrement des sciences de la nature). Parmi les professeurs de Mathématiques, le nombre des partisans de la descriptive ne reste-t-il pas supérieur à celui des partisans de l'initiation précoce à la statistique ?

A côté de notre question, mais peut-être au fond du problème, il y a le niveau assez bas des élèves qui sortent de la classe de Première. A bien des égards, le programme de cette classe rompt le rythme des progrès des élèves attirés jusque-là par les Mathématiques. Dans une classe d'élèves moyens, le professeur le plus résistant au bachotage ne peut échapper aux problèmes trop classiques qui font les recueils d'annales et qui ne provoquent que rarement la recherche intéressée de la part des meilleurs élèves. Pour nous, le tétraèdre régulier a perdu tous ses charmes ; il les perd vite aux yeux des bons élèves. Comme cela est peut-être inévitable, la préparation de l'examen, d'un examen qui n'a rien de scientifique, entraîne l'égalisation du niveau par l'abaissement. Résultat : les professeurs de Mathématiques Elémentaires ont tous constaté « l'effet de choc », parfois désastreux, ressenti par la plupart des élèves quand ils abordent cette classe. Si, effrayés par l'effort à fournir, les moins doués ou les moins courageux décident de « descendre » en S.E., ils ne fourniront pas, pour autant, des éléments capables de relever le niveau de la classe qui nous occupe. On peut donc se demander s'il n'est pas illusoire de rechercher une amélioration qualitative des effectifs de S.E. hors d'une réforme des programmes de Seconde et de Première.

D'autre part, tout élève ayant l'intention de poursuivre des études scientifiques est contraint d'entrer en Mathématiques Elémentaires, même si ses goûts vont vers la biologie ou les sciences humaines. Pensez à l'importance des Mathématiques dans le concours d'entrée de l'Institut Agronomique ; mais le cas de cette grande Ecole n'est pas particulier où les Mathématiques paraissent moins appréciées pour leur valeur formative ou pour les moyens de travail qu'elles procurent que pour les facilités qu'elles offrent à un classement des candidats.

Enfin, *l'absence d'épreuve écrite* de Mathématiques au Baccalauréat de S.E. encourage les élèves à considérer cette discipline comme sans importance. Par une ironie singulière, le programme est principalement orienté vers le calcul algébrique et la construction des graphiques qui se prêtent aussi peu que possible à l'examen oral, mais sont très appropriés à une épreuve écrite où le soin et la précision pourraient être bien appréciés. Un élève peu courageux devine, même s'il n'est pas très intelligent, qu'en dix minutes, à l'oral, on ne pourra lui demander de mener une étude de fonction jusque dans les derniers détails ; il est tenté de n'apprendre les questions que superficiellement. Mauvaise méthode, bien sûr, mais pourquoi sembler l'encourager ?

L'enseignement des *éléments d'astronomie* souffre, dans cette classe, des mêmes difficultés que dans les autres classes terminales. Un changement profond des données du problème sera obtenu le jour ou une initiation à l'observation du ciel sera commencée, dès la quatrième, et prolongée, en Seconde, par une première étude allant de pair avec le cours de géographie générale. Mais cette question étant commune aux trois classes terminales, nous n'y ferons plus allusion ici.

III. But a atteindre.

Devant la mauvaise situation actuelle, il y a peut-être des partisans de la suppression de la classe de S.E. : solution qui simplifie la réforme des programmes. La suite de ce rapport se situe dans la perspective opposée : à côté des Mathématiques Elémentaires et de Mathématiques et Technique, il y a place pour une autre seconde partie scientifique.

Mais S.E. doit être une section *scientifique* : pour tout le monde, y compris les élèves, il doit être entendu que la seconde partie littéraire est celle de Philosophie.

S.E. devrait attirer les élèves orientés vers les sciences *expérimentales* et les sciences d'observation : astrophysique, certaines applications de la physique, chimie, biologie, sciences humaines (ethnologie, géographie, sociologie) et sciences économiques. Les effectifs pléthoriques de Mathématiques Elémentaires seraient allégés des élèves à qui les éléments de Mathématiques de S.E. seraient suffisants.

Le Baccalauréat de S.E. n'est pas et ne peut être spécialement destiné aux futurs maîtres de l'Enseignement du Premier Degré. Les élèves des Ecoles Normales d'Instituteurs et d'Institutrices doivent pouvoir choisir la seconde partie de bachot la plus conforme à leurs goûts et à leurs aptitudes. S'il apparaît indispensable que les futurs maîtres étudient particulièrement l'arithmétique qu'ils devront ensuite enseigner, cette étude entre naturellement dans le cadre de la formation professionnelle qui est justement donnée dans l'Ecole Normale.

Le relèvement du niveau scientifique de S.E. aurait donc deux conséquences : diminuer le nombre des élèves ne choisissant cette section que pour éviter la section « trop littéraire » et la section « trop scientifique » ; le niveau des classes de Philosophie en serait relevé.

On pourra faire le juste reproche à tout ce qui précède de ne constituer qu'un ensemble d' « idées générales » et celles-ci n'auront de réelle signification que dans la mesure où des réformes d'organisation et de programme viendront les traduire en actes.

IV. Mesures d'organisation.

1° Refonte des horaires et des programmes de Mathématiques (une refonte de l'ensemble des programmes scientifiques devrait comprendre celle des programmes de Mathématiques).

Pour les *classes de Quatrième et de Troisième*, horaire de trois heures hebdomadaires au lieu de deux et demie ; seule augmentation de programme : initiation à la géométrie dans l'espace en faisant largement appel à l'intuition (voir à ce sujet les résultats très intéressants obtenus par nos collègues belges). Institution d'une demi-heure de travail dirigé : recherche dirigée, construction de modèles, etc... Institution d'une demi-heure hebdomadaire d'initiation à l'observation du ciel (pour que les jeunes sachent un peu comment satisfaire leur légitime curiosité des choses de l'astronomie ; en même temps, ils acquerront les rudiments qui paraissent souvent faire défaut aux élèves des classes terminales ; enfin, les travaux d'observation peuvent servir d'initiation à certaines méthodes de la physique). Soit, au total, quatre heures hebdomadaires au lieu des deux heures et demie actuelles.

Classes de Seconde et de Première : étalement sur deux ans des programmes de géométrie plane, de géométrie dans l'espace, d'algèbre et de trigonométrie. Institution d'une demi-heure hebdomadaire de travaux pratiques : recherche dirigée, construction de graphiques ayant une signification physique, initiation aux méthodes de la statistique (les résultats statistiques étant d'un usage de plus en plus courant, aussi bien en géographie que dans les sciences de la nature, il ne peut y avoir que des avantages à aider les élèves à bien utiliser ce moyen de connaissance). Institution d'une demi-heure hebdomadaire d'initiation à l'astronomie pour compléter les premières acquisitions et préparer à un enseignement, dans les classes terminales, d'éléments d'astronomie en rapport avec les progrès de cette science. Soit, au total, cinq heures hebdomadaires au lieu de quatre.

2° *Horaire de Mathématiques en S.E. :* augmentation d'une heure par institution d'une heure de travaux pratiques : calculs numériques, usage des tables, construction de graphiques, calcul statistique sur documents concrets. Il est à noter que

cette heure obligatoire supplémentaire pourrait être instituée sans suppression d'heure pour une autre discipline : actuellement, l'horaire de S.E. compte 25,5 heures obligatoires contre 27 en Mathématiques Elémentaires.

3° *Epreuve écrite de Mathématiques au Baccalauréat S.E.* : l'écrit de S.E. comporterait une épreuve de Mathématiques affectée du coefficient 2 et qui durerait deux heures ; cette épreuve consisterait en un calcul numérique avec utilisation des tables, la construction d'un graphique sur papier adéquat, ou un petit calcul de moyenne sur une documentation statistique donnée. Il serait entendu que la présentation matérielle des calculs et des résultats entrerait pour une part importante dans l'appréciation globale de la copie.

V. Modifications de programme.

1° *Suppression de l'arithmétique* : seules, les définitions sur les nombres décimaux et leur écriture, sur le calcul des quotients approchés, seraient conservées et jointes au chapitre sur le calcul des erreurs.

2° *Aménagements du programme d'algèbre et de trigonométrie* dans le sens suivant :

Développement du calcul algébrique (emploi des exposants négatifs et fractionnaires ; systèmes d'équations linéaires et déterminants du troisième et du quatrième ordres...).

Développement de l'étude des fonctions (fonctions rationnelles et irrationnelles, exemples simples de fonctions implicites, fonctions hyperboliques, fonctions e^x et a^x, $\log x$ et $\log_a x$).

Développement du calcul intégral ; les notations $\int f(x)dx$ et $\int_a^b f(x)dx$ sont condamnées par les puristes qui les remplacent par des notations moins commodes et non unifiées dont les inconvénients pédagogiques sont plus évidents que les avantages ; elles peuvent être introduites, de même que la notation $y' = \frac{dy}{dx}$ si commode pour la dérivation des fonctions inverses, avec les précautions indispensables sur les dx ; la formule d'intégration par parties qui ne présente aucune difficulté théorique donne un procédé efficace d'intégration, pourquoi ne pas l'introduire ? Développement des applications pratiques du calcul intégral au calcul des aires, des volumes, des centres de gravité et des moments d'inertie. Notion d'équation différentielle et application à la dynamique du point.

Les techniques du calcul numérique : résolution logarithmique de l'équation du second degré, calcul approché des racines d'une équation du troisième degré ou d'une équation quelconque $f(x) = 0$. Calcul d'erreurs. Exemples simples de séries convergentes et calcul de la somme à une approximation donnée.

Eléments de calcul statistique : notion de probabilité, distribution de fréquences, courbe de Gauss, applications variées sur documentation concrète.

Courbes usuelles : coniques, cycloïde, chaînette, spirales simples ; exemples choisis en fonction des utilisations pratiques ; étude menée par des procédés variés, géométriques (constructions) ou analytiques (usage des notations vectorielles et des systèmes de coordonnées rectangulaires, expressions des produits scalaires et vectoriels et applications, usage des coordonnées polaires.

Remarques : les additions précédentes seraient compensées par la suppression de l'arithmétique ; d'autre part, la réforme du programme actuel de cosmographie par initiation progressive à l'observation du ciel et à l'astronomie, permettrait, en S.E., comme dans les autres classes terminales, d'adapter le programme d'astronomie aux développements de la science contemporaine : importance prédominante de l'astrophysique.

VI. En guise de conclusion.

Ce rapport ne peut épuiser le sujet, ni éviter de faire allusion à des questions extérieures à la classe de S.E. ; celle-ci peut-elle être considérée hors du système scolaire dont elle fait partie ? Dans un avenir indéterminé, une réelle et profonde réforme de l'enseignement, et en particulier de l'enseignement scientifique, peut modifier les données du problème à résoudre et rendre presque simple la solution qui paraît aujourd'hui très compliquée.

Cependant, sans attendre l'accès à cette terre promise où tous les élèves capables de faire des études scientifiques théoriques ou pratiques pourront développer leurs capacités dans des établissements conçus à cette fin, dans des classes de 25 élèves, avec des horaires et des programmes souples et bien adaptés et avec des maîtres qui auront eu tous les moyens de bien se préparer à leur tâche (et qui auront encore tous les moyens de tenir leur enseignement au fait de la science vivante), sans nier que notre premier devoir soit de travailler à une réforme d'ensemble de notre enseignement, ne devons-nous pas, au nom de l'A.P.M., présenter des réformes simples et facilement réalisables pour remédier aux maux les plus pressants ? Dans cette dernière perspective le rapporteur demande de répondre par priorité aux questions suivantes :

Etes-vous partisan :

1° *de l'institution d'une épreuve de Mathématiques à l'écrit de S.E.* (durée 2 heures, coefficient 2) ;

2° *de la suppression de l'arithmétique ;*

3° *du développement du calcul numérique et du calcul statistique ;*

4° *de l'étude de quelques courbes usuelles ?*

Bien entendu toute contribution au débat sera la bienvenue. Dans toute la mesure du possible les conclusions de cet échange seront résumées et soumises au Comité de l'A.P.M. qui jugera des suites qu'il peut leur donner (propositions à présenter à l'Inspection générale).

G. Walusinski.

VI. Documents officiels

Agrégation de Mathématiques (Hommes)

(Session de 1954)

Rapport de M. l'Inspecteur général DONTOT, Président du jury

Le jury était composé de M. Dontot, Inspecteur général de l'Instruction publique, président ; M. Milloux, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, vice-président ; M. Gauthier, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy ; M. Théron, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Saint-Louis (annexe Stanislas) ; M. Pougnand, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Janson-de-Sailly.

EPREUVES ECRITES

Elles ont eu lieu les 31 mai, 1er, 3, 5 juin.

Sur 187 candidats inscrits, 157 ont composé le premier jour, 154 le deuxième, 147 le troisième, 143 le quatrième et dernier jour.

Parmi ces 143 candidats figurent sept adjoints d'enseignement, douze élèves des Centres pédagogiques régionaux et vingt et un étudiants non élèves des Ecoles Normales Supérieures.

Le nombre des candidats ayant effectivement remis les quatre compositions est pour la première fois supérieur à celui de l'année précédente ; 143 contre 136 en 1953, mais il reste inférieur aux nombre de 51 (167) et de 50 (170). Nous espérions que cette augmentation du nombre des candidats permettrait d'augmenter celui des admissibles, ce qui paraissait particulièrement souhaitable une année où 62 postes (au lieu de 36) étaient mis au concours. Cet espoir a été déçu ; les épreuves écrites ont été faibles ; les sujets ne comportaient cependant aucune difficulté particulière et les barèmes de correction ont été généreux ; malgré ces conditions favorables, neuf candidats seulement ont obtenu, pour l'ensemble des quatre compositions écrites, une moyenne égale ou supérieure à 10. Le jury, qui s'est réuni au Lycée Saint-Louis, le 30 juin, n'a pu proposer, pour l'admissibilité, les candidats totalisant moins de 28 sur 80, c'est-à-dire ceux dont la moyenne était inférieure à 7 sur 20 ; 47 candidats seulement (contre 49 en 1953) ont, dans ces conditions, été déclarés admissibles. Le pourcentage des admissibles, par rapport aux candidats ayant subi la totalité des épreuves écrites, est, en 1954, de 32 % ; elle était en 1950, qui passe pour une année aux moyennes anormalement basses, de 18 %.

La liste des admissibles en 1954 a compris onze professeurs des lycées, six des collèges, quatre de l'enseignement technique, trois assistants des Facultés, deux stagiaires d'enseignement, un adjoint d'enseignement, soit au total vingt-sept candidats participant déjà à des tâches d'enseignement ou de surveillance (contre vingt-neuf en 1953). Du côté des étudiants, nous dénombrons sept élèves de l'Ecole Normale Supérieure de la rue d'Ulm, six de l'Ecole Normale Supérieure de Saint-Cloud, et sept étudiants, soit, au total, vingt candidats non encore dans les cadres de l'un des trois ordres d'enseignement (contre vingt en 1953).

Parmi les 47 admissibles figuraient neuf admissibles des sessions antérieures.

***

Les compositions écrites ont donné lieu aux observations suivantes :

Composition de Mathématiques Elémentaires

Correcteur : M. Pougnand

La transformation $\mathcal{C}$ étudiée dans le problème a été suggérée par une construction classique en Mathématiques Elémentaires. Conservons les notations de l'énoncé : si Δ est la polaire de P par rapport au cercle (C), lieu de m, le point M décrit la conique de foyer P, directrice Δ, cercle principal (C), la droite Mm étant la tangente en M. L'étude générale de ($\mathcal{C}$) conduit à établir une correspondance entre les droites et cercles du plan d'une part, une famille de coniques d'autre part, dégénérées ou véritables, passant par les points J et J' d'intersection de Δ et des droites isotropes issues du point P. Signalons de suite que cette transformation quadratique apparaît simplement comme le produit non commutatif d'une inversion de pôle H et d'une homologie harmonique.

Soit m un point donné, M son homologue. Il existe (voir deuxième question de la II^e partie du texte) un cercle (Γ) du faisceau d'axe radical Δ et de points de Poncelet P et P_1 passant par m et M. Hm recoupe (Γ) en μ : $\overline{Hm} \times \overline{H\mu} = \overline{HP^2}$.

L'inversion H ($\overline{HP^2}$) transforme la droite Pμ suivant le cercle circonscrit au quadrilatère HPMK dont le diamètre est PK ; ce cercle est tangent en P à PM.

Donc PM et Pμ sont symétriques par rapport à la droite Pz, perpendiculaire à PH. La corde Mμ de (Γ) est ainsi conjuguée de la corde AA′ ; elle passe par P_1 et la division MμTP_1 est harmonique.

Ainsi on passe de m à M par

— l'inversion H ($\overline{HP^2}$) ;

— l'homologie harmonique de point double P_1 et d'axe Pz.

Des résultats intéressants sont aussi obtenus par l'introduction des éléments imaginaires du plan. Tous les points des droites isotropes du point H ont leurs transformés aux points J et J′ cités précédemment, tandis que les points cycliques ont des homologues indéterminés sur les parallèles à PH menées de J et J′. Ces considérations, évidemment hors du programme de Mathématiques Élémentaires, justifient certaines propriétés des transformées des courbes algébriques étudiées dans le problème.

Nous ne pensons pas que le texte était susceptible de surprendre outre mesure un candidat à l'agrégation. Les résultats demandés pouvaient être facilement prévus ; il s'agissait surtout de les retrouver par des procédés strictement élémentaires. Que de maladresses et de fautes ont été relevées que le climat du concours n'arrive pas à justifier complètement !

Analyse du problème. — *1re Partie :* Elle peut être considérée comme une question de cours ; l'unicité et la construction d'une conique, dont on connaît deux sommets, A, B, d'un même axe, et un point C, est du domaine classique. Il semble que cette partie ait gêné la majeure partie des candidats.

La relation classique $\overline{m\mathrm{M}^2} = k\,\overline{m\mathrm{A}}\,\overline{m\mathrm{B}}$ est utilisée généralement pour établir l'existence et l'unicité de la conique. Encore ne faut-il pas prendre systématiquement $k = e^2 - 1$, ce qui choisit *a priori* AB pour axe focal ; si m est entre A et B et si M est extérieur au cercle de diamètre AB, la conique est une ellipse admettant AB pour petit axe. La construction est souvent correcte, soit par affinité orthogonale, soit par détermination des foyers, soit par les asymptotes dans le cas d'une hyperbole... mais la discussion est, dans bien des cas, incomplète.

La définition du cercle comme lieu du sommet M d'un faisceau harmonique (M.ABCD) nécessitait une réciproque ; un tiers des candidats environ l'a abordée et certains ont fait à ce sujet des raisonnements étonnants :

a) La condition nécessaire et suffisante pour qu'un faisceau MABCD soit harmonique est que deux rayons conjugués soient rectangulaires.

b) Tout point M du cercle de diamètre AB est tel que le faisceau M.ABCD est harmonique ; comme M peut décrire tout le cercle, le lieu de M est le cercle.

c) M étant sur le cercle circonscrit à ABCD, on a : $(\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MB}) = (\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MD})$ angle de vecteurs à $2k\pi$ près.

Le passage au cas d'une conique de sommets A et B a été souvent traité bien lourdement. L'emploi d'une projection conique et du théorème de Dandelin semble naturel et séduisant. Mais il importe de vérifier si cette projection conserve la disposition des points A, B, C, D avec A et B portés par la médiatrice de CD. Trop de candidats ne l'ont pas mentionné et n'ont pu remarquer que la méthode n'est pas acceptable si AB n'est pas l'axe focal ; dans ce cas, la conique est une ellipse et on peut utiliser une affinité orthogonale pour revenir au cercle de diamètre AB.

2e Partie : Peu de candidats l'ont traitée correctement, de façon intéressante. Les fautes et les longueurs sont nombreuses, peut-être à cause d'un emploi abusif des quadrilatères inscriptibles. Nous signalons qu'une solution simple des questions 3 et 4 est donnée par la similitude ; par exemple, la similitude de centre m dans laquelle P est l'homologue de K, transforme P en M et toute droite rectangulaire en une autre droite rectangulaire. On en déduit facilement que :

— Δ passant par K a pour homologue HP passant par P ;

— $m\mu$, issue de m, a pour homologue $m\lambda$ qui lui est perpendiculaire ;

— μ sur Δ et $m\mu$ a pour homologue λ sur $m\lambda$ et HP ;

— μP a pour homologue Mλ (joignant les deux points homologues de μ et de P).

Donc λM et Pμ sont orthogonales. La réciproque se démontre aisément par le même procédé. Dans la quatrième question, des similitudes de centre P conduisent rapidement au résultat et permettent de placer facilement la transformée (l).

Faisons, au sujet de cette 2e partie les remarques suivantes :

a) 35 candidats ont montré correctement que tout cercle (O_1) du faisceau défini par le point de Poncelet P et l'axe radical Δ se transforme globalement en lui-même. Il ne suffit pas de constater que l'homologue M de m se trouve sur le cercle (O_1) ; ce point M peut-il décrire tout le cercle ? Certains trouvent trop facilement que c'est « évident », d'autres plus inquiets se justifient en affirmant que la droite Mm enveloppant une conique « balaie tout le plan ».

Une dizaine de candidats enfin écrivent que Δ est la polaire de P par rapport à (O_1).

b) Le birapport de quatre tangentes d'une conique est celui des quatre points de contact ; est-ce celui des quatre points du cercle principal, projections orthogonales d'un foyer sur les tangentes considérées ?

c) Le passage des quatre points Q, R, U, V, en division harmonique sur une droite (L), à leurs homologues dans ($\mathcal{C}$), q, r, u, v, se faisait simplement en utilisant le faisceau des quatre droites perpendiculaires à Δ issues de Q, R, U et V. Ces quatre droites se transforment en un faisceau harmonique de quatre droites issues de H, qui coupent le cercle transformé de L aux quatre sommets d'un quadrangle harmonique.

d) Plusieurs candidats oublient de définir avec précision leurs hypothèses au début d'une démonstration ; leur étude devient vite incohérente et parfois ils en arrivent à utiliser leur conclusion au cours de la recherche.

3e et 4e Parties : Bien peu de candidats ont effectué correctement et avec précision la transformation par inversion. Elle conduit en somme à la figure formée par un cercle, un point de Δ, sa polaire par rapport au cercle et une corde conjuguée de cette polaire. La même figure se retrouve dans la 4e partie et constitue en somme un lien entre l'étude de la 3e partie et la recherche demandée dans la 4e ; elle situe les points a, b, c, d. Ceci fait, la transformation ($\mathcal{C}$) s'effectue assez facilement en utilisant le travail préparatoire des 1re et 2e parties.

5e Partie : La transformation par polaires réciproques d'une conique donne lieu à une remarque intéressante. Soit F le foyer de la conique, (C) son cercle principal, T une tangente quelconque. On transforme par polaires réciproques par rapport à un cercle (Ω) de centre P, rayon R. M est le pôle de T par rapport à (Ω), Mm la polaire de φ et K le pôle de Fφ ; m décrit le cercle (C') inverse de (C) dans l'inversion P(R^2) et K la polaire Δ de F. Le lieu (Γ) de M apparaît comme la conique homologue de (C') dans la transformation ($\mathcal{C}$) définie à partir de P et Δ.

On remarque à ce sujet que la polaire de F' est une droite Δ' telle que la transformation ($\mathcal{C}'$) de centre P, axe Δ', transforme le même cercle (C') — lieu de l'inverse de φ' — en (Γ). Ainsi, étant donnés une conique (Γ) et un point P, il existe deux droites Δ et Δ' définissant deux transformations ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}'$), inverses de ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{C}'$), transformant (Γ) en un même cercle (C') ; ces deux droites, également inclinées sur les directions principales de la conique, joignent les deux couples de points imaginaires conjugués communs à (Γ) et aux isotropes de P.

Résultats : 158 copies ont été corrigées ; la moyenne des notes obtenues, grâce à un barème très généreux, est 6. La meilleure note est 16,5 ; viennent ensuite 15,5 ; 15, 14, 14, 13, 13, 11, 10,5 ; 10,5 ; 10 ; puis viennent vingt-sept notes comprises entre 8 et 10, et trente entre 6 et 8. Sept copies seulement contiennent une étude intéressante des trois dernières parties du problème ; dans l'ensemble, les résultats de cette première composition sont très faibles.

Composition de Mathématiques Spéciales

Correcteur : M. Théron

La section I était destinée à attirer l'attention des candidats sur la conique décomposée (Γ). Pour qui connaît l'équation tangentielle de l'ombilicale dans le plan de l'infini, les calculs nécessaires pour obtenir le système demandé se réduisent exactement à trois lignes : écrire, sous forme de déterminant, l'équation de la trace sur le plan de l'infini du plan contenant (D) et un point M (x, y, o) du plan $z = 0$; écrire la consition nécessaire et suffisante pour que cette trace soit tangente à l'ombilicale : développer et ordonner en x, y, pour avoir l'équation d'un ensemble de deux droites issues de O. Le système s'obtient en écrivant que cet ensemble est confondu avec (Γ).

Cependant, on compte exactement la moitié moins une des copies dans lesquelles le système demandé est absent ou incorrect. Dix candidats, pour exprimer que l'ensemble des deux droites ci-dessus est confondu avec (Γ), ont écrit que les coefficients correspondants dans leurs équations étaient égaux ; d'autres ont donné des réponses comportant de grossières fautes d'homogénéité. Presque tous les candidats ont rempli de nombreuses pages pour cette simple question, l'un d'eux, qui a étudié des cas particuliers nombreux et inutiles et a tenté de faire un dénombrement, d'ailleurs incorrect, des droites (D) associées à une conique (Γ) donnée, a réussi à consacrer huit pages à cet ensemble ; il n'est d'ailleurs pas allé plus loin.

Le dénombrement, dont il vient d'être question, n'était pas demandé, une quarantaine de candidats, voyant qu'il préparait la fin de la deuxième section, l'ont étudié, il faut les en féliciter.

***

La section II n'a guère été traitée de façon simple et générale, bien que 80 % des candidats l'aient abordée. Presque tous ont supposé, dans leurs calculs, que (D) et (D′) perçaient (Γ), ou encore que (Γ) rencontrait (C) en quatre points distincts. Une douzaine d'entre eux ont commis une grave faute, car leurs raisonnements supposaient implicitement l'existence d'un couple de droites (D) et (D′) associées, ce qui n'est nullement évident. Un moyen commode, qui a été peu employé, consistait à définir chaque droite (D) par l'intersection de ses plans asymptotes d'équations $P = 0$ et $P^* = 0$ et à remarquer que pour tout point M l'expression PP^* est proportionnelle au carré de la distance de M à (D). Un seul candidat a songé à étudier le cas où (Γ) et (Γ′) sont confondus.

Le dénombrement des droites (D′) associées à (D) n'a été fait corectement que dans onze copies, on a omis en général de discuter la réalité des coniques décomposées du faisceau défini par (C) et (Γ) et obtenu ainsi cinq associées au lieu de trois.

***

La section III débute par une question enfantine relative à la direction de la projection de (D′) ; cette question était destinée à orienter les recherches vers une étude géométrique du triangle PQR dans le cas particulier où (D) est perpendiculaire à (Γ) : on peut voir rapidement que, Q étant donné, le point P correspondant,

s'il existe, est nécessairement le pied de la projection de Q sur sa polaire par rapport à (C). Personne n'a formulé cette remarque, utile pour la suite.

Les parties 1 et 2 exigeaient toutes deux des calculs, la condition nécessaire et suffisante à exprimer étant que le faisceau défini par (C) et (Γ') contient un cercle point et que son centre P est, selon le cas, sur Ox ou sur une droite fixe passant par le foyer. Il était commode de définir (D') par son pied et par les angles φ et θ de l'énoncé.

Le fait que PQ et PR sont les bissectrices des droites joignant P au foyer a été très élégamment établi par un candidat ; une vingtaine d'autres ont terminé la question par des calculs souvent pénibles.

Une fois faites les remarques géométriques indiquées plus haut, la décomposition et la nature des lieux demandés se prévoyaient sans peine ; des calculs bien conduits devaient évidemment conduire aux mêmes résultats. On voyait alors que le cas 1 se décompose en trois, selon que (D') est dans le plan xOz, rencontre orthogonalement l'axe $x'x$, ou est parallèle à l'axe $y'y$. La première de ces hypothèses conduisait, pour limiter le lieu, à chercher l'enveloppe des droites (D'), aucune copie n'est parfaite sur ce point, deux ou trois sont acceptables ; la seconde hypothèse conduisait à un conoïde, la troisième à un cylindre, à déterminer chacun par le calcul. Un seul concurrent a reconnu et traité assez correctement les trois cas, huit ont traité bien ou assez bien deux cas en effleurant l'autre ou en l'oubliant, vingt-quatre en ont traité un seul, en négligeant ou à peu près les deux autres. De même, le cas 2 conduisait à deux hypothèses selon la direction de la projection de (D') ; un raisonnement analytique ou géométrique prouvait que, dans les deux cas, le pied de (D') était nécessairement situé sur l'une ou l'autre de deux parallèles à l'axe de la parabole, et perçant celle-ci en l'un des points S ou S' en lesquels le lieu de P la rencontre. Selon l'hypothèse on était conduit à des droites (D') dans l'un ou l'autre de deux plans fixes, dont il fallait chercher l'enveloppe, ou à des droites engendrant l'un ou l'autre de deux conoïdes qui se révélaient être de Plücker. La voie analytique a seule été employée, quatre concurrents ont compris la question dans son ensemble sans trop la détailler, un seul en a donné une solution presque correcte.

La valeur du rapport que l'on demandait d'évaluer n'a été recherchée que par ce dernier ; il semble pourtant assez naturel de songer que ce rapport est par définition constant lorsque M décrit la parabole, et d'évaluer ce rapport en plaçant M convenablement. Le point à l'infini si la projection de (D') est parallèle à $x'x$, le point S ou S' dans l'autre hypothèse donnaient presque immédiatement les valeurs demandées.

***

La section IV, bien que plus simple que la précédente, n'a inspiré qu'un seul candidat, celui dont la copie a obtenu la meilleure note globale. Une droite (D) est ici une droite focale de la parabole. Définissant (D) par son pied P, et les angles de l'énoncé, il suffit d'écrire, d'une part, que P décrit une corde focale, d'autre part, que (Γ) est bitangente à la parabole. On trouve immédiatement que φ est nécessairement constant et peut prendre deux valeurs différant de $\frac{\pi}{2}$, résultat prévisible géométriquement. Le lieu est formé de deux conoïdes ; on obtient après changement d'axes l'équation de chacun en éliminant θ, qui n'intervient que par $\operatorname{tg}\theta$. L'énoncé ne fait décrire à P qu'une corde focale, et non la droite tout entière, il est nécessaire donc de remarquer que les points de la droite extérieure à la parabole correspondent nécessairement à des droites (D) imaginaires.

***

Enfin la dernière section, que l'on peut traiter par la géométrie pure ou par un emploi judicieux de coordonnées trilinéaires, a été abordée par vingt-huit candidats. Un seul l'a épuisée de façon élégante, un autre s'est limité au problème auxiliaire correctement traité, et quatre ont obtenu des résultats partiels ; les autres, faute de temps ou d'inspiration, n'ont pas dépassé le stade des remarques évidentes ou ont commis de grosses fautes.

*
**

Voici quelques renseignements statistiques.

Les 154 copies corrigées sont notées de 17,5 à zéro.

Cinquante copies, soit plus de 30 %, ont des notes inférieures ou égales à 2 ; pour obtenir la note 2, il suffisait pourtant d'obtenir, par une voie, même maladroite, le système demandé au début de la section I. Parmi ces cinquante copies, trente-deux, soit plus de 20 %, n'obtiennent que 0 ou 0,5 ; elles sont blanches ou pratiquement nulles, leurs auteurs, ou bien ignorent ce qu'est un plan isotrope, ou bien en tout cas sont incapables, en sept heures, d'écrire les équations des plans isotropes passant par D.

Quarante-cinq copies, soit 30 %, ont une note supérieure ou égale à 7.

Quatorze, soit moins de 10 %, atteignent ou dépassent la moyenne.

La note médiane est 4, c'est-à-dire qu'il y a un nombre égal de copies notées en deçà et au-delà.

La note moyenne ne signifie rien, eu égard au nombre considérable de copies notées 0 ou 0,5.

La courbe de répartition des notes, que je regrette de ne pouvoir reproduire, ne ressemble, bien entendu, en rien à la courbe de Gauss ; elle accuse un creux très marqué pour la note 6,5, séparant deux bosses correspondant respectivement aux notes 3 et 8, enfin une pointe correspond à la note 0,5 attribuée 25 fois.

*
**

Ces résultats obligent à conclure que les candidats, mal préparés à subir l'épreuve de Mathématiques Spéciales, sont trop nombreux. Beaucoup manquent de connaissances ; beaucoup manquent davantage encore de maturité d'esprit ; ils manient, avec une inconcevable maladresse, des méthodes générales qu'ils n'ont pas assimilées et se perdent dans des calculs qu'ils ne dirigent pas. L'un d'eux, par exemple, a utilisé neuf lignes d'explications et dix équations pour obtenir l'équation de l'ensemble des isotropes du point $M_0\,(x_0, y_0)$, le tout à grand renfort de formules générales. Un autre consacre deux pages de calculs pour obtenir la relation $x_1 = \dfrac{a^2}{x_0}$ liant l'abscisse d'un point de l'axe à celle du pied de sa polaire par rapport à l'ellipse. Nous conseillons à ces candidats de s'exercer longuement à résoudre des problèmes simples et de rechercher systématiquement les solutions directes de ces problèmes. Nous leur conseillons aussi d'éviter d'énoncer pompeusement les évidences ou les banalités.

Les meilleures copies se sont révélées d'un niveau extrêmement satisfaisant (une copie notée 17,5, deux notées 15,5) ; par contre, les suivantes [avec les notes 13, 12 (deux fois), 11,5, 10,5 (deux fois), 10 (quatre fois), etc...], sont malheureusement nettement inférieures.

La rédaction des bonnes copies est presque toujours satisfaisante ; à mesure que l'on descend l'échelle des valeurs on oscille de plus en plus entre la prolixité et l'absence, parfois totale, d'explications.

Composition de Calcul différentiel et intégral

Correcteur : M. Milloux

Le problème traite de diverses questions relatives surtout à des moyennes de modules de fonctions holomorphes, moyennes prises sur des cercles de centre O. Les cinq paragraphes sont de difficulté graduée, de façon à permettre à tout candidat d'avancer dans les limites de ses moyens. Les difficultés sérieuses ne commencent qu'avec la question *b* du quatrième paragraphe. Tout ce qui précède cette partie est de nature élémentaire ; l'énoncé contient même le charitable rappel d'une inégalité classique, celle de Schwarz, laquelle trouve son application dans le troisième et le quatrième paragraphes.

L'auteur de l'énoncé escomptait une large réussite de la presque totalité des candidats dans les trois premières parties au moins. Le résultat ne correspond pas à un tel espoir. Il apparaît que les candidats à l'agrégation en 1954 sont inférieurs en Analyse à ceux de l'an dernier. Le premier paragraphe même, si classique qu'il soit, a été en majorité mal traité. La première question de ce paragraphe, malgré sa modestie, aurait pu servir de test ; beaucoup de candidats sont incapables de démontrer, soit correctement, soit complètement, qu'une série entière en u, dont les coefficients ont tous pour module l'unité, a pour rayon de convergence 1 ! Quarante candidats sur 147 commettent des fautes grossières sur les séries entières : ou bien ils considèrent que la règle de d'Alembert est une condition nécessaire de convergence, ou bien de la convergence d'une série, ils déduisent d'absurdes règles auxquelles ils contraignent les coefficients, ou bien ils appliquent une formule de Cauchy, estropiée, dont on peut déduire que la série exponentielle n'est pas convergente dans le plan, mais dans le cercle unité seulement. Quelques-uns vont jusqu'à affirmer qu'une série dont le terme général ne tend pas vers zéro peut cependant converger.

La suite de cette modeste question du début du premier paragraphe n'a guère plus de succès auprès de ces candidats : les notions si importantes, et cependant simples, d'absolue ou d'uniforme convergence, sont confondues l'une avec l'autre.

Cependant, du fait de son automatisme, le résultat final exact du premier paragraphe se trouve dans presque toutes les copies, souvent mal ou pas du tout justifié. Ainsi, pour beaucoup trop de candidats, du cours de Calcul différentiel et intégral, il ne reste plus au maximum que le côté purement formel.

Le deuxième paragraphe, très facile, aurait dû être bien traité par tous. En fait, beaucoup d'entre eux renouvellent ici leur dédain pour ce qui n'est pas formel et pour une justification même sommaire de leurs opérations : pourvu que deux séries convergent (n'importe comment, cela va sans dire), on peut former la série-produit : on est sûr de sa convergence ! Ces candidats n'ont-ils donc jamais rencontré de série convergente, dont le carré formé par la règle de la série-produit, est une série divergente ?

On retrouve tous ces défauts dans le troisième paragraphe. Un piège inattendu s'est glissé dans la formule (6) de ce paragraphe : une faute matérielle a fait disparaître un exposant, de sorte que le candidat était invité à comparer — question dont le caractère quelque peu saugrenu aurait dû sauter aux yeux — une série entière en r et une série entière en r^2. Disons tout de suite que l'énoncé conduisait, comme par la main, le candidat à la formule exacte, et que cette dernière était répétée plus bas sous la forme un peu plus générale (7), où il suffisait de faire $v = r^2$.

Pour l'honneur de l'agrégation, il est heureux que cette faute évidente ait été vue par 32 candidats, mais c'est trop peu. Quatre candidats, en outre, ont montré que la formule (6) du texte n'était pas vérifiée sur un exemple simple de leur choix, et deux autres ont fait encore mieux, en démontrant qu'elle n'est jamais réalisée.

Le quatrième paragraphe contenait d'abord une application très simple de l'inégalité de Schwarz, conduisant à la formule (7). Puis commencent les difficultés, qui n'ont été vraiment résolues que par une infime minorité, pour ne pas dire par un seul

candidat. Au cinquième paragraphe, tous les candidats, sauf un, étaient hors d'haleine, et incapables d'aborder avec succès l'étude de la partie *c*, la plus importante, et de beaucoup, de ce paragraphe.

Les résultats suivants résument les observations précédentes et ajoutent quelques précisions :

147 candidats ont composé en Analyse. Il y a une excellente copie et une seule. Le candidat distance nettement tous les autres. Il lui a été attribué la note 20, bien méritée. Tout le problème est traité, même la fin du cinquième paragraphe, où des résultats fort honorables sont obtenus. L'exposition est également excellente.

Pour ne pas écraser la masse des candidats par des notes trop faibles et par suite trop peu distancées, il a été nécessaire d'utiliser comme élément de mesure, non pas le premier candidat, trop fort par rapport aux autres, mais le second, dont la note a été quelque peu artificiellement haussée jusque 17. En d'autres termes, la note du premier devrait dépasser 20 si l'on voulait respecter les valeurs relatives, et mettre suffisamment en vedette les questions difficiles du problème. Quoi qu'il en soit, il serait injuste de ne pas reconnaître que le second a fourni cependant une très bonne copie.

Puis on trouve une note 14,5 ; une note 13 ; une note 12,5 ; deux notes 12 ; une note 11,5 ; une note 10,5 ; trois notes 10. Au total, 12 candidats ont la moyenne ou plus. En-dessous de la moyenne, la masse vient étaler sa médiocrité, depuis les environs de 7 jusque 3. Les notes qui ont été le plus données sont 5,5 (16 fois) et 3,5 (15 fois). En classant les candidats par notes décroissantes, on constate que le 10e a 10 ; le 20e 8,5 ; le 30e 7,5 ; le 40e 6,5 ; le 50e 6 ; le 60e et le 70e 5,5, etc... La moyenne des notes est d'environ 5,6.

En résumé, l'impression est peu favorable ; l'élite n'est pas nombreuse, et, à part une exception, elle n'est pas remarquable. Quant à la masse, elle a le souffle court, manque de solidité, et ne sait pas exposer.

Composition de Mécanique rationnelle
Correcteur : M. L. Gauthier

Le sujet proposé était l'étude de certaines équivalences dynamiques entre des mouvements à deux paramètres. Il se décomposait en trois parties.

La première étudiait le mouvement d'une barre rectiligne s'appuyant sur un ellipsoïde de révolution et sur son axe. Cette question, tout à fait élémentaire, aurait dû n'arrêter que les candidats notoirement incapables. En réalité, elle a presque suffi, à elle seule, à classer les copies. Certains candidats ignorent l'intégrale de la force vive ; d'autres utilisent des équations de Lagrange relatives à des paramètres surabondants sans se soucier des relations entre ces paramètres. Plus de 30 % des candidats étudient les mouvements stationnaires, $\theta = C^{te}$ en annulant θ' dans l'intégrale de la force vive, et concluent que l'annulation de la vitesse initiale suffit à assurer au mouvement le caractère stationnaire. Comment de tels candidats ont-ils pu être admis au Certificat de Mécanique rationnelle ?

La détermination des réactions aux appuis A, B, sans frottement a donné beaucoup de peine à certains candidats. Pourquoi la plupart d'entre eux sont-ils incapables de trouver la direction de la normale en un point B à un ellipsoïde de révolution ? D'autres, qui ont sans doute mal compris les lois du frottement, croient que la réaction en A est normale, à la fois à l'axe Oz et à la barre. Il y a seulement 21 copies dans lesquelles on utilise, plus ou moins élégamment, le théorème du moment cinétique par rapport à Oz, c'est-à-dire, le fait que l'accélération du centre de gravité G est dans le plan méridien, pour en conclure qu'il en est de même de la réaction en A.

Une petite lacune s'était glissée dans l'énoncé, et le paragraphe concernant le mouvement du point B devait commencer par : « On suppose en outre la disposition

de AB telle que θ soit aigu. Dans ces conditions, étudier les trajectoires de B, etc... ». En raison du trouble que cette lacune a pu laisser chez certains candidats, le correcteur a cru devoir minimiser l'importance de ce paragraphe : il y avait, en effet, 45 candidats qui avaient mis leur problème en équations avec un soin suffisant pour avoir traité, simultanément ou consécutivement, les deux cas de figure où θ reste, soit aigu, soit obtus.

Ce premier exemple d'équivalence dynamique entre le mouvement de la barre AB et celui d'un point matériel fictif situé en B a été bien exposé dans dix-sept copies. On peut identifier les équations différentielles des deux mouvements, ou bien, comme le suggérait l'énoncé, étudier directement le mouvement du point géométrique B. Certains candidats, après avoir montré que le plan osculateur contient la normale à l'ellipsoïde, concluent trop hâtivement à l'équivalence : les trajectoires sont bien les géodésiques, mais il faut encore étudier la loi du mouvement. Son aspect uniforme résultait d'ailleurs immédiatement du théorème de la force vive.

Beaucoup de candidats ont formé l'équation différentielle des trajectoires. Aucun d'entre eux n'a remarqué que ces trajectoires dépendent de deux paramètres et non pas de trois, chacune étant le siège d'une infinité de mouvements uniformes.

Certains candidats, qui tiennent à manifester leur compétence sur l'équation de Clairaut, n'arrivent pas à la rétablir géométriquement ; avec un peu de réflexion, ils auraient pu s'apercevoir qu'elle était déjà obtenue par eux, avec une signification différente : c'est le théorème du moment cinétique par rapport à Oz.

La seconde partie du problème définissait l'équivalence dynamique et proposait la comparaison des mouvements de barres s'appuyant sur une surface de révolution et sur son axe. Un tiers seulement des candidats a abordé cette seconde partie, toujours d'une manière très fragmentaire. Les fautes sont nombreuses : certains candidats pensent que pour que les équations différentielles de deux mouvements soient identiques, l'identification des forces vives suffit ; on oublie les fonctions de forces. Dans beaucoup de copies, on trouve une équation différentielle de la forme $\varphi'^2 = \ldots$ dont on omet d'étudier le signe du second membre, alors que les variables manipulées sont spécifiquement réelles. Quelques fautes sottes consistent à noter avec un accent des dérivées prises par rapport à des variables différentes : $f' =$ au choix $f'r, f'\theta, f't$, et à ne pas manquer de les confondre.

Il y a aussi des fautes inexcusables autant que fréquentes : on dérive ou intègre des égalités numériques. De nombreux candidats croient que l'obtention d'une équation différentielle pour la fonction $\theta(t)$, ne contenant pas les autres paramètres du mouvement, ramène le problème aux quadratures : que leur a-t-on appris dans le cours d'analyse sur l'intégration des équations différentielles ?

La troisième partie, qui posait le problème de l'équivalence de deux formes quadratiques différentielles à deux variables par un changement de ces variables, n'a été abordée efficacement que par cinq candidats. Un seul a su se servir du théorème de Gauss pour éviter un calcul qui n'était d'ailleurs pas très pénible : l'identification, effectuée dans beaucoup de copies, conduisait à un système de la forme :

$$x^2 + y^2 = A^2,$$
$$xx' + yy' = 0,$$
$$x'^2 + y'^2 = B^2.$$

On demeure étonné qu'aucun candidat n'ait su le résoudre, l'interprétation au moyen de deux vecteurs rectangulaires est-elle si difficile à concevoir ?

143 copies ont été soumises à la correction. Les meilleures notes sont 16 (2 fois) et 15 (3 fois). Les plus basses sont (à part une copie blanche) : 1 1/2 (5 fois) et 2 (4 fois).

Il y a 32 notes qui atteignent ou dépassent dix ; 35 notes entre 7 1/2 inclus et 10 exclus ; 36 notes entre 5 inclus et 7 inclus ; 40 notes au-dessous de 5.

La moyenne est de : 7,29.

Mais il importe de ne pas se leurrer : ces notes ont été mises pour donner à

l'épreuve une valeur de classement significative ; car il est nécessaire que les candidats qui, sans commettre de fautes graves, ont obtenu clairement quelques résultats corrects et effectifs, aient un avantage sur ceux qui soumettent à la correction un long fouillis de calculs et de pseudo-raisonnements où les sottises se présentent d'une manière partout dense.

La lecture de l'ensemble des copies laisse une impression déprimante. Les candidats connaissent mal leur cours de mécanique rationnelle, mal leur cours d'analyse ; par surcroît, la méconnaissance générale des propriétés les plus fondamentales de la géométrie infinitésimale montre la complète indigence de notre Enseignement Supérieur en ce qui concerne les disciplines géométriques.

La comparaison de cet énoncé avec celui qui a été proposé par le même examinateur à l'agrégation féminine de 1948 justifiera sans doute un essai de comparaison entre ces deux concours. Il nous semble très net qu'actuellement le niveau de l'agrégation masculine est devenu inférieur à celui de l'agrégation féminine. L'appel de l'Industrie, peu sensible dans la clientèle féminine, se fait de plus en plus sentir chez les hommes et peu à peu l'examinateur de l'agrégation masculine en vient à avoir l'impression qu'il n'a plus à choisir les meilleurs parmi les bons ou les très bons, mais qu'il lui faut extraire ce qu'il peut y avoir de moins mauvais dans une masse assez informe.

EPREUVES ORALES

Elles ont eu lieu au Lycée Saint-Louis. Comme l'an dernier les quarante-sept admissibles ont été répartis en deux séries pour réduire au minimum la durée du séjour à Paris de chaque candidat ; l'appel de la première série a eu lieu le dimanche 4 juillet, celui de la seconde série le mercredi 14 dans la matinée. Les épreuves pratiques communes aux deux séries ont été subies le mercredi 14 dans l'après-midi (calcul) et le jeudi 15 dans la matinée (épure).

Le tirage au sort des leçons jumelées a eu lieu après l'appel des candidats pour chacune des deux séries. En voici la liste :

Textes des leçons exposées en 1954

Leçons de Mathématiques Elémentaires

1. *Mathématiques Supérieures*

Géométrie

1. Intersection de deux cônes ou cylindres circonscrits à une même phère. (Les sections planes des cônes et cylindres ont été étudiées précédemment).

2. La similitude plane ayant été étudiée précédemment, traiter un ou plusieurs exemples d'application.

3. Normales à une parabole. Famille de cercles bitangents. Application à des problèmes simples d'intersection d'une parabole et d'une circonférence ayant son centre sur l'axe, ou à la détermination d'une parabole à partir d'un ou deux cercles bitangents.

4. Hyperbole définie par les asymptotes et un point.

5. Une tangente variable à une parabole détermine sur deux tangentes fixes des divisions semblables. Réciproque et applications.

6. Polaire d'un point par rapport à un cercle. Droites conjuguées. Applications et exercices. (L'étude du cercle et des faisceaux de cercles a déjà été faite. La transformation par polaires réciproques n'est pas demandée).

7. Transformation par polaires réciproques par rapport à un cercle. Applications. (Les notions de pôles et polaires par rapport au cercle sont supposées connues).

8. Figures égales dans l'espace. Déplacements dans l'espace, dans le cas où il existe un point invariant et dans le cas où il n'en existe pas. (L'étude des translations, des rotations et au besoin des symétries est supposée faite).
9. Générations tangentielles d'une conique considérée comme enveloppe de droites. Applications et exercices.
10. Etude des familles de cercles tangents, soit à une droite et un cercle, soit à deux cercles.
11. Axe radical de deux cercles. Faisceau de cercles, Faisceaux orthogonaux.

2. *Mathématiques Elémentaires*

Géométrie

12. Rotation dans l'espace considéré comme transformation ponctuelle. Symétrie par rapport à une droite (demi-tour ou transposition). Produit de deux transpositions. (L'ordre choisi pour l'exposé est laissé à l'appréciation du candidat).
13. Exemples de détermination de coniques par la donnée d'éléments réels tels que point, tangente, foyer, directrice, etc...
14. Lieu (L) des points dont le rapport des distances à un point fixe et à une droite fixe est constant et égal à $e \neq 1$. Equivalence de cette définition avec celle du lieu du centre d'un cercle passant par un point fixe et tangent à un cercle fixe. Exemples de problèmes traités à partir de la définition comme lieu (L).
15. La théorie de l'inversion dans le plan et dans l'espace ayant été exposée dans les leçons précédentes, indiquer et traiter des applications.
16. Division harmonique de points et faisceau harmonique de droites. Polaire d'un point par rapport à deux droites et applications.
17 Trièdres. Inégalités entre les bases. Trièdres supplémentaires. Inégalités entre les dièdres. Sens d'un trièdre orienté.

Arithmétique

18. Première leçon sur les nombres positifs et négatifs.
19. Notion de fraction. Egalité de deux fractions. Inégalité. Multiplication et division.
20. Diviseurs communs à 2 ou plusieurs nombres. Propriétés du P.G.C.D. Exemples de calcul du P.G.C.D. Nombres premiers entre eux. (La théorie des nombres premiers sera faite ultérieurement).

Algèbre

21. Exemples de fonctions de la forme : $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c}$ à coefficients numériques. ($a' \neq 0$).
22. Les log. et l'usage des tables ont été exposés. Donner des exemples numériques d'application du calcul logarithmique à la résolution de problèmes classiques d'algèbre et de trigonométrie tirés du programme de la classe.

Trigonométrie

23. Formules de transformation en produit de la somme ou de la différence de 2 sin ou cos. Problème inverse. Applications.
24. Problèmes conduisant à la résolution et à la discussion d'équations trigonométriques à une seule inconnue, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, ou $\operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$.
25. Résolution d'un triangle dans un cas non classique : *a*) dans le cas où on utilise un des systèmes fondamentaux ; *b*) dans le cas où on n'utilise pas un de ces systèmes.

Descriptive 26. Rabattement d'un plan sur un plan. Applications.

Des. et cotée 27. Les changements de plan, rotations et rabattements ayant été étudiés, appliquer ces théories à des exemples où interviennent des déterminations d'angles et de distances.

Cosmographie 28. Eclipses de Lune et de Soleil. Le saros.

Cinématique 29. Etude des mouvements suivants : mouvement circulaire uniforme, mouvement vibratoire simple, $x = a\cos(\omega t + \alpha) + b\cos(\omega t + \beta)$.

3. *Sciences Expérimentales*

30. Combinaisons. Probabilités simples.

31. Fonction : $y = \sqrt[n]{x}$. Log d'une puissance, d'une $\sqrt[n]{\ }$. Exercices.

4. *Première C. et M.*

Géométrie 32. Angles dièdres. Plans perpendiculaires. (La mesure des dièdres ne fait pas partie de la leçon).

33. Définition de l'homothétie. Figures homothétiques d'un plan, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle dièdre, d'un cercle. Deux cercles sont-ils homothétiques ?

34. Surface conique à directrice circulaire ; définition ; section par un plan parallèle au plan de la directrice. Plan tangent ; exercices.

35. Sphère. Intersection avec une droite. Tangente. Section plane. Plan tangent. Exercices comportant la recherche, soit de plans tangents, soit de sphères.

Algèbre 36. Fonction : $y = ax^2 + bx + c$. On étudiera s'il existe des valeurs de x pour lesquelles y est nulle, le signe de $f(x)$ et le sens de variation de la fonction.

37. Variation de la fonction $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$. Représentation graphique.

(On suppose étudiée la fonction $y = \dfrac{a}{x}$).

38. Problèmes dont la résolution conduit à une équation du second degré.

Trigonométrie 39. Somme géométrique de deux vecteurs. Projection sur un axe. Formules donnant le cos. ou le sin. de la somme ou de la différence de deux arcs en fonction des lignes trigonométriques des deux arcs.

Géom. cotée 40. Rabattement d'un plan sur un plan horizontal. Angle de deux droites. Distance d'un point à une droite.

5. *Seconde C. et M.*

Géométrie 41. Positions relatives de deux cercles.

42. Inégalités dans le triangle. Perpendiculaires et obliques menées d'un point à une droite.

43. Somme et différence des carrés des distances d'un point à deux points fixes. Applications à des problèmes de lieux géométriques.

44. Exemples de recherche de lieux géométriques.

45. Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

46. Première leçon sur l'équation du second degré à une inconnue. Existence et calcul des racines.

47. Fonction d'une variable : fonction définie, fonction croissante ou décroissante. Les exemples seront empruntés aux fonctions $y = x^2$, ax^2, $\frac{1}{x}$ ou $\frac{a}{x}$ (au choix).

Mathématiques Spéciales

1. *Spéc.* Première leçon sur les déterminants.
2. *Spéc.* Formes linéaires, rang, notion d'indépendance. La théorie des équations linéaires pourra être supposée acquise ou non.
3. *Spéc.* Etude du système le plus général d'équations linéaires, le cas du système dit de Cramer étant supposé connu.
4. *Sup.* Division de deux polynômes ordonnés selon les puissances croissantes de la variable. Développement limité à un ordre donné d'une fraction rationnelle au voisinage de zéro.
5. *Spéc.* Division des polynômes ordonnés suivant les puissances décroissantes de la variable. Plus grand commun diviseur de deux polynômes.
6. *Spéc.* Recherche des diviseurs communs à deux polynômes. Plus grand commun diviseur de polynômes premiers entre eux deux à deux.
7. *Spéc.* Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples de la forme $\frac{A}{(x-a)^\alpha}$, A et a étant complexes et α entier. Usage de cette décomposition.
8. *Sup.* Première leçon sur les nombres complexes. Le candidat limitera à son gré la leçon ; il adoptera la méthode d'exposition de son choix.
9. *Spéc.* Théorème de Rolle. Formule des accroissements finis. Interprétation graphique. Emploi de la dérivée pour l'étude de la variation d'une fonction. On se bornera, pour l'emploi de la dérivée, à établir le théorème général. On se limitera au cas de fonctions dérivables en excluant le cas où $\left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|$ augmente indéfiniment lorsque Δx tend vers zéro.
10. *Spéc.* Fonction inverse d'une fonction monotone et continue. Continuité, dérivation. Exemples.
11. *Spéc.* Différentielle première d'une fonction de plusieurs variables indépendantes, définie par $df = f'_x dx + f'_y dy + f'_z dz$. Transformation quand on remplace x, y, z par des fonctions d'autres variables indépendantes. Applications.
12. *Spéc.* Fonction logarithmique ou exponentielle. Le candidat étudiera une seule de ces fonctions avec la méthode de son choix, en supposant seulement que l'autre fonction n'est pas connue.
13. *Spéc.* Application des développements limités à la recherche des limites et à l'étude de fonctions infiniment petites ou infiniment grandes. Application à la recherche des asymptotes et à l'étude des branches infinies des courbes d'équation $y = f(x)$.
14. *Spéc.* Intégrale définie $\int_a^b f(x)dx$, $f(x)$ étant définie et continue dans l'intervalle fermé ab.
15. *Spéc.* Symbole $\int_a^\infty f(x)dx$. Théorie, exemples. Application aux séries.

16. *Spéc.* Symbole $\int_a^b f(x)dx$, si $f(x)$, défini et continu dans l'intervalle ouvert ab, tend vers $+\infty$, lorsque x tend, soit vers a, soit vers b.

17. *Spéc.* Changement de variable dans une intégrale définie ou indéfinie. Etude théorique, exemples.

18. *Spéc.* Exemples d'intégration de fractions rationnelles. La décomposition en éléments simples est supposée acquise.

19. *Sup.* Intégration d'une fraction rationnelle de x et de y lorsque y est défini par $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ou $y = \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}$ a, b, c, d étant des constantes. Exemples.

20. *Spéc.* Séries à termes positifs. Méthodes d'étude de la convergence ou de la divergence. Exemples.

21. *Spéc.* Série entière à coefficients réels d'une variable réelle. Intervalle de convergence, continuité, dérivation ou intégration à l'intérieur de cet intervalle ouvert. On se bornera à étudier, soit la dérivation, soit l'intégration.

22. *Spéc.* Exemples simples de développement en série entière d'une fonction à l'aide d'une équation différentielle.

23. *Spéc.* Donner deux ou trois exemples de détermination du développement en série entière d'une fonction donnée. L'étude théorique des diverses méthodes est supposée faite.

24. *Spéc.* Première leçon sur les équations différentielles du premier ordre. Application à l'étude des équations à variables séparées. Exemples.

25. *Spéc.* Equations différentielles du premier ordre homogènes. Exemples.

26. *Spéc.* Exemples d'intégration d'équations différentielles du second ordre linéaires, à coefficients constants, dont le second nombre est un monôme en $\cos x$, $\sin x$, e^x, ou une combinaison linéaire de tels éléments.

27. *Spéc.* Séparation des racines d'une équation algébrique ou transcendante. Exemples.

28. *Spéc.* Coordonnées homogènes, notions sur les points à l'infini dans le plan et dans l'espace.

29. *Spéc.* Courbe plane dont l'équation est résolue par rapport à une coordonnée. Tangente, normale, concavité, inflexions, asymptotes. Illustrer chaque définition et démonstration par un exemple.

30. *Sup.* Construction des courbes planes définies par les expressions des coordonnées cartésiennes d'un de leur point en fonction d'un paramètre, exemples numériques. Les théories relatives à la tangente, aux branches infinies, aux points multiples, sont supposées acquises.

31. *Spéc.* Construction des courbes définies en coordonnées polaires par leur équation $\rho = f(\theta)$. Les théories relatives à l'étude en un point à distance finie ou infinie sont supposées acquises.

32. *Spéc.* Courbure d'une courbe plane. Développée. Exemples.

33. *Sup.* Enveloppe définie paramétriquement d'une droite dont l'équation dépend d'un seul paramètre. Point caractéristique. Exemples.

34. *Spéc.* Enveloppe de la famille des courbes représentées par l'équation $f(x, y, \lambda) = 0$, continue, dérivable une fois en x et y et deux fois en λ, ces dérivées étant continues dans un certain champ.

35. *Spéc.* Lieux géométriques dans l'espace.

36. *Spéc.* Surfaces, plan tangent. Cas où l'équation s'écrit $z = f(x, y)$, cas de représentation paramétrique par trois fonctions $x(u, v)$, $y(u, v)$, $z(u, v)$.

37. *Spéc.* Exemples de surfaces définies par un mode de génération simple. Cylindre, cône, surface de révolution.

38. *Spéc.* Surfaces de révolution, plan tangent, normale, équation générale, détermination de la méridienne. Exemples.

39. *Spéc.* Birapport de quatre points, de quatre tangentes à une conique. Divisions homographiques et involutives sur une conique.

40. *Spéc.* Foyers et directrices dans les coniques.

41. *Spéc.* Génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.

42. *Spéc.* Directions principales des surfaces du second ordre.

43. *Sup.* Système de vecteurs glissants. Moment résultant. Axe central.

44. *Spéc.* La statique des systèmes ayant été étudiée, donner des exemples d'étude de l'équilibre d'un corps solide ou d'un assemblage de corps solides non libres.

45. *Spéc.* Etude du mouvement rectiligne d'un point matériel sous l'action d'une force dépendant seulement de la distance de ce point à un point fixe de sa trajectoire. Choisir un exemple où on peut achever, par des quadratures, le calcul de l'abscisse en fonction du temps et un exemple où l'intégrale des forces vives permet d'obtenir l'allure du mouvement.

46. *Spéc.* Recherche des points doubles apparents dans l'intersection de deux surfaces du second ordre.

***

La note suivante a été lue aux candidats de chacune des deux séries avant les épreuves orales.

Le surveillant des épreuves orales remet au candidat, en l'introduisant dans la salle qui lui est réservée, une enveloppe contenant le sujet de la leçon et l'indication de la classe à laquelle elle est destinée.

Il est accordé au candidat trois heures pour la préparation de la leçon dite d'Elémentaires et quatre heures pour la préparation de la leçon dite de Spéciales. La durée de l'exposé devant le jury est strictement limitée à 45 minutes ; il est recommandé de ne prévoir qu'un exposé de 30 minutes afin d'avoir, en 45 minutes, la possibilité de le présenter sans hâte. Il est important, en effet, de parler à un rythme normal, ni trop lent, ni trop vif, en réfléchissant au sens des phrases que l'on prononce.

Les limites du sujet sont, en général, fixées par le texte même. Si cette indication paraît insuffisante, si le sujet semble trop vaste, il appartient au candidat de le limiter. Enseigner, c'est essentiellement choisir et, en particulier, le sujet étant donné, choisir ce qui, étant essentiel, doit faire l'objet de l'enseignement magistral. Le candidat a la liberté d'informer le jury de ce qu'il suppose avoir été enseigné dans une leçon précédente et de ce qu'il réserve pour une leçon ultérieure.

La leçon d'agrégation est, non un exercice de virtuosité devant un jury de spécialistes, mais une leçon faite par un professeur à des élèves d'une classe bien déterminée. Leçon de professeur, c'est-à-dire un exposé comportant un enseignement dont l'essentiel est dégagé sous la forme de conclusions précises ; leçon à l'usage d'élèves d'une classe déterminée, c'est-à-dire adaptée aux connaissances de ces élèves qui, même en Spéciales, ne sont pas des étudiants de l'Enseignement Supérieur.

Les qualités d'ordre : plan clair et raisonnable, d'exposition : rythme qui n'essouffle et n'ennuie pas ; de soin : écritures lisibles, figures claires, utilisation convenable du tableau, jouent un rôle important dans l'appréciation d'une leçon d'agrégation.

(Les programmes des classes de l'Enseignement du Second Degré, de Mathématiques Supérieures et de Spéciales, sont tenues par le surveillant des épreuves orales à la disposition des candidats).

***

La moyenne des notes de leçons (sur 20) est 10,5 en Elémentaires, 9 en Spéciales. Ces moyennes sont faibles ; les épreuves orales ont malheureusement confirmé l'impression produite par la correction des épreuves écrites ; le concours d'agrégation de 1955 est placé sous le signe de la médiocrité. Certes, quelques candidats se sont distingués ; ils sont peu nombreux ; bien que le jury ait apprécié les leçons avec libéralité, jugeant les candidats plus sur leurs intentions que sur les réalisations, deux seulement des leçons d'Elémentaires ont pu être cotées 17 et deux autres 16. Ces quatre leçons, solidement construites, ont été présentées de façon excellente et l'auteur de l'une d'elles a fait preuve de qualités pédagogiques brillantes, dont il a été tenu le plus grand compte. Une seule leçon de Spéciales a pu être cotée 16.

Fait sans précédent, à notre connaissance du moins, un candidat admissible, élève d'une Ecole Normale Supérieure, qui n'était ni malade, ni particulièrement ému, a refusé de se présenter devant le jury ; il avait à traiter une leçon classique : sections circulaires dans les quadriques, et nous a déclaré qu'il ignorait complètement le sujet. Deux autres candidats admissibles ne se sont présentés devant le jury que par déférence ; l'un d'eux (Elém. 3) ignorait les propriétés des cercles bitangents à une conique, en l'espèce, une parabole et aussi d'ailleurs le problème des normales à cette parabole issues d'un point de l'axe ; le second (Spéc. 44) ignorait la statique des corps solides gênés.

Il n'est pas possible, dans ce rapport, d'examiner une à une les 94 leçons entendues par le jury en 1954. Nous devons donc nous borner à présenter des observations d'ordre général, puis à signaler *in fine* les erreurs commises les plus caractéristiques. Les candidats se reporteront aux rapports d'agrégation des années précédentes pour compléter leurs informations et aux articles si précis et si judicieux de M. l'Inspecteur général Robert, publiés, l'un dans les *Cahiers Pédagogiques* pour l'Enseignement du Second Degré, l'autre dans le numéro du 5 février 1953 de l'*Education Nationale*.

Les leçons d'agrégation sont supposées faites à des élèves d'une classe bien déterminée : Spéciales, Mathématiques Supérieures, Mathématiques Elémentaires, Sciences Expérimentales, Seconde ou Première : l'indication de la classe est portée sur le texte du sujet remis au candidat. Or, un même sujet peut figurer au programme de classes différentes ; les matières enseignées en Troisième, Quatrième et Cinquième, font l'objet d'une mise au point au début de la classe de Seconde ; certaines théories géométriques ne peuvent être approfondies qu'en classe de Mathématiques Supérieures et font cependant l'objet d'un premier exposé en Mathématiques Elémentaires ; les programmes de Spéciales et de Mathématiques Supérieures ont des parties communes et certaines parties du programme de la classe de Spéciales sont reprises dans les cours de préparation à la licence. C'est une des tâches essentielles du professeur de choisir ce qui doit être enseigné, soit au cours d'une initiation, soit dans le cas d'une synthèse et c'est la valeur de ce choix que le jury a la charge de déterminer.

La plupart des candidats l'a parfaitement compris ; nous citerons, par exemple, une très bonne leçon sur les problèmes dont la résolution conduit à une équation du second degré, une autre sur les inégalités dans le triangle (2e), une troisième enfin, lourde dans l'exposition, mais solidement construite, sur les positions relatives de deux cercles, avec un souci marqué d'éviter le raisonnement classique, mais difficile, par l'absurde. Nous attendions d'un candidat, dont l'écrit était brillant, une meilleure leçon sur l'étude des pôles et polaires par rapport à un cercle, en Mathématiques Supérieures ; l'idée maîtresse, non explicitement exprimée, est de marquer le caractère projectif de ces propriétés ; il est nécessaire, pour le faire, d'introduire la notion de point à l'infini, mais encore faut-il le faire correctement ; il n'est peut-être pas indispensable d'introduire aussi la notion de points imaginaires. Etant donnés un cercle (O) et un point A, non situé sur ce cercle, soient ABC, A'B'C' deux sécantes au cercle (O) et (D) la droite qui joint les conjugués harmoniques de A par rapport aux couples de points B et C, B' et C', le fait que (D) est un élément fixe de

la figure formée par (O) et A, indépendant du choix des sécantes, permet une étude satisfaisante de géométrie projective.

Quelques erreurs d'interprétation ont naturellement été commises. La leçon sur les faisceaux de cercles (géométrie, Mathématiques Supérieures) a été traitée comme une leçon, très mauvaise d'ailleurs, d'initation ; un faisceau linéaire de cercles peut être défini comme l'ensemble des cercles lieux des points dont le rapport des distances à deux points fixes (ou des puissances à deux cercles fixes) a une valeur donnée, et il n'est pas interdit, en Mathématiques Supérieures, de comparer cette définition à la définition analytique. Signalons aussi la transformation de la leçon sur le changement de variables dans la différentielle totale $f'_x dx + f'_y dy + f'_z dz$ en une leçon sur les fonctions différentiables, directement extraite de l'ouvrage de M. VALIRON, et celle de l'étude de la concavité des courbes $y = f(x)$ en une leçon sur la concavité des fonctions non pourvues de dérivées. Il est bien connu que, pour enseigner avec simplicité et clairement, il est nécessaire de dominer son enseignement et, partant, d'avoir des connaissances qui en débordent la matière ; mais nous ne nous lasserons pas de répéter que l'art d'enseigner est essentiellement celui de choisir et ce n'est pas choisir que de substituer à l'étude d'un cas particulier une théorie générale sans même prendre soin d'indiquer comment se déduit du cas général le cas particulier. Les leçons, hors programme, sur les fonctions différentiables et sur la concavité des fonctions, ont été péniblement reconstituées par leurs auteurs à partir, pour la première, d'une définition imprécise, et, pour la seconde, d'une définition manifestement dépourvue de sens, mais ces accidents sont des incidents techniques ; ce qui nous paraît grave, c'est, pour un candidat professeur, de prendre résolument la position d'élève récitant une leçon, avec plus ou moins d'aisance, sans faire d'autre effort qu'un effort de mémoire, sans illustrer cette leçon d'un exemple, sans tirer une conclusion.

Nous avons été frappés de la fréquence des fautes de logique, en particulier dans les leçons d'Elémentaires. La quasi-totalité des problèmes qui sont étudiés dans les classes qui vont de la Seconde aux Mathématiques inclus, sont spéculatifs. Nous appelons spéculatif tout problème dont l'inconnue est un être dont l'existence n'est par certaine, par exemple la recherche d'une solution d'un système d'équations ou d'inéquations ; les constructions géométriques, la recherche de lieux ou d'enveloppes, la résolution des triangles dans les cas non classiques, sont des problèmes spéculatifs. Pour résoudre de tels problèmes on utilise en général, avec les débutants tout au moins, la méthode analyse-synthèse. L'analyse est une étude faite en *supposant* que le problème a une solution ; elle ne peut donc servir à *démontrer* l'existence d'une solution.

C'est elle, par contre, et elle seule, qui permet de conclure à la *non existence* de solutions ou à l'*unicité* des solutions possibles. La synthèse est la démonstration de l'existence de ces solutions.

Aucun candidat ne doit ignorer ces vérités élémentaires ; il est alors difficile de comprendre pourquoi l'existence d'une solution est affirmée dans plus d'un cas sur deux sur le seul examen des résultats d'une analyse, généralement soignée, mais que ne suit aucune synthèse. Il est plus fréquent encore que la non existence de solutions soit présentée comme résultant de l'impossibilité de réaliser certaines constructions ; on devrait logiquement en conclure que la méthode choisie ne permet pas de trouver les solutions ; pour affirmer que ces solutions n'existent pas, il faut établir qu'aucune méthode ne fournira de solutions. Le raisonnement logique, qui constitue la démonstration, traduit un des résultats essentiels d'une analyse bien faite.

On est également surpris de l'imprudence des candidats ; on utilise, en général, pour appliquer la méthode de recherche analyse-synthèse à un problème de géométrie deux figures : celle de l'analyse sur laquelle sont dessinés les données, les éléments qui s'en déduisent, et *l'être géométrique que l'on recherche* et la figure de la synthèse sur laquelle ne sont dessinés que les seuls éléments fixes (données et éléments qui

s'en déduisent). Il est clair que la figure sur laquelle est dessiné l'être géométrique que l'on recherche ne peut être exécutée que dans le seul cas où cet être existe, par conséquent dans le cas de l'analyse et de l'analyse seulement ; il est imprudent de se servir de cette figure pour une synthèse ou pour un raisonnement par conditions nécessaires et suffisantes. Cette imprudence est, en général, fatale aux candidats, et cependant c'est dans la presque totalité des cas que la figure de l'analyse est utilisée pour la synthèse ou, ce qui est pis, pour raisonner par conditions nécessaires et suffisantes. Le candidat chargé (Elém. 44) d'exposer, en Seconde, quelques exemples de recherche de lieux géométriques, après avoir très fermement annoncé qu'il raisonnerait par conditions nécessaires et suffisantes, s'est placé, trois fois de suite, dans les conditions de l'analyse ; l'exposé est alors celui d'une analyse à coup de conditions nécessaires et suffisantes, donc indigeste, et ses conclusions sont incertaines ou fausses.

Leçons d'Elémentaires

2. La similitude plane est une transformation ponctuelle *du plan* faisant correspondre à un point M *quelconque* un point M'. Ne pas omettre d'orienter le plan.

Il faudrait préciser ce qu'on entend par « second côté d'un angle » : il s'agit, dans l'exemple classique : enveloppe du second côté d'un angle..., etc. d'une droite Δ définie quand on connait une droite D par la donnée de l'angle *orienté* de ces deux droites.

Signalons, une fois pour toutes, que dans les exposés (similitude, rotation) où interviennent en même temps des angles de droites et des angles de vecteurs, le passage des uns aux autres exige du soin et de la précision.

7. Si l'on définit la transformation par polaires réciproques comme transformant un point en une droite et une droite en un point, il est nécessaire de vérifier que cette définition n'entraine pas de contradictions.

9. Il est aussi nécessaire de préciser le sens du mot : enveloppe que celui du mot lieu. Dire qu'une courbe (C) est l'enveloppe d'une droite (D) traduit, en langage conventionnel, deux propriétés : toute droite (D) est tangente à (C) d'une part, et toute tangente à (C) est une droite (D).

En matière d'enveloppes, et aussi de lieux, il conviendrait également de donner un nom à la propriété (P), par exemple, de définition de la droite (D) ou du point M et même de la noter dans le haut du tableau ; il arrive, en effet, qu'on soit amené à utiliser avec des sens divers le mot : propriété et à confondre, entre eux, ces différents sens.

10. L'objet de cette leçon est de montrer l'existence de deux familles de cercles tangents à une droite et à un cercle, par exemple, et de deux seulement et en outre de trouver une propriété *caractérisant* chacune de ces familles.

12. Un professeur ne donne pas son enseignement en lisant des notes préparées à l'avance ; nous ne saurions trop conseiller aux candidats de n'utiliser leurs notes qu'avec discrétion et d'éviter de donner l'impression de réciter une leçon. L'étude du produit de deux transpositions d'axes concourants amène à définir une rotation : son angle est un angle de vecteurs ; il est nécessaire d'expliquer clairement la transformation d'un angle de droites en angle de vecteurs.

16. Rapport anharmonique de points alignés. Il est indispensable d'étudier d'abord le problème de l'existence d'un point D, conjugué harmonique d'un point C quelconque de AB par rapport à A et B distincts et son unicité ; le résultat de la construction classique de D connaissant C, semble en effet dépendre d'un paramètre arbitraire. La définition du faisceau harmonique se déduit de cette étude sans nouveaux calculs.

L'étude a été faite une première fois en Seconde ; on peut, dans cette classe, se borner au cas où les points A, B, C, D sont distincts, mais en Mathématiques Elémentaires, cette hypothèse doit être abandonnée.

18 et 19. La leçon 18 n'a pas été traitée, le candidat ayant renoncé à subir les épreuves orales. La leçon 19 est une tentative hésitante d'exposé axiomatique. On y relève, comme toujours, des omissions ou des lacunes, mais ces défauts sont moins graves que celui de présentation ; les candidats devraient s'efforcer d'être clairs, de dire avec simplicité les choses simples et les autres aussi et d'éclairer d'exemples leur exposé.

20. Il n'est, bien entendu, pas possible, en Mathématiques Elémentaires, de décomposer $\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c}$ en éléments simples $A + \frac{B}{x - \alpha} + \frac{C}{x - \beta}$, mais il n'est pas interdit à un professeur de choisir un exemple ou deux à partir d'une décomposition donnée, de manière à n'avoir à faire que des calculs qui, comme disent les élèves, s'arrangent bien. Une étude sommaire de la représentation graphique — recherche des asymptotes — peut conduire à des formes simplifiées de y qui aideraient au calcul de la dérivée.

24. Cette leçon, lourdement exposée, a été rachetée parce que l'idée que la résolution de $f(u) = 0$ et de $f(\sin x) = 0$ sont deux problèmes qui ne sont pas équivalents. Il ne faut pas oublier que c'est le premier exemple d'équations déduites l'une de l'autre par un changement de variable $u = \sin x$ effectué sur la fonction $f(u)$.

26 et 27. Deux leçons sur le rabattement, l'une assez bonne, l'autre à peine moyenne. Dans l'une et l'autre, avec des gravités différentes, se relèvent les mêmes omissions ; on finit toujours par oublier, soit qu'étant donnés deux plans (P) et (H), il existe deux opérations appelées : rabattement de (P) sur (H), soit qu'étant donné un plan (H) et un point M, il n'existe pas d'opération appelée : rabattement de M sur (H).

Ne pourrait-on réserver le mot : rabattement ou relèvement à la transformation ponctuelle, et appeler : rabattu ou relevé les transformés ? Est-il négligeable d'indiquer que cette transformation est une symétrie droite ?

46. La résolution d'un système de deux équations à deux inconnues est signalée dans tous les rapports d'agrégation. Le candidat qui a exposé la question l'avait déjà tirée au sort l'année dernière ; il ne l'a pas mieux traitée. Il faudrait poser avec netteté le problème de l'existence d'une part, celui du calcul d'autre part, et les examiner séparément. Décider *a priori* qu'on examinera d'abord le cas où un des coefficients a, b, a', b', est nul, puis le cas où deux sont nuls, puis le cas où trois sont nuls est inutile et arbitraire. A quels calculs conduirait cette méthode pour un système de trois équations à trois inconnues ?

Leçon de Spéciales

Elles ont été appréciées avec libéralité. Le jury n'ignore pas que de nombreux candidats n'ont pu, pour des raisons légitimes, consacrer une ou deux années à suivre les cours d'une classe de Spéciales ; il juge donc naturel qu'ils manquent d'aisance pour donner un enseignement adapté aux connaissances d'élèves de classes qu'ils n'ont pu fréquenter. On doit cependant s'étonner que toutes les leçons de Spéciales entendues en 1955, à l'exception d'une demi-douzaine, ou bien soient dépourvues d'exemples ou d'exercices, ou bien, lorsque le texte impose d'en traiter, que le choix de ces exemples soit pauvre, les méthodes de recherche lourdes et souvent poussiéreuses, le ton des candidats sans conviction. L'enseignement d'une théorie générale, qui n'est illustré d'aucun exemple et d'aucun exercice, est incomplet et risque d'être inefficace.

7. Une des méthodes les plus simples pour démontrer l'unicité de la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples de la forme $\frac{A}{(z - a)^\alpha}$ est l'analyse. La méthode de recherche par analyse-synthèse s'applique aussi bien en analyse qu'en géométrie et ne devrait être écartée que quand on peut lui en substituer une

meilleure. Celle du candidat, lourde, a pris beaucoup de temps et n'a permis à celui-ci d'exposer qu'un seul exemple : intégration de $\frac{x^4}{(x^2+1)^2}$.

13. Les opérations sur les développements limités supposent la connaissance de l'ordre auquel on opère.

Pour trouver un équivalent à arc $\sin \frac{2(x-1)}{5-2x+x^2}$ pour $x=1$, il n'est pas recommandé de poser $x=1+h$ et de développer à l'ordre deux ; la théorie des équivalents s'applique ici trop évidemment.

15. Soit $F(x)=\int_a^x f(t)dt$, l'hypothèse $F(x)$ tend vers une limite, n'entraîne pas la conclusion : $f(x)$ tend vers o lorsque x tend vers a. On peut l'ignorer ; il est moins excusable de démontrer le contraire.

17. Le texte de la leçon impose l'étude du changement de variable dans une intégrale définie ou indéfinie ; cette rédaction souligne la nécessité de déterminer avec soin les nouvelles limites. Le candidat qui a traité la leçon se borne au changement de variable $x=\varphi(t)$ [en ne disant rien de $\psi(x)=t$] et au cas où $\varphi(t)$ est une fonction croissante de t. Il serait souhaitable que dans un exemple au moins soit examiné le cas où $\varphi(t)$ n'est pas monotone dans l'intervalle considéré.

L'efficacité de la leçon est compromise par le choix des exemples qui sont tous, ou à peu près, de la forme $\int f'(x)dx$.

22 et 23. Les développements de e^x, $\sin x$, $\cos x$, s'obtiennent simplement en appliquant la formule de Mac Laurin ; il est donc inutile de les retrouver par la méthode de l'équation différentielle et de s'attarder par surcroît à des développements hors sujet comme la démonstration de $e^x e^y = e^{x+y}$. Il ne reste plus alors de temps pour exposer cette dernière méthode avec soin en variant les exemples ; les deux candidats ont naturellement choisi $(1+x)^m$; l'un des deux a bien indiqué qu'on pourrait appliquer la méthode générale à $(\arcsin x)^2$, $[L(1+x)]^2$, mais a paru satisfait de constater qu'elle s'applique à ces exemples en laissant à l'auditeur le soin de faire le calcul effectif des coefficients et l'étude de la convergence.

26. Nous avons entendu sur ce sujet : intégration de $y''+py'+qy=f(x)$, $f(x)$ étant une combinaison linéaire de monômes en $\cos x$, $\sin x$, e^x, une leçon pas très bien composée, mais correctement et fermement pensée. Il ne paraît pas utile de supposer p et q complexes. Il est des cas, assez rares, où il est avantageux de commencer une étude par le cas général ; celui-ci en est un. On gagne du temps et l'exposé est plus clair en intégrant d'abord $y''+py'+qy=Ae^{rx}$, et en indiquant, en conclusion de cette étude, l'expression, dans les différents cas, de la solution générale. La détermination effective de cette solution peut, en général, se faire alors par identification.

27. Le candidat, cherchant à séparer les racines de $x-L(1+3x^2)=0$, néglige le fait que cette équation admet o pour racine et ne peut, par conséquent, conclure, car, dit-il, nous n'avons pas de table de logarithmes.

33. La leçon : enveloppe d'une droite (D) $ux+vy+w=0$, u, v, w fonctions banales de t, aurait sans doute été moins mauvaise si le candidat avait raisonné par analyse et synthèse, très vieille méthode, certes, injustement méprisée, et qui s'applique dans la majorité des cas. Il est parti, *a priori*, de la recherche du point commun à (D) et à (Δ) correspondant à $t+\Delta t$; en démontrant, même correctement, que ce point M a une position-limite I et que la courbe (C), lieu de I, si elle existe et sous certaines réserves, est l'enveloppe de (D), on n'a pas résolu, de façon entièrement satisfaisante, la question de l'enveloppe. Le choix de la méthode étant imposé

a priori, si l'on conclut à l'existence ou à la non existence de l'enveloppe, il restera à examiner si le choix d'une autre méthode conduirait aux mêmes conclusions, et dans le cas de l'existence, à la même enveloppe.

Pour que la courbe (C) soit l'enveloppe des droites (D), il faut qu'une droite (D) quelconque soit tangente à la courbe (C) et qu'une tangente quelconque à la courbe (C) soit une droite D ; la suppression dans cet énoncé du mot quelconque le prive de sens.

34. On peut considérer la famille de courbes $f(x, y, \lambda)$ comme la famille des courbes intégrales de $F(x, y, y') = 0$ et lier la question de l'enveloppe de ces courbes à celle des intégrales singulières. Cette étude, très intéressante, est délicate ; l'exposé très soigné qu'a présenté le candidat, n'est manifestement pas rigoureux et conduit à des conclusions inexactes, dans le cas, par exemple, de $f(x, y) - \lambda = 0$. Il dépasse les possibilités d'un élève de Spéciales [conditions d'existence des fonctions x, y de λ définies par $f(x, y, \lambda) = 0$, $g(x, y, \lambda) = 0$].

36. Signalons, une fois encore, que le point M de coordonnées x, y, z, fonctions de deux paramètres indépendants u, v, ne décrit pas nécessairement une surface.

EPREUVES PRATIQUES

Elles ont été effectuées au Lycée Saint-Louis les 14 et 15 juillet.

Composition d'Epure : *Sujet.* — Le centre des axes coïncide avec le centre de la feuille. La ligne de terre est sur le petit axe de la feuille ; elle porte l'axe $y'y$ orienté de la gauche vers la droite. Les données sont exprimées en centimètres.

On donne les points O [8, 0, 8] ; A [11, 0, 8] ; B [11, 12, 20] ; S [14, 0, 8].

Un hyperboloïde de révolution (H) est engendré par la rotation de la droite AB autour de la verticale de O. Un paraboloïde hyperbolique (P), à plan directeur horizontal, a pour génératrices la droite AB et la verticale de S.

1° Les surfaces (H) et (P) ont en commun une droite et une courbe (C) ; construire (C).

2° Soit (Ω) le cône de sommet S et dont les génératrices rencontrent (C) ; il rencontre (H) selon une courbe (Γ). Construire (Γ).

3° Représenter la portion d'hyperboloïde supposé plein intérieur au cône (Ω) et situé entre les plans horizontaux de cotes 8 et 20. Par convention l'extérieur du cône est la région d'un seul tenant qui contient le point C [20, 0, 20].

Déterminer sur l'épure un point courant et un seul pour chaque courbe construite et la tangente en ce point et, éventuellement, les asymptotes (que l'on tracera à l'encre bleue), les points remarquables et les tangentes en ces points. Parmi ceux-ci figurent les points communs à (C) et (Γ).

Indiquer sur une notice les particularités remarquées et les méthodes employées.

Rapport de M. Théron, *correcteur.* — La réalisation de l'épure demandée aux candidats admissibles ne doit pas présenter de difficultés pour un bon élève de Mathématiques Spéciales ; il est très étonnant de constater que les notes attribuées aient été si basses, quelle qu'ait été l'indulgence du barème. La détermination de la courbe (C) et de son asymptote par leurs deux projections, avec un graphique correct, mais sans même la ponctuation de (C) et la représentation de l'hyperboloïde avec ses contours apparents, suffisait en effet pour obtenir la note 6, note qui n'est dépassée que par dix candidats.

Toute la partie relative à (Γ) n'a été quelque peu traitée que sur une dizaine d'épures. Une seule, notée 14, quoique présentant bien des lacunes, offrait à l'œil un dessin qui avait quelques rapports avec l'épure exacte et témoignait de l'effort de son auteur pour voir dans l'espace. La seconde, notée 10, a reçu cette note à cause d'une bonne notice, la seule en particulier à indiquer que les courbes (C) et (Γ) se correspondent dans une homologie involutive de point double S et dont le plan double est

le plan polaire de S par rapport à (H), propriété donnant les tangentes à (Γ) et se conservant en projection horizontale.

De nombreuses épures se réduisent à des dessins informes et fragmentaires, ce qui explique les quatre notes 1 et les cinq notes 2 attribuées.

Il semble qu'un entraînement même modeste à l'exécution d'épures procurerait aux candidats, sans grande fatigue intellectuelle, de solides chances d'améliorer de plusieurs points le total de leurs notes.

Composition de Calcul numérique : *Sujet.* — On considère l'équation différentielle :

(1) $$2x(1-x)y' + y - 2x = 0.$$

1° *Sans chercher à intégrer,* montrer qu'il existe une solution, et une seule, $Y(x)$, qui soit holomorphe pour $x = 0$. On posera :

(2) $$Y(x) = a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n + \ldots,$$

et l'on déterminera les coefficients, ainsi que le rayon de convergence R de la série (2). Comment se comporte la solution générale de (1) au voisinage de $x = 0$?

2° Montrer qu'il existe une valeur réelle α, et une seule, comprise entre $-R$ et $+R$, pour laquelle $Y(x)$ est égal à $-0{,}2$. Calculer cette valeur α à 10^{-3} près.

3° Dans le plan de la variable complexe x, il existe un cercle de centre α et de rayon ρ à l'intérieur duquel $Y(x)$ ne prend qu'une fois la valeur $-0{,}2$. Sans chercher à déterminer exactement ρ, proposer une quantité ρ' positive telle que ρ est certainement supérieur à ρ'.

Rapport de M. Milloux, *correcteur.* — La composition de Calcul numérique comporte trois parties d'inégale difficulté. La première partie consiste à trouver et à étudier sommairement la solution holomorphe au voisinage de l'origine, d'une certaine équation différentielle du premier ordre, d'un caractère très simple. Tous les candidats ont traité, en général convenablement, cette première partie.

Le second paragraphe contient l'un des deux calculs numériques demandés dans la composition. Il s'agit de rechercher la valeur de α pour laquelle la solution holomorphe — connue sous forme de série entière — est égale à une constante donnée. Il se trouve que la série dérivée est positive dans l'intervalle de convergence, ce qu'il est facile de constater, et qu'il en est de même de la série dérivée seconde, tout au moins, pour cette dernière, dans le voisinage de α. Il est pénible de constater que ces deux propriétés, qui sont si commodes à utiliser, n'ont été vues et exploitées que par un petit nombre de candidats. Les résultats à peu près exacts sont tous grossièrement approchés, et des méthodes invraisemblables, dénuées de toute rigueur, donnent à penser, une fois de plus, que la presque totalité des candidats à l'agrégation se désintéressent du calcul numérique.

Enfin, le troisième paragraphe, plus difficile, propose de chercher le rayon d'un cercle de centre α dans lequel la solution étudiée ne prend qu'une fois la valeur imposée en α. Ce cercle existe évidemment, puisqu'il y a univalence locale en α. Les résultats obtenus par les candidats valent d'être soulignés : l'un d'eux a reconnu l'existence du cercle, ce qui est déjà quelque chose ; un second a, sans explication, entamé les calculs, puis les a abandonnés presque aussitôt. Un troisième a déclaré que, s'il avait le temps, il étudierait la question à la lumière du théorème de Rouché. Ces trois candidats ont bénéficié de quelques points pour leurs intentions honnêtes.

Quant aux autres qui ont cru traiter la question, ils sont tombés à plaisir dans le piège qu'elle contenait, en confondant l'univalence locale avec l'univalence dans un domaine (l'univalence n'ayant d'ailleurs qu'un lointain rapport avec la question proposée). Pour eux, la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction, holomorphe dans un domaine, y soit univalente, est que la dérivée ne s'y annule pas. Conséquence : la fonction exponentielle est univalente dans tout le plan ; en parti-

culier comme e^0 est égal à 1, $e^{2i\pi}$ est différent de 1 ; donc, ou bien $\cos(2\pi)$ est différent de 1, ou bien $\sin(2\pi)$ est différent de 0, à moins que ce ne soit l'un et l'autre. Il faut espérer que quelques-uns des candidats, qui ont utilisé un tel théorème, liront ce rapport, de façon à se réjouir de la remarquable conséquence qui vient d'en être tirée.

En résumé, l'épreuve a été bien mal traitée. Les notes s'en ressentent : elles ne dépassent pas 12, et sont pour la plupart voisines de 6.

RESULTATS GENERAUX

Les totaux des notes obtenues par les admissibles pour l'ensemble des épreuves en 1954 s'échelonnent entre 113 et 316, alors qu'en 1953 les nombres extrêmes étaient 124 et 334 (moyennes sur 20 : en 1954, 5,6 et 15,8 contre 6,2 et 16,5 en 1953). Le nombre des admissibles était sensiblement le même (47 en 1954, 48 en 1953) ; 157 concurrents en 1954, 148 en 1953 se sont effectivement présentés au concours. En outre, les barèmes des compositions écrites ont été plus généreux en 1954 qu'en 1953 ; l'appréciation des leçons d'oral a témoigné elle aussi d'une extrême indulgence ; on pouvait espérer, dans ces conditions, que les résultats de l'agrégation en 1954 seraient comparables à ceux du concours de 1953 et permettraient de proposer pour le titre d'agrégé un nombre au moins égal de candidats. Cet espoir a été déçu ; les résultats numériques confirment l'impression que donnait la correction des compositions écrites et qui s'est accusée, au cours des épreuves orales, celle d'une faiblesse générale de l'ensemble des candidats.

Le jury n'a donc pu proposer pour l'admission définitive, que les 26 candidats ayant totalisé 185 points au moins, c'est-à-dire ceux dont la moyenne était de 9,25 au moins. Les agrégés se répartissent ainsi : 7 élèves de l'Ecole Normale Supérieure (Ulm), 5 élèves de l'Ecole Normale Supérieure (St-Cloud), 2 étudiants libres, 1 élève des Centres pédagogiques régionaux, 1 assistant de Faculté, 10 professeurs titulaires (9 enseignants dans les lycées ou collège, 1 détaché).

Deux des admissibles sur les sept qui n'étaient pas encore titulaires du certificat ont été dispensés des épreuves théoriques et pratiques et trois autres des épreuves théoriques seulement du nouveau C.A.P.E.S.

Les dix professeurs titulaires, nommés agrégés, ont été, soit maintenus dans les postes qu'ils occupaient (6), soit nommés dans une chaire de Mathématiques Elémentaires de lycée (4). Nous sommes heureux de rendre hommage à ces derniers qui, déjà installés dans une ville, logés, ayant quelquefois des charges de famille, ont accepté avec simplicité les ennuis et les risques d'un déménagement pour aller occuper ailleurs des chaires de Mathématiques Elémentaires qui, sans cela, seraient restées sans titulaires agrégés. Il est très réconfortant de constater que, grâce à eux, grâce aussi aux agrégés non encore dans les cadres, dix classes de Mathématiques Elémentaires de lycées vacantes en juillet 1954, ont été pourvues ; la onzième, dans un lycée mixte, a été attribuée à une agrégée.

*
**

Le bilan de l'agrégation, établi comme nous l'avons exposé dans le rapport de l'année dernière, résulte de la comparaison de deux nombres : 1° celui des candidats provenant des Ecoles Normales Supérieures, des Facultés et des C.P.R. qui ont été nommés agrégés ; 2° celui de ces agrégés qui ont reçu, au mouvement de 1954, une première nomination dans l'Enseignement du Second Degré. Nous négligeons donc dans cette statistique les candidats à l'agrégation déjà professeurs titulaires de lycées, collèges, écoles normales, enseignement technique, qui n'ont fait que changer de cadre sans que ce changement influe sur le total des enseignants.

Seize agrégés nouveaux, proviennent des E.N.S., Facultés et C.P.R. ; 4 ont été autorisés à faire une quatrième année d'école normale, et, un seul a été appelé au service militaire avant le 1er octobre 1954.

Onze d'entre eux ont donc été pourvus d'une nomination de professeur dans l'Enseignement du Second Degré ; dans ce nombre, sont compris ceux qui, nommés au début de l'année scolaire et installés, ont été ultérieurement appelés au service militaire.

Il nous a paru équitable d'ajouter à ce nombre onze, celui des agrégés qui, reçus à l'agrégation dans les années précédentes, ont sollicité et obtenu en 1954 une première nomination, soit après une quatrième année d'école normale, soit après un passage dans l'Enseignement Supérieur ou la Recherche Scientifique. Ils sont quatre ; deux sont agrégés de 1952 (l'un d'eux a pu être nommé en Mathématiques Supérieures), et deux, agrégés de 1953 ; cet appoint porte à 15 le nombre des agrégés qui ont occupé en 1954 un poste dans l'Enseignement Secondaire pour la première fois.

Le bilan, pour les années 1953 et 1954, établi par comparaison de listes nominatives, donc aussi exact que possible, est de 29 premières nominations dans l'enseignement du Second Degré pour 30 agrégés non encore intégrés dans les cadres de notre enseignement. Il paraît très rassurant, si l'on ne tient pas compte du déficit des années antérieures, souvent signalé mais qui n'a pas, à notre connaissance, été chiffré. Il est prudent d'attendre, pour conclure, les résultats d'une statistique portant sur un plus grand nombre d'années.

*
**

Quinze agrégés de 1954 ont une moyenne supérieure ou égale à 10 (ils étaient 20 en 1953). Les moyennes des quatre premiers sont 15,8 ; 12,6 ; 11,7 ; 11 (en 1953 elles étaient 16,7 ; 15,8 ; 14 ; 13,5).

L'impression déjà donnée par les rapports particuliers concernant les épreuves écrites d'une faiblesse générale des résultats, impression aggravée par les épreuves orales, se traduit ici en notes chiffrées. Le fléchissement du niveau du concours est extrêmement sensible et préoccupant ; certes, il y a des raisons de croire qu'il a été accentué par une accumulation fortuite de circonstances défavorables qui ne se reproduira pas ; la répartition des scientifiques entre mathématiciens et physiciens dans les promotions de Normaliens et dans les Facultés peut influer, en dehors de tout contrôle, sur la qualité des candidats ; la promotion d'élèves de l'Ecole Normale Supérieure de St-Cloud qui s'est présentée à l'agrégation en 1954 est la dernière de celles qui furent recrutées avec les anciens programmes ; ces facteurs, d'autres encore, ont joué dans le même sens ; ils ont rendu sensible le fléchissement, ils ne l'ont pas provoqué.

Le concours d'agrégation de Mathématiques a atteint son rendement maximum et cela depuis plusieurs années ; le nombre des candidats diminue ; il était en 1954 de 143 (candidats effectifs, ayant remis quatre compositions écrites) contre 170 en 1950 et 185 en 1935, et malgré cette diminution du nombre de candidats, l'augmentation de nos besoins a conduit à augmenter le nombre des agrégés : il était de 19 en 1935 pour 185 candidats, il est aujourd'hui de 26 pour 143 candidats.

Le mécanisme de l'affaiblissement du concours est alors très clair ; il prélève, en 1954 par exemple, 16 candidats sur l'apport neuf des Ecoles et des Facultés, et le complément, 10, sur la réserve ; cette réserve ne se reconstitue pas, les 16 candidats prélevés sur l'apport des Ecoles et des Facultés, représentent tout ce qui était valable dans cet apport ou à peu près, et l'agrégation de Mathématiques ressemble à un malade atteint de leucémie auquel on ne fait pas de transfusion de sang.

Nous n'oublions pas le secours que lui a apporté le groupement dans les Centres pédagogiques régionaux, à proximité, par conséquent, des Facultés, de licenciés sélectionnés par un concours ; c'est à cet apport précieux d'éléments jeunes que nous

devons la très légère augmentation de l'effectif entre 1953 et 1954 ; 136 candidats en 1953, 143 en 1954. La création des C.P.R. a donc eu pour résultat de stopper la diminution du nombre des candidats à l'agrégation ; elle ne suffira pas, à elle seule, à renverser le mouvement et à faire que ce nombre augmente sensiblement et régulièrement.

La diminution du nombre des candidats à l'agrégation de Mathématiques nous paraît plus préoccupante que la faiblesse du concours en 1954. Dans un remarquable article, publié dans l'*Education Nationale* (6 janvier 1955), M. le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré, interprétant des statistiques portant vraisemblablement sur les effectifs des candidats *et candidates* aux diverses agrégations scientifiques, constate que le nombre de ceux-ci a augmenté de 51 à 54 pour toutes les agrégations, sauf pour celle de Mathématiques. « Il faut, écrit-il, trouver à cela des raisons particulières à cet enseignement. Force est pour nous de constater qu'il a moins de succès auprès des étudiants des Facultés que les autres disciplines scientifiques. »

Le certificat de Calcul différentiel et intégral étant le seul dont la possession soit imposée aux candidats à l'agrégation de Mathématiques, il serait intéressant de déterminer si la diminution du nombre de candidats à cette agrégation correspond à une diminution du nombre des candidats à ce certificat. Il passe dans le monde des étudiants pour un obstacle difficile à franchir sur la route déjà longue qui mène à l'agrégation.

Nous terminerons ce rapport en rappelant que dix professeurs titulaires de lycées ou de collèges sont cette année au palmarès de l'agrégation ; l'un d'eux est âgé de 39 ans, un autre de 45 ans. Ce dernier a été reçu avec le numéro 4 ; ni l'un, ni l'autre n'ont demandé de congé pour leur préparation. Ce très bel exemple de ténacité et de courage, le succès très net qui en est la récompense, témoignent que l'agrégation est un concours accessible à la plupart de nos professeurs ; ils témoignent aussi de la qualité du corps enseignant.

R. Dontot, *Inspecteur général de l'Instruction Publique.*

DEUXIÈME PARTIE

Mathématiques modernes et enseignement secondaire

Parmi les sujets qui ont été traités au cours des « Journées internationales de Sèvres », l'un d'eux nous intéresse tout particulièrement. Il y fut traité des « Rapports entre les Mathématiques modernes et notre enseignement dans les Lycées ».

Il nous fut dit que « nous nous comportions en parfaits guides » d'un prestigieux musée où étaient conservés d'admirables joyaux mathématiques que nous mettions à honneur de présenter dans leur plus bel éclat et sous l'éclairage le plus prestigieux, sous la vigilante tutelle des Conservateurs, qui nous sauraient mauvais gré d'introduire en ces lieux sacrés, aucune des préoccupations actuelles des Mathématiques modernes.

Puis instruction nous fut donnée de l'effort de l'Ecole Mathématique Moderne. Quelques citations sont ici nécessaires :

« Une des contributions essentielles de ces Mathématiques a été de dégager les « structures fondamentales des Mathématiques. Les plus importantes de ces struc- « tures étaient déjà en germe dans le plus classique des êtres mathématiques : « l'ensemble des nombres réels ou droite réelle R : structure algébrique, structure

« d'ordre, structure topologique, structure d'espace métrique, d'espace vectoriel, etc... « Ces structures fondamentales se retrouvent partout en Mathématique et on conçoit « qu'il y ait intérêt à étudier séparément chacune d'elles... tout progrès effectué dans « l'étude d'une structure particulière facilitant l'étude de tous les êtres mathémati- « ques qui possèdent cette structure. Le mathématicien moderne reconnaît assez « aisément dans un problème quelles sont les structures qui sont en jeu. Il a aussitôt « à sa disposition un arsenal de résultats connus concernant ces structures et il ne « fait pas la faute de chercher à résoudre le problème par le recours à des structures « étrangères à la question. »

Comparant l'évolution des Mathématiques à celle de l'industrie :

« Autrefois régnait l'artisan qui fabriquait avec amour une belle " machine " (ce « sont ces joyaux qui peuplent notre Musée).

« Aujourd'hui on étudie séparément chaque pièce de cette machine et on cons- « truit un ensemble de mécanismes (machine-outil) dont chacun peut fabriquer une « seule pièce de cette machine. Cette fabrication séparée de chaque pièce de la « machine permet à des spécialistes d'apporter toute leur attention à cette fabrica- « tion, d'où le caractère de *perfection* et de *fini* de ces pièces, ce qui permet de noter « dans les Mathématiques modernes le caractère de *précision* et de *rigueur* des rai- « sonnements. Toutes les pièces fabriquées, il ne reste qu'à les assembler pour obtenir « la machine cherchée...

« A la standardisation des pièces détachées correspond en Mathématiques « modernes une standardisation de la *terminologie* et des raisonnements qui *facilite* « *énormément la diffusion* des nouveaux résultats...

« Les machines-outils ne sont rentables que parce qu'elles permettent de cons- « truire de nombreuses machines. De même, l'effort que l'analyste s'impose en fai- « sant une étude approfondie des structures élémentaires serait *démesuré* s'il ne lui « permettait de résoudre un problème unique accessible par des moyens moins « puissants, en d'autres termes *s'il prenait un pavé pour écraser une mouche.*

« Il existe un certain nombre de structures fondamentales que l'on retrouve « presque universellement dans toute question d'analyse : relation d'équivalence, « ensemble ordonné, groupe, anneau, corps, espace topologique, espace métrique, « espace vectoriel, espace de Hilbert, variété différentiable, etc...

« Leur utilisation conduit à des énoncés s'appliquant, non à un *seul* être mathé- « matique, mais à toute une *classe d'êtres.* Cet élargissement du champ d'action n'a « pas seulement pour effet l'obtention de résultats plus généraux. Il fournit en outre, « et c'est là son principal intérêt, une meilleure connaissance de chacun des êtres « étudiés : on connaît mieux un individu si l'on connaît aussi ceux qui vivent avec « lui ; un mot dans une phrase, une phrase dans un texte, ne prennent leur plein « sens que si l'on connaît le contexte...

« La géométrie élémentaire, telle qu'on l'enseigne actuellement, a conservé trop « souvent, de ses origines, un caractère statique. De nombreux énoncés pourraient « être clarifiés et enrichis si on leur donnait un aspect plus dynamique. Ainsi, à « l'énoncé : " Dans un triangle, au plus grand angle est opposé le plus grand côté « et au plus petit angle le plus petit côté ", serait *préférable* l'énoncé suivant : " La « correspondance qui, à tout angle d'un triangle fait correspondre le côté opposé, est « un isomorphisme entre la structure d'ordre des angles et la structure d'ordre des « côtés ".

« Le formalisme même des Mathématiques modernes, leur recours constant à « des structures très générales, conduisent par contre presque automatiquement à « des énoncés concernant des familles d'ensembles ou de fonctions et garantissent « ainsi à ces Mathématiques un aspect dynamique fécond. »

Ces longues citations étaient nécessaires pour bien poser la question : ayant ainsi pris connaissance des préoccupations des mathématiciens modernes, dans quelle mesure et comment devons-nous en tenir compte dans notre enseignement ?

Il est très certain que ceux de nos élèves, les meilleurs, qui nous quittent pour poursuivre leurs études mathématiques, soit en Faculté, soit dans les Grandes Ecoles, avaient autrefois le sentiment de poursuivre et d'approfondir des études déjà commencées. Ils se trouvent aujourd'hui devant un hiatus profond. Ils ont l'impression d'être appelés à étudier une science nouvelle, dont nul ne leur a jamais parlé, et qui, plus est, ils l'entendent professée dans un langage étrange.

Exemple : Sortant de Mathématiques Spéciales, reçu à l'Ecole Normale Supérieure, il a la curiosité de regarder ce qui va lui être enseigné l'année suivante. Autrefois, il faisait l'acquisition du livre de Goursat. Il retrouvait dans le tome I des êtres bien connus de lui et comprenait aisément qu'il allait avoir à reprendre des questions qui l'avaient intéressé et que l'on avait timidement abordées. Il s'enthousiasmait à l'idée de revenir sur ce sujet pour faire avec eux plus ample et plus profonde connaissance. Des visages amis lui faisaient signe. Il avait confiance et joie.

Aujourd'hui... Tome I : Collection de symboles mystérieux, de noms curieux. De loin en loin quelque signe d'addition ou d'inégalité. Tome II : Même aspect. Tome III : Un titre familier. Il respire : Fonctions numériques. Enfin des visages moins étranges : Limite supérieure, inférieure, oscillation. Puis : Proposition 2 : Si...

Autrement dit : Les fonctions continues en x_0 constituent une sous-algèbre et un treillis de l'espace ordonné F (E, R)...

...Découragé, il décide de faire de la Physique : Peut-être, pense-t-il, sera-t-elle enseignée en français...

On nous dira, à nous, professeurs d'Enseignement Secondaire : C'est votre faute. Si, au lieu de perdre votre temps à faire admirer à vos élèves ces antiques joyaux construits par les mathématiciens du temps passé : d'Alembert, Rolle, Mac-Laurin, Cauchy... vous vous jetiez vous-mêmes à l'eau pour apprendre les travaux « dynamiques » des temps actuels et en transfusiez le sens profond à nos futurs élèves, ceux-ci, devenus déjà Chinois par vos soins, trouveraient très naturels et passionnants les exercices nombreux et progressifs que nous allons leur proposer.

Parvenu bientôt à la fin d'une longue carrière, où j'aurais eu l'occasion de professer dans presque toutes les classes de nos Lycées, quand je compare ce qui se faisait en Mathématiques Elémentaires aux alentours de 1920, et ce qui s'y fait en 1955, je crois qu'il y a quelque différence et peut-être quelques progrès. Pour m'en tenir à des préoccupations voisines de celles qui précèdent, j'ai pu constater les lents, très lents progrès que l'enseignement du calcul vectoriel a faits depuis 30 ou 40 années. Il s'agissait pourtant de peu de choses et combien utiles !...

Et si un trou profond s'est creusé, en Mathématiques, entre la science qui s'apprend sur les bancs du Collège et celle qui se fait : est-ce bien à nous à combler ce trou ?

Pour atteindre les sommets, il y a des sentiers abrupts mais rapides qui y conduisent vite les alpinistes de génie... Les routes carrossables sont difficiles à construire que devront suivre ceux qui ont besoin d'apprendre pour savoir.

Et puis, et surtout...

Est-ce bien notre rôle de consacrer nos efforts... surtout aux futurs génies... qui n'en ont que faire.

La grande masse de nos élèves, ceux que l'on nomme « scientifiques », ne constituera pas dans la société de demain un « ensemble dense de mathématiciens du type moderne ». Destinés à animer ce qui est scientifique dans la vie concrète de leurs contemporains, ils n'auront guère à utiliser, au cours de leur existence, que quelques-uns de ces « joyaux » conservés en notre musée et surtout les habitudes d'ordre, de méthode, de simplicité et de clarté dans l'expression de leur pensée que nous aurons su leur donner. Et si, pour ce faire, nous sommes amenés à refaire plusieurs fois sous des apparences légèrement différentes des démonstrations qu'un procédé « moderne et perfectionné » eût obtenues sous sa forme la plus générale, une fois pour tou-

tes, n'est-ce pas cette répétition, cette réitération de l'effort qui doit caractériser *à notre niveau*, notre pédagogie.

Il est bien possible qu'en l'année 3000, les « adhérences », les « treillis » et les « sous-algèbres » soient devenues notions élémentaires, familières dès le plus jeune âge au citoyen moyen, mais nous aurons alors moins de chance si nous revenons sur terre en ces temps lointains qu'en auraient Pythagore ou Euclide s'ils revenaient parmi nous.

Que dans notre vénérable musée il y ait de vieilles et belles toiles à décrocher des murs et à ranger dans les « archives » pour la joie future des historiens de demain, cela est certain. Mais abandonner Beethoven, Bach et Mozart pour se consacrer entièrement à la musique « abstraite »... nous sommes seulement en 1955.

Et notre langue est encore la langue française, celle des « petits Français » d'aujourd'hui.

H. Mirabel, *professeur au Lycée St-Louis.*

A propos des différentielles des fonctions de plus d'une variable

Il existe deux types de définition de la différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables.

Les uns la définissent comme une combinaison linéaire des dérivées partielles du premier ordre dont les coefficients constituent de nouvelles variables indépendantes. La différentielle, calculée en un point particulier, apparaît ainsi comme une forme linéaire par rapport aux nouvelles variables.

On montre immédiatement, en prenant comme fonctions particulières chacune des variables x, y, z, que les coefficients ne sont autres que dx, dy, dz.

On montre ensuite que la dérivation des fonctions composées équivaut à l'invariance de *la forme* de la différentielle totale dans tous les changements de variables.

La dérivation des fonctions implicites s'exprime par la différentiation des relations qui relient des variables non indépendantes.

Une autre méthode, qui paraît avoir les faveurs d'éminents mathématiciens, considère l'accroissement de la fonction correspondant à des accroissements infiniment petits des variables et définit la différentielle comme la partie linéaire de cet accroissement. Cette seconde façon de faire me paraît présenter des inconvénients à la fois d'ordre logique et d'ordre psychologique.

Inconvénients d'ordre logique : La différentielle apparaît ainsi uniquement comme un infiniment petit. Ceci paraît en contradiction avec le rôle que jouent les différentielles quand on définit la multiplicité linéaire tangente à une multiplicité donnée, car alors les différentielles des variables indépendantes ne sont nullement des infiniment petits, mais des scalaires arbitraires pouvant varier de $-\infty$ à $+\infty$. Vouloir considérer les différentielles des variables comme des accroissements, conduit à limiter arbitrairement leurs variations lorsque le domaine de continuité de la fonction et de ses dérivées du premier ordre ne s'étend pas à l'infini dans toutes les directions.

Inconvénients d'ordre psychologique : En écrivant que Δf est la somme de df et de termes résiduels, que l'on qualifie assez naturellement « d'ordre supérieur », on conduit le lecteur presque invinciblement à croire que Δf et df sont deux infiniment petits équivalents, c'est-à-dire que leur rapport tend vers 1 quelle que soit la façon dont les accroissements des variables tendent vers 0.

Or, très peu d'ouvrages, je crois (et peut-être même pas un seul), mettent le lecteur en garde contre cette erreur, et, au surplus, les plus grands auteurs s'y sont eux-mêmes laissés prendre. C'est ainsi que l'on trouve énoncé sans restriction l'équivalence de Δf et de df dans les *Leçons de calcul différentiel et intégral*, de Cauchy, publiées par l'abbé Moigno en 1840. Une affirmation analogue, bien qu'un peu plus

obscure, se trouve dans le *Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique*, de Sturm. On la trouve également dans plusieurs ouvrages de Mathématiques Spéciales et de Mathématiques Générales publiés depuis une quarantaine d'années.

Or, il y a là une erreur manifeste : *le théorème de l'équivalence de Δf et de df n'est valable que sous certaines restrictions.*

Il ne peut pas être exact lorsque le point M $(x, y, z, \ldots)$ tend vers M_0 $(x_0, y_0, z_0, \ldots)$ par des chemins en spirale ayant M_0 pour point asymptote. Car de tels chemins rencontrent une infinité de fois la multiplicité $f(M) = f(M_0)$ pour laquelle on a $\Delta f = 0$ et $df \neq 0$, tandis que, aux points où ils rencontrent la multiplicité linéaire tangente, on a $df = 0$ et $\Delta f \neq 0$; de sorte que le rapport $\frac{\Delta f}{df}$ oscille indéfiniment entre $-\infty$ et $+\infty$. Le fait que ce rapport prend des valeurs négatives est immédiat, par exemple dans le cas de deux variables, car dans la région du plan comprise entre la courbe $f(M) = f(M_0)$ et sa tangente en M_0, Δf et df sont de signes contraires.

Il est d'ailleurs d'autres chemins que nul ne saurait récuser, pour lesquels le théorème est faux : il s'agit des chemins tangents en M_0 à la multiplicité considérée. Une analyse très simple montre alors qu'on peut trouver pour $\frac{\Delta f}{df}$ des limites absolument quelconques. Le lecteur que cette question intéresse pourra se reporter à une note publiée dans la *Revue de Mathématiques Spéciales* de février 1955, où, après l'examen de plusieurs exemples, deux théorèmes précis sur le sujet sont énoncés et démontrés. Ils sont d'ailleurs fort simples et l'on ne peut que s'étonner de voir que depuis plus de cent ans, ils ne semblent pas avoir été aperçus.

Cette curieuse histoire me paraît mériter quelques réflexions concernant, les unes la fameuse « intuition » et les autres le principe d'autorité en Mathématiques. Je ne me permettrai pas de dire du mal de l'intuition, qui est une méthode de recherche et de découverte irremplaçable. Mais, ainsi que l'a montré Henri Poincaré, dans sa célèbre conférence sur l'invention mathématique, ses résultats doivent toujours être repris par le raisonnement le plus rigoureux.

Mais cette méthode de découverte me paraît devoir être proscrite de l'Enseignement Secondaire, où elle ne peut qu'encourager la tendance naturelle des élèves à des vues superficielles et sommaires.

D'autre part, si l'erreur, dont nous parlons, s'est maintenue durant de longues années, c'est très probablement qu'elle s'autorisait de très grands noms et que le respect de ces grands noms empêchait de regarder de trop près leurs affirmations. C'est là une attitude qui me paraît tout à fait regrettable. Pour ma part, je n'ai jamais accepté qu'un principe directeur, celui de Descartes : « Ne jamais recevoir aucune chose comme vraie, qui ne me paraisse évidemment telle. » .

M. Weber,
professeur honoraire de Mathématiques Spéciales au Lycée Condorcet.

A propos de l'orientation dans l'espace

Divers articles parus dans de récents *Bulletins* (M. Mirabel, dans les n^{os} 160 et 167, M. Weber, dans le n° 165) ont attiré l'attention sur la question de l'orientation spatiale. Je me propose de montrer comment la méthode de M. Choquet, exposée dans le *Bulletin* n° 158, qui introduit si élégamment l'orientation dans le plan, peut s'étendre à l'espace.

Décomposition d'une isométrie dans l'espace en un produit de symétries planaires. — On établit d'abord que *toute isométrie dans l'espace est équivalente au*

produit de quatre symétries planaires au plus (cf. *Bulletin* n° 158, p. 24 : extension immédiate). Cette propriété nous invite à étudier les produits de symétries planaires.

RÉDUCTION D'UN PRODUIT DE SYMÉTRIES PLANAIRES. — Considérons (dans l'espace complété) un produit de cinq symétries planaires, soit $P_1P_2P_3P_4P_5$ (en notant simplement chacune de ces symétries par son plan invariant). Les trois plans $P_1P_2P_3$ ont au moins un point commun A, à distance finie ou à l'infini, et les deux plans P_4P_5 ont au moins une droite commune D, à distance finie ou à l'infini.

1) Supposons que *le plan* AD, *étant bien déterminé, ne soit pas le plan de l'infini.* On pourra alors remplacer le produit P_4P_5 par un produit équivalent $P'_4P'_5$ de même arête, en prenant pour plan P'_4 le plan AD, c'est-à-dire un plan situé à distance finie et passant par A. Dans le nouveau produit $P_1P_2P_3P'_4P'_5$ ainsi obtenu, le produit partiel (P_1P_2) $(P_3P'_4)$ *conserve le point* A. Si A est à distance finie, ce sera le produit de deux rotations d'axes concourants (ou confondus) — donc ce sera une rotation. Si A est à l'infini, ce sera, soit le produit de deux rotations d'axes parallèles (ou confondus), soit le produit d'une rotation et d'une translation perpendiculaire à l'axe, soit le produit de deux translations — donc ce sera, soit une rotation, soit une translation. Dans tous les cas (P_1P_2) $(P_3P'_4)$ pourra être remplacé par le produit de deux symétries Q_1Q_2 dont les plans situés à distance finie passent par A, et le produit $P_1P_2P_3P_4P_5$ sera finalement équivalent au produit de trois symétries planaires $Q_1Q_2P'_5$.

2) Cette méthode ne s'applique plus lorsque *le plan* AD, *étant bien déterminé, est le plan de l'infini.* Mais alors la réduction de $P_1P_2P_3P_4P_5$ à un produit de trois symétries planaires reste possible : remarquons, en effet, que dans ce cas P_4 et P_5 sont parallèles (puisque D est à l'infini), tandis que P_3 et P_4 sont sécants (sinon le point A à l'infini serait sur D), et l'on sortira de la conjoncture d'exception en remplaçant d'abord le produit P_3P_4 par un produit équivalent $P''_3P''_4$ de même arête dans lequel P''_4 ne sera pas parallèle à P_5.

En résumé, *le produit de cinq symétries planaires est équivalent au produit de trois symétries planaires.*

Il en résulte qu'*un produit de n symétries planaires, où* $n \geqslant 5$, *peut être réduit de proche en proche à un produit de trois symétries planaires si n est impair, ou de quatre symétries planaires si n est pair.*

CLASSIFICATION DES ISOMÉTRIES DANS L'ESPACE. — Une isométrie dans l'espace T ne peut être équivalente à la fois au produit d'un nombre pair de symétries planaires et au produit d'un nombre impair de symétries planaires. En effet, s'il en était ainsi, TT^{-1}, c'est-à-dire la transformation identique de l'espace, soit I, serait équivalente au produit d'un nombre impair de symétries planaires, donc, d'après le résultat précédent, serait équivalente, soit à *une* symétrie P_1, soit au produit de *trois* symétries $P_1P_2P_3$. Or :

1) on ne saurait avoir $I = P_1$, car I admet un espace de points doubles, tandis que P_1 admet un plan de points doubles ;

2) on ne saurait avoir $I = P_1P_2P_3$, c'est-à-dire $P_1 = P_2P_3$, car P_1 admet un plan de points doubles, tandis que P_2P_3, ou bien admet un espace de points doubles (plans confondus), ou bien n'admet aucun point double (plans parallèles), ou bien admet une droite de points doubles (plans sécants).

Ainsi, *les isométries dans l'espace se répartissent en deux classes exclusives l'une de l'autre,* ce qui justifie la définition suivante :

1) *isométrie directe* ou *positive :* toute isométrie qui équivaut au produit d'un nombre *pair* de symétries planaires ;

2) *isométrie inverse* ou *négative :* toute isométrie qui équivaut au produit d'un nombre *impair* de symétries planaires.

ORIENTATION RELATIVE DE DEUX TRIÈDRES ORIENTÉS. — On définit d'abord l'orientation relative de deux trièdres trirectangles orientés par la classe de l'isométrie bien définie dans laquelle ils se correspondent, puis l'orientation relative de deux trièdres orientés quelconques au moyen de deux trièdres trirectangles orientés qu'on leur associe respectivement (cf. *Bulletin* n° 158, p. 25 : Extension immédiate).

Enfin, *les isométries dans l'espace, qui appartiennent à une famille continue, sont toutes de même sens :* c'est l'énoncé dans l'espace du théorème de M. CHOQUET, qui dote le « bonhomme d'Ampère » de son statut logique.

En tout état de cause, l'outil le plus puissant dans le domaine de l'orientation reste peut-être le calcul vectoriel, qui définit le sens relatif de deux n-vecteurs $(\overrightarrow{U_1}\overrightarrow{U_2}\ldots\overrightarrow{U_n})$ et $(\overrightarrow{V_1}\overrightarrow{V_2}\ldots\overrightarrow{V_n})$ dans l'espace euclidien à n dimensions par le signe du déterminant d'ordre n dont l'élément général (à deux indices i, k) est le produit scalaire $\overrightarrow{U_i}\,\overrightarrow{V_k}$.

Jean CHAUVINEAU, *professeur au Lycée Henri-IV.*

Sur les théorèmes qui permettent de déduire le sens de variation d'une fonction du signe de la dérivée

Notation.

Nous noterons : $]a, b[$ l'ensemble des valeurs x telles que : $a < x < b$,
$[a, b]$ l'ensemble des valeurs x telles que : $a \leqslant x \leqslant b$,
$]a, b]$ l'ensemble des valeurs x telles que : $a < x \leqslant b$,
$[a, b[$ l'ensemble des valeurs x telles que : $a \leqslant x < b$.

Les théorèmes en question sont les suivants :

I. *Si une fonction $f(x)$ est définie et continue dans $[a, b]$, si elle est dérivable dans $]a, b[$ et si sa dérivée $f'(x)$ y est nulle, la fonction est constante dans $[a, b]$.*

II. *Si une fonction $f(x)$ est définie et continue dans $[a, b]$, si elle est dérivable dans $]a, b[$ et si sa dérivée $f'(x)$ est positive, ou nulle pour des valeurs isolées de la variable, dans $]a, b[$, la fonction $f(x)$ est croissante dans $[a, b]$.*

III. *Si une fonction $f(x)$ est définie et continue dans $[a, b]$, si elle est dérivable dans $]a, b[$ et si sa dérivée $f'(x)$ est négative, ou nulle pour des valeurs isolées de la variable, dans $]a, b[$, la fonction $f(x)$ est décroissante dans $[a, b]$.*

Ces trois théorèmes sont d'un usage courant dès la classe de « Mathématiques Elémentaires » où leur démonstration n'est pas au programme. Celle-ci est donnée dans les classes supérieures ; elle est basée habituellement sur la « formule des accroissements finis », qui découle du théorème de Rolle ; en ce qui concerne ce dernier, il y a lieu de remarquer que sa démonstration n'est donnée dans la classe de Spéciales qu'en admettant le théorème suivant : « Une fonction $f(x)$, définie et continue dans $[a, b]$, y admet une borne supérieure et une borne inférieure précises, atteintes respectivement pour une valeur au moins de $[a, b]$. »

Sans prétendre à un exposé original (1) nous voudrions signaler qu'on arrive au but par une méthode plus directe et plus près de la définition de la dérivée. La voici :

THÉORÈME FONDAMENTAL. — « Si une fonction $f(x)$ est définie, continue et dérivable dans un intervalle contenant $[\alpha, \beta]$ et si sa dérivée $f'(x)$ est positive ou nulle dans $[\alpha, \beta]$, on a : $f(\beta) \geqslant f(\alpha)$; si, en outre, il existe au moins une valeur γ de $]\alpha, \beta[$ pour laquelle $f'(\gamma) > 0$ on a $f(\beta) > f(\alpha)$.

(1) Voir H. LEBESGUE : « Leçons sur l'intégration », 2e édition, chapitre V, page 84 et note pages 336-337, et N. BOURBAKI : « Fonctions d'une variable réelle », chapitre I, § 2, n° 2.

Démonstration. — Etant donné $\varepsilon > 0$, arbitrairement petit, on peut, puisque par hypothèse $f'(\alpha) \geqslant 0$, trouver u dans $]\alpha, \beta]$, tel que : $\dfrac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \geqslant -\varepsilon$ pour tout x de $]\alpha, u]$,
c'est-à-dire tel que :

$$f(x) - f(\alpha) \geqslant -\varepsilon (x - \alpha), \qquad \text{pour tout } x \text{ de }]\alpha, u].$$

Comme cette condition a lieu également pour $x = \alpha$, on peut trouver u dans $]\alpha, \beta]$, tel que :

(1) $$f(x) - f(\alpha) \geqslant -\varepsilon (x - \alpha) \qquad \text{pour tout } x \text{ de } [\alpha, u].$$

Soit ξ la plus grande valeur possible de u ; nous allons démontrer qu'on a nécessairement $\xi = \beta$.

Supposons en effet $\xi < \beta$; cela signifie que (1) a lieu pour tout x dans $[\alpha, \xi]$, mais ne peut pas avoir lieu pour tout x dans $[\xi, \xi']$ avec $\xi < \xi' < \beta$.

Or, $f'(\xi) \geqslant 0$; on peut donc trouver ξ' dans $]\xi, \beta[$ tel que :

(2) $$f(x) - f(\xi) \geqslant -\varepsilon (x - \xi) \qquad \text{pour tout } x \text{ de } [\xi, \xi'].$$

En tenant compte de (2) et de (1) lorsque $x = \xi$, à savoir :

$$f(\xi) - f(\alpha) \geqslant -\varepsilon (\xi - \alpha),$$

il vient :

$f(x) - f(\alpha) = f(x) - f(\xi) + f(\xi) - f(\alpha) \geqslant -\varepsilon (x - \xi) - \varepsilon (\xi - \alpha) = -\varepsilon (x - \alpha)$ pour tout x de $[\xi, \xi']$; d'où contradiction, et, par suite $\xi = \beta$. On a donc (1) pour $x = \beta$, c'est-à-dire : $f(\beta) - f(\alpha) \geqslant -\varepsilon (\beta - \alpha)$, et comme ε est arbitrairement petit $f(\beta) - f(\alpha) \geqslant 0$.

Si $f(\beta) = f(\alpha)$ prenons u tel que $\alpha < u < \beta$; le résultat précédent s'applique dans $[\alpha, u]$ et $[u, \beta]$, d'où :

$$f(\alpha) \leqslant f(u) \qquad \text{et} \qquad f(u) \leqslant f(\beta),$$

et par suite $f(\alpha) = f(\beta) = f(u)$; $f(x)$ est donc constante dans $]\alpha, \beta[$, d'où $f'(x) = 0$ dans $]\alpha, \beta[$; il en résulte qu'on a nécessairement $f(\beta) > f(\alpha)$ si $f'(\gamma) > 0$ avec avec $\alpha < \gamma < \beta$ (2).

Les démonstrations des théorèmes I, II, III, résultent immédiatement du théorème fondamental.

Théorème I. — Soient α et β tels que : $a < \alpha < \beta < b$. Le théorème fondamental appliqué à $f(x)$ et à $-f(x)$ permet d'écrire :

$$f(\beta) \geqslant f(\alpha) \qquad \text{et} \qquad -f(\beta) \geqslant -f(\alpha),$$

d'où $f(\alpha) = f(\beta)$.

$f(x)$ est donc constante dans $]a, b[$ et par suite dans $[a, b]$, car elle est continue dans $[a, b]$.

Théorème II. — Soient α et β tels que : $a < \alpha < \beta < b$; il écrit γ dans $]\alpha, \beta[$ tel que $f'(\gamma > 0$, d'où, d'après le théorème fondamental $f(\beta) > f(\alpha)$; $f(x)$ est donc croissante dans $]a, b[$ et par suite dans $[a, b]$, car elle est continue dans $[a, b]$.

Théorème III. — On remarque que le théorème II s'applique à $-f(x)$ (3).

Jacques Legrand, *professeur agrégé au Lycée de Biarritz.*

(2) Cette démonstration du théorème fondamental a beaucoup d'analogie avec une certaine démonstration du « lemme de Borel-Lebesgue ». Cf. H. Lebesgue, ouvrage cité, chapitre VII, page 112 ; dans ce livre l'auteur montre également que le raisonnement par l'absurde de la démonstration peut être remplacé par celui de récurrence transfinie : « Note sur les nombres transfinis », pages 335, 336, 337, 338.

(3) Dans l'énoncé des théorèmes I et II on peut remplacer : « ou nulle pour des valeurs isolées de la variable », par l'hypothèse plus générale : « ou nulle pour des valeurs de la variable non denses (Il faut entendre par là que l'ensemble des points où $f'(x) \neq$ est dense dans $]a, b[$) dans $]a, b[$ ». D'ailleurs dans les ouvrages cités (1), le théorème fondamental est démontré avec des hypothèses plus fortes, ce qui permet des énoncés encore plus généraux pour les théorèmes I et II.

Développements récents dans l'exploration de l'Univers

Notes rédigées d'après une conférence de M. Paul Couderc, *astronome à l'Observatoire de Paris, prononcée lors d'une séance organisée par la Société Astronomique de France à l'intention des professeurs* (Musée pédagogique, 9 décembre 1954).

1. Histoire des idées sur l'Univers.

La valeur culturelle de l'astronomie est démontrée par l'étroite liaison qui existe entre l'histoire de l'humanité et l'évolution des idées sur l'Univers.

L'homme primitif se place tout naturellement au centre de celui-ci. De là, sans doute, le désir persistant au cours des siècles de trouver un centre à l'Univers. Pour Philolaüs, il y a un feu central ; tout au long du Moyen Age, c'est autour de la Terre que tout est ordonné, puis notre globe est dépossédé de ce rôle, mais le Soleil en hérite. Au XIX^{e} siècle, ce dernier n'est plus qu'une étoile ordinaire plongée dans un espace indéfini peuplé d'étoiles de façon quasi-homogène et soumis à la loi de Newton ; la recherche d'un centre de l'Univers n'est pas abandonnée pour autant et l'on propose Sirius, ou bien Persée (Argelander) ou encore Orion ou bien les Pléiades, comme centre.

Dans le « royaume des galaxies », pour reprendre l'expression de Hubble, qui impose sa loi après 1924, la découverte de l'immense amas de Coma Virgo peut, un temps, faire renaître l'espoir d'avoir découvert enfin ce centre insaisissable. Mais aujourd'hui, le télescope Hale, de cinq mètres d'ouverture, du Mont Palomar, peut photographier un milliard de galaxies réparties dans une sphère d'un milliard d'années-lumière de rayon et, dans aucune direction, il ne permet de déceler une raréfaction ou une concentration : aussi séduisante qu'elle ait paru ou qu'elle puisse paraître encore, l'idée que l'Univers a un centre, ne rencontre aucun appui dans l'observation et semble inadéquate dans les cosmologies actuelles.

Ce raccourci historique suffit pour que nous mesurions ce qui nous sépare de nos prédécesseurs d'il y a seulement un demi-siècle : leur conception nous paraît aussi antique que devait leur paraître celle du Moyen Age. L'astronomie moderne est bien vivante : elle a tôt fait de bousculer les idées et de pousser au-delà, avant même qu'on se soit familiarisé avec celles qui nous ont le plus étonnés de prime abord.

2. La Galaxie.

Depuis Herschel on a remarqué la concentration des étoiles vers le grand cercle de la Voie Lactée ; on peut donc se représenter la Galaxie comme un disque.

En 1918, Shapley étudie les *amas globulaires*. Leurs variables pulsantes à courtes périodes (voir plus loin, 3) lui permettent d'évaluer leurs distances. Il voit les amas se répartir dans une sphère, dont le centre indique la position du *noyau galactique*. Celui-ci reste alors inaccessible : l'importance de la matière interstellaire qui le cache impose d'ailleurs, dès 1930, une correction aux premières mesures de Shapley ; ces « fumées galactiques » augmentent de deux unités par 3.000 années-lumière de distance les magnitudes des étoiles et coupent complètement la vue dans la direction du centre de la Galaxie.

L'ancien schéma de Herschel est donc ainsi corrigé : disque de 10^5 années-lumière de diamètre ; distance du Soleil au centre, 27.000 années-lumière ; direction du centre : longitude galactique 327°8, latitude galactique — 1°4 ; masse totale 2×10^{11} fois la masse du Soleil dont les deux tiers sont répartis dans le noyau.

La découverte de la rotation galactique par l'astronome hollandais Oort (1928) confirme ces résultats : rotation différentielle, selon les lois de Képler, au voisinage du Soleil (dans d'autres galaxies, on a constaté des lois différentes dans la région centrale).

Des techniques nouvelles ouvrent aujourd'hui un nouveau chapitre de l'étude de la Galaxie :

1° En utilisant des plaques photographiques sensibilisées à l'infra-rouge, les astronomes de l'Observatoire de Haute-Provence, sous la direction de J. DUFAY, ont pu apercevoir le *noyau* galactique ; les grandes longueurs d'onde percent le « brouillard ».

2° Dès 1932, l'ingénieur radioélectricien K.-G. JANSKY, étudiant la réception des ondes de l'ordre du mètre, détecte une recrudescence des parasites « atmosphériques » en coïncidence avec le passage au méridien de la région du Sagittaire et l'Ophiucus : l'émission d'ondes radioélectriques par le noyau de la Galaxie était ainsi mise en évidence. Aujourd'hui, grâce au tracé de courbes isophotes, grâce à une véritable carte radioélectrique de la Galaxie, on peut dire que les ondes de un mètre nous font « voir » le centre.

3° Plus récemment, OORT, déjà cité, a pu explorer jusqu'à 60.000 années-lumière, *au-delà du noyau,* grâce au rayonnement de 21 cm. de longueur d'onde dû à l'hydrogène neutre. (L'atome neutre de l'hydrogène peut émettre un rayonnement de 21-cm. quand il y a « renversement » de l'électron, c'est-à-dire variation de son *spin ;* pour un atome, cette variation ne se produit en moyenne qu'une fois tous les 11 millions d'années, mais l'émission devient décelable pour un nombre suffisamment grand d'atomes. On a même pu noter des variations de longueur d'onde, en plus ou en moins, par effet Döppler-Fizeau. Il est donc permis de penser que l'étude détaillée du rayonnement de 21 cm. donnera le moyen de dresser la carte de la matière absorbante au sein de la Galaxie : les spires sont déjà esquissées) (fig. 1).

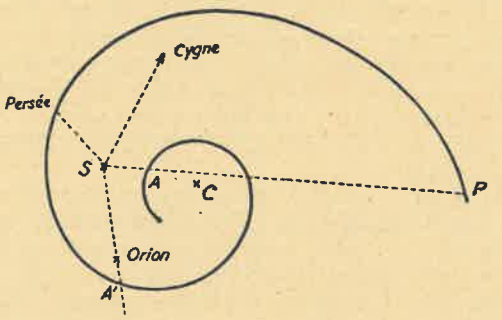


FIG. 1

3. LES DISTANCES EXTRA-GALACTIQUES ET LE COEFFICIENT 2.

L'évaluation des dimensions de la Galaxie, grâce à la loi période-luminosité intrinsèque des variables pulsantes à courtes périodes était fondée sur un étalonnage de ces étoiles du type RR Lyrae (magnitude absolue voisine de 0) qui offre toute garantie. Les Céphéides typiques, pulsantes, dont les périodes sont plus longues (de quelques jours à plusieurs semaines), étaient plus difficiles à étalonner, aucune ne se trouvant à portée suffisante pour mesurer sa parallaxe trigonométrique ou dynamique. Faute de pouvoir mieux faire, on avait donc admis que l'arc du graphique

représentatif de la loi période-luminosité de ces pulsantes était dans le prolongement de l'art relatif aux pulsantes à courtes périodes (fig. 2). L'utilisation de ce graphique

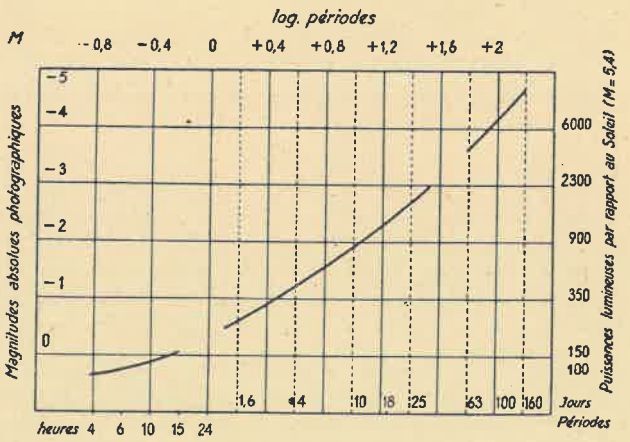


FIG. 2

avait permis la première évaluation des distances extra-galactiques, en particulier pour les nuages de Magellan (travaux de Miss Leavitt-Shapley, 1917) et de la spirale d'Andromède (Messier 31) ; cette dernière paraissait ainsi se trouver à quelque 750.000 années-lumière.

Une étude plus approfondie de l'extinction de la lumière dans la direction de M. 31, qui a une faible latitude galactique, avait conduit à lui attribuer le module de distance $m - M = 22{,}4$, ce qui correspond à une distance peu inférieure à un million d'années-lumière. Il n'y avait donc rien d'étonnant si les variables à courtes périodes ($M = 0$) n'apparaissaient pas sur les clichés de M. 31 pris au Hooker, le télescope de 2,5 m. du Mont Wilson, dont la limite de perception est la magnitude $m = 21{,}5$.

Par contre, avec le « Hale » de Palomar, les étoiles sont décelables jusqu'à la magnitude 23,5. L'astronome BAADE constata pourtant que les RR Lyrae de M. 31 n'apparaissaient toujours pas sur ses clichés. Le module de distance admis 22,5 était donc insuffisant. De combien ?

Baade fournit la réponse en montrant que les variables pulsantes sont à classer en deux catégories bien distinctes selon qu'elles appartiennent à la *population II*, celle des étoiles « vieilles », — telles les RR Lyrae (courtes périodes) et certaines variables à plus longues périodes (type W Virginis) —, ou bien à la *population I*, celle des étoiles « jeunes », — telles les Céphéides typiques, géantes, absentes des amas globulaires, mais fréquentes dans les nuages de Magellan (galaxies irrégulières) et dans les spires de M. 31. Pour ces dernières pulsantes, le graphique période-luminosité était entaché d'une erreur d'étalonnage : *le raccordement avec celui des étoiles à courtes périodes n'est pas justifié*. Baade a en effet montré que les variables rouges à longue période du type Mira-Ceti, — étoiles de spectre Me, qui ne sont pas des variables pulsantes et qui ont une magnitude photographique absolue de — 1,5 —, apparaissent sur les clichés de M. 31 obtenus au Hale avec la magnitude apparente $m = 22{,}4$. Par conséquent, le module de distance de M. 31 est :

$$m - M = 22{,}4 - (-1{,}5) = 23{,}9.$$

Parmi les nombreuses conséquences de cette découverte soulignons les plus importantes :

1° L'étalonnage des Céphéides typiques se trouve corrigé, l'arc de courbe du graphique relatif à ces pulsantes subissant une translation de — 1,5 parallèlement à l'axe des magnitudes M (fig. 3). Toutes les distances *extra*-galactiques évaluées grâce

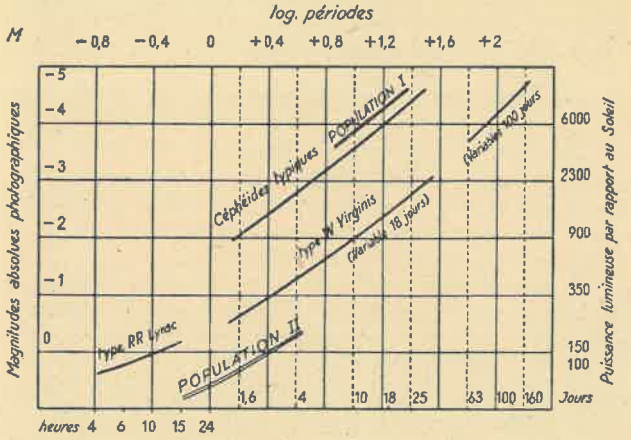


FIG. 3

à ces étoiles, devront aussi être corrigées : les éclats absolus de ces étoiles étaient sous-estimés, ils sont quatre fois plus grands ; les distances de ces astres étaient donc aussi sous-estimées, ils sont deux fois plus éloignés. Toutes les distances *extra*-galactiques évaluées avant la découverte de Baade doivent être multipliées par le coefficient 2.

2° Les anciennes évaluations des diamètres absolus des galaxies doivent être corrigées de la même façon. Le diamètre de M. 31 apparaît ainsi presque double de celui de notre Galaxie ; quand on disait, auparavant, que notre Galaxie était la plus grande, on ne pouvait éviter le malaise de voir ainsi renaître l'illusion anthropocentriste. Du même coup, les amas globulaires satellites de M. 31 ne sont plus systématiquement plus petits que ceux de notre Galaxie. Même standardisation, enfin, pour les associations stellaires O d'étoiles bleues.

3° Le volume de l'espace se trouve multiplié par 8 du fait de la multiplication des distances par 2, tandis que les masses des galaxies sont doublées. La densité moyenne de l'Univers est donc divisée par 4, du fait de la correction de BAADE.

4° La constante de HUBBLE, relative à la loi de récession des galaxies est divisée par 2 et le *temps d'expansion est doublé*.

4 L'ATLAS DE PALOMAR.

Grâce à son télescope Schmidt de 122 cm., qui explore le ciel de Californie 15.000 fois plus vite que le télescope géant, son voisin, les astronomes de Palomar ont pu commencer la publication d'un atlas photographique qui est une nouveauté d'un grand intérêt scientifique.

Cette réalisation est d'abord remarquable par la rapidité et la qualité de son exécution ; quatre années y auront suffi. L'équatorial classique de la Carte photographique du ciel travaille beaucoup moins vite et n'enregistre les astres que jusqu'à la magnitude 15. Sur les planches de 35×35 cm. du nouvel atlas on trouve au contraire tous les objets jusqu'à la magnitude 20,3 et l'aspect du « ciel étoilé » en est transformé... Non seulement les galaxies apparaissent souvent plus nombreuses que les étoiles interposées de la Galaxie, mais ces galaxies se groupent en *amas*. Ainsi ne doit-on même plus dire « l'amas Virgo », mais plutôt « les amas Virgo », car plusieurs amas s'échelonnent en profondeur, avec des diamètres apparents décroissants dans l'aire du plus proche. Moins de 5 % des galaxies sont « libres » (galaxies du

champ). Sur chaque cliché de Palomar on repère de 50 à 70 amas. Il faut donc considérer l'Univers comme constitué d'amas de galaxies ; il y a d'ailleurs des amas d'amas.

Ces clichés permettent aussi de constater qu'on avait surestimé la proportion des *spirales*. Selon l'astronome ZWICKY, de Palomar, les *ellipsoïdes* et les galaxies *irrégulières* seraient les plus abondantes (40 et 40 %), en particulier à cause d'une forte population de galaxies *naines* et irrégulières ; de ces dernières aux plus volumineux exemplaires d'amas globulaires il n'y aurait de discontinuité dans l'échelle des grandeurs. Les observations décideront s'il en est bien ainsi, ou si, au contraire, il y a un net écart entre les amas globulaires et les galaxies.

Les clichés du nouvel atlas sont obtenus, soit en lumière bleue, soit en lumière rouge. La comparaison permet une analyse élémentaire de la *couleur* des objets. Rien ne montre mieux la puissance de ce procédé que deux documents, obtenus au Hale, et qui justifient le double tirage des planches de l'atlas :

1° En lumière rouge, BAADE a pu « résoudre » la galaxie ellipsoïdale NGC 205 d'Andromède : ses étoiles froides, de population II, y apparaissent facilement.

2° La méthode de la *photographie analytique*, développée par ZWICKY, exploite cette différence de couleur entre les étoiles bleues, donc chaudes, et les étoiles rouges, donc plus froides. Sur un cliché pris avec filtre *bleu*, les premières donneront des taches de diffraction plus étendues que les secondes (taches noires sur le négatif, blanches sur le contre-type positif). Sur la photo du même champ céleste effectuée avec filtre *rouge*, les images des étoiles froides sont au contraire les plus étalées. Cela étant, ZWICKY superpose, par exemple, le négatif rouge et le positif bleu : les étoiles rouges donnent de grandes taches noires, les étoiles bleues de grandes taches blanches à centre noir. Un cliché de la galaxie M. 51 des Chiens de Chasse, ainsi réalisé, révèle, dans les spires, le moutonnement blanc des supergéantes chaudes, qui se prolonge jusque dans le sombre (donc plus froid) célèbre satellite de cette spirale. Les combinaisons de filtre pouvant être multipliées, les ressources de la méthode nouvelle sont considérables.

5. LA MATIÈRE INTERGALACTIQUE.

Il y a encore peu d'années l'espace situé entre les galaxies paraissait *vide*. Plusieurs faits sont venus anéantir cette conception :

1° Il y a des étoiles bleues « vagabondes » et qui sont probablement extérieures à la Galaxie (sujet à l'étude).

2° L'extension des confins d'une grande spirale, telle que M. 31 est telle que ses satellites, M. 32 et NGC 205 y baignent.

3° On a cité plus haut la thèse de ZWICKY, selon laquelle il y aurait des galaxies « naines » peuplant l'espace (fait à vérifier).

4° Enfin et surtout, de véritables « ponts de matière » ont été décelés entre galaxies voisines. Sur chaque cliché de l'atlas Palomar il y aurait ainsi une douzaine de systèmes doubles ou triples. On note souvent, à l'antipode du « pont », qui joint une galaxie à sa voisine un appendice libre, conforme à ce que fait prévoir l'application de la théorie des marées à ce phénomène de perturbations mutuelles des galaxies.

Une conséquence importante de l'existence de la matière intergalactique est l'absorption non uniforme de la lumière dans les diverses directions. Dresser la carte détaillée des matériaux absorbants est une tâche immense et difficile. Il se peut que cette matière intergalactique, même cent fois plus abondante qu'on ne le pense aujourd'hui, ait un effet négligeable sur les magnitudes apparentes *m*, sauf en des points d'accumulation particuliers, tant l'espace est vaste et la *matière* transparente (à

l'exception des « fumées » dont les grains mesurent quelque 0,1 micron). Mais là où on pourra être certain qu'il y a une « brume » appréciable, les modules actuels seront à corriger par *diminution*, c'est-à-dire dans le sens contraire de la correction de BAADE, et d'une quantité qui devra être appréciée pour chaque direction : les objets seront donc *moins* éloignés qu'ils n'avaient paru l'être. Remarquons, en passant, que si de telles corrections s'imposaient et se généralisaient, c'est la notion même de module de distance qui devrait être revue. Quoi qu'il en soit, ces absorptions compliqueront la mesure des distances puisque aucun coefficient unique, comme celui de BAADE ne permettra de passer des anciennes distances, qui sont hétérogènes, à des nouvelles qui seraient correctes.

Du moins est-on sûr que la sous-estimation systématique de l'éclat total des galaxies dans le passé conduira à un allongement de l'échelle. La meilleure évaluation de l'éclat apparent des *banlieues* des galaxies proches conduit à diminuer leur magnitude absolue *totale*, par exemple M = — 16 au lieu de M = — 15, l'éclat étant plus grand qu'on ne pensait. Or ces galaxies proches servent d'étalons, de standards de comparaison pour évaluer le module de distance des amas lointains de galaxies. L'image d'une galaxie très lointaine est ponctuelle et l'on recueille *toute* sa lumière quand on mesure sa magnitude apparente *m*. Par conséquent, pour calculer correctement son module de distance, il faut, à côté de son *m* total écrire un M *total*, et si le M est passé de — 15 à — 16, le module est augmenté d'une unité. Un coefficient 4, au lieu du coefficient 2 de BAADE, pourrait alors intervenir pour les galaxies qui n'appartiennent pas à l'amas local. Pour la spirale Messier 81 de la Grande Ourse, le coefficient 4 est d'ores et déjà établi.

6. CONCLUSION.

Dans l'image du monde, tel que nous pouvons aujourd'hui le concevoir, nous comprenons qu'il faut associer au schéma *spatial*, le facteur *temps*. Si la théorie de la Relativité ne nous y avait habitués déjà, les découvertes qui s'accumulent nous imposeraient l'association indissoluble de l'espace et du temps en cosmologie. Pas de cosmologie satisfaisante sans cosmogonie cohérente. Mais, alors qu'hier encore, — du temps de Poincaré, par exemple —, le problème cosmogonique restait facultatif et hypothétique, notre vision des galaxies lointaines (et vues par conséquent telles qu'elles étaient il y a des centaines de millions d'années) peut fournir les bases sûres d'une théorie de l'évolution de l'Univers et nous oblige à en tenir compte. C'est en ce sens que l'on peut sans doute fixer le « début » de la phase actuelle à 5 milliards d'années dans le passé.

Ces faits nouveaux peuvent-ils ébranler la théorie de l'expansion ? Il y a des faits troublants ; l'afflux des découvertes transforme le panorama que la jeune théorie de l'expansion avait la juste ambition d'ordonner. Il est encore plus vrai que l'accroissement de notre connaissance de l'Univers nous rend plus exigeants quant à la théorie de son évolution. Mais pour M. Paul COUDERC, la théorie de la Relativité généralisée reste le roc solide auquel on ne trouve encore rien à opposer ; certes, il suit attentivement les enquêtes comme celle de ZWICKY, qui peuvent apporter des éléments décisifs dans le débat ; mais, pour l'heure, on a le droit de rester partisan de l'expansion.

7. L'ENSEIGNEMENT DE L'ASTRONOMIE.

M. COUDERC profite de l'occasion de cette conférence pour assurer les collègues de l'intérêt qu'il porte personnellement au problème de l'enseignement de l'astronomie. Qu'ils sachent bien aussi que la Société Astronomique de France ne demande qu'à les aider dans leur tâche.

Par sa longue expérience de professeur de lycée, comme par son expérience

actuelle de l'enseignement à Polytechnique, aussi bien d'ailleurs que par ses contacts avec les collègues, M. COUDERC sait les difficultés qui se présentent le plus souvent ; étroitesse des emplois du temps et étendue des programmes, urgence de l'étude des matières à examen, manque de préparation des élèves qui n'ont que bien rarement observé le ciel. Il y a aussi cette particularité qu'à côté des chapitres « stables » de l'astronomie générale, il y a le domaine mouvant de l'astrophysique. Un exemple : en 1923, la série des raies de Balmer était ignorée du programme d'agrégation ; aujourd'hui, rien n'est plus familier à l'astrophysicien. L'enseignement de l'astronomie exige donc du professeur une mise au point permanente de sa documentation : le moyen pratique est de suivre les publications de la Société Astronomique de France.

L'œuvre entreprise par la S.A.F., avec l'approbation et l'appui de l'Education Nationale, pour développer le goût de l'observation et de la recherche parmi les jeunes, mérite, en retour, d'être soutenue par les professeurs ; leur tâche d'enseignement ne peut d'ailleurs que bénéficier du relèvement du niveau des connaissances initiales de leurs élèves.

M. COUDERC voit, dans les échanges d'idées, qu'une réunion comme celle-ci peut provoquer la source d'une réflexion utile pour chacun sur l'éternel problème d'un enseignement efficace, goûté par les élèves et agréable pour les professeurs de cette vieille science toujours jeune, l'astronomie (1).

(*Texte résumé par* G. WALUSINSKI *et revu par* P. COUDERC).

Pour l'enseignement de l'Astronomie...
QUELQUES RENSEIGNEMENTS PRATIQUES

1. LA SOCIÉTÉ ASTRONOMIQUE DE FRANCE.

Rappel des avantages réservés à ses adhérents : service de la revue mensuelle l'*Astronomie*, possibilité d'utiliser les films de la cinémathèque de la S.A.F., service de librairie scientifique. De plus, pour les membres résidant dans la région parisienne : bibliothèque, observatoire de la S.A.F., prêt de clichés sur verre, conférences mensuelles et conférences saisonnières (un cycle est organisé chaque année de janvier à mars, chaque lundi à 21 heures). Conditions d'adhésion : région parisienne 1.500 francs, départements 1.200 francs, droit d'entrée 200 francs. Possibilité de faire adhérer collectivement, soit une classe, soit un établissement ; la collection de la revue représente une acquisition d'un intérêt durable.

La S.A.F. édite un Bulletin *Etudiants*, réservé aux *jeunes* et qui contient, chaque mois, extraits de la révue complète, un article documentaire, mise au point d'une question importante rédigée par un spécialiste, mais de façon accessible à des débutants, la revue des constellations (avec cartes), véritable guide des observateurs, les observations du mois, une photo et son commentaire. Abonnement individuel : 250 francs.

Un *pressant appel* est adressé aux collègues pour qu'ils fassent connaître à leurs élèves cette publication qui n'a pas d'équivalent ; envoi d'un spécimen sur demande.

Une brochure de conseils aux observateurs débutants va être prochainement éditée. Vendue à très bas prix aux jeunes, elle sera indispensable à tous ceux qui veulent faire des observations sérieuses.

(1) Il n'est pas inutile de préciser que la belle conférence de M. Paul COUDERC fut suivie par un nombreux auditoire qui emplissait la salle de cinéma du Musée Pédagogique et que des professeurs de physique, des géographes, des philosophes, etc... avaient rejoint leurs collègues de mathématiques pour l'étude d'un problème qui les intéresse tous. La séance fut complétée par la projection du film « Flammes du Soleil », qui rend justement hommage aux travaux remarquables de Bernard LYOT sur les protubérances. Ce document très éducatif fait partie de la cinémathèque de la S.A.F. (à la disposition de ses adhérents).

2. L'Annuaire 1955 du Bureau des Longitudes.

Cet Annuaire apporte la documentation habituelle sur le calendrier, les phénomènes des planètes, etc... De plus, comme chaque année de millésime impair, on y trouve :

— une note (de P. Couderc) sur les parallaxes stellaires et les distances des astres lointains, note qui tient compte pour la première fois du coefficient 2 de Baade ;

— une note (de J. Delhaye) sur les mouvements propres et les vitesses radiales des étoiles, sur le mouvement du Soleil et la rotation galactique ;

— le chapitre sur la géodésie auquel s'ajoute une note (de D. Lépéchinsky) sur l'ionosphère et la propagation des ondes électromagnétiques ;

— des données géographiques et démographiques.

Les notices sont les suivantes : A) sur la structure des corps vitreux, par J. Cabannes ; B) Phénomènes optiques de l'atmosphère, par A. Viaut, notice qui intéressera tous les observateurs ; C) Ernest Esclangon, par J. Chazy, qui rappelle les principaux travaux scientifiques du « père de l'horloge parlante ».

Pour la documentation sur les spectres stellaires, sur les novae et supernovae. ainsi que les données physiques et chimiques, on se reportera à l'Annuaire 1954.

Les bibliothèques des classes de Mathématiques Elémentaires ne devraient-elles pas posséder cet ouvrage, toujours utile à consulter ?

3. Parmi les livres récents.

Parmi de nombreux ouvrages récents, je signale ceux qui me paraissent les plus utiles à la documentation des collègues et qui peuvent leur être recommandés pour leurs qualités.

— A. Danjon : « Astronomie générale » (astronomie sphérique et éléments de mécanique céleste). Traité de référence qui devrait figurer dans les bibliothèques des professeurs de nos lycées ; son prix est élevé : 6.000 francs (Gauthier-Villars).

— P. Couderc, J.-C. Pecker et E. Schatzman : « L'astronomie au jour le jour ». Ce livre contient le texte de 37 causeries radiophoniques prononcées dans le cycle des « Heures de la culture française ». Vaste panorama de l'astronomie moderne, brossé sans formules ni calculs, mais avec le souci de la précision et de bien donner le dernier état de nos connaissances. Les auteurs sont connus ; ils se sont réparti les sujets d'après leur spécialisation. Ce livre est recommandé aux professeurs, mais aussi aux bons élèves et en général à toutes les personnes cultivées et qui ont le légitime souci de savoir « où nous en sommes avec l'Univers » (Gauthier-Villars, 700 francs). *Belles photos.*

— J. Dufay : « Nébuleuses galactiques et matière interstellaire ». L'auteur, Directeur de l'Observatoire de Lyon et de l'Observatoire de Haute-Provence, était particulièrement qualifié pour traiter ce sujet d'actualité qui touche à tous les sujets de l'astrophysique. Citons : l'étude des nébuleuses gazeuses brillantes de la Galaxie, celle des nébuleuses obscures qui conduit à celle de l'absorption de la lumière dans le voisinage du plan galactique. La troisième partie, « des atomes aux grains et des grains aux étoiles », touche aux problèmes de l'évolution des étoiles ; on y trouve un chapitre sur les « globules » et la naissance des supergéantes. Enfin, quelques aperçus sur la matière interstellaire. La bibliographie cite 440 références dont les dernières en date sont de 1952. (Albin Michel, 1.650 francs).

— J. Delhaye : « Astronomie stellaire ». Ce petit livre de la collection A. Colin complète et met à jour le livre d'astronomie générale de la même collection. Mais sous un petit volume on trouve beaucoup de renseignements sur le sujet que l'auteur connaît bien, la mécanique stellaire. Sont ainsi étudiés : le mouvement du Soleil par rapport aux étoiles voisines, la détermination des distances, les amas stellaires, la

structure du système galactique, son étude cinématique, sa dynamique et enfin les systèmes extragalactiques.

4. Pour l'initiation des plus jeunes élèves a l'observation du ciel.

La curiosité des jeunes élèves pour l'astronomie est un fait aisément vérifiable. Cependant, ces jeunes et enthousiastes amateurs ont souvent besoin de conseils pour faire des observations valables et surtout pour se préparer à suivre utilement la revue « étudiant » de la S.A.F. Dans cet esprit, j'édite, pour les jeunes astronomes du Lycée Voltaire, un petit Bulletin mensuel ronéotypé « Alcor et Mizar ». Envoi d'un spécimen sur demande (prière de joindre 15 francs en timbres pour l'envoi). Jusqu'à présent ce Bulletin était destiné aux membres d'un petit cercle d'astronomie ; mais si des groupes semblables existent dans d'autres lycées, une coordination des efforts devrait en améliorer le rendement.

Pour les grandes vacances, il est prévu l'édition d'un Bulletin spécial copieux : conseils aux observateurs, plans de recherches et de réalisations diverses suggérées pour les vacances. Prière aux collègues que ce projet peut intéresser de me le faire savoir.

Pour tout renseignement sur la Société Astronomique et sur les questions d'astronomie, prière de m'écrire au Lycée Voltaire, Paris, 11e, ou 32, rue de la Fontaine-au-Roi, Paris, 11e.

G. Walusinski.

Bibliographie

P. Labérenne, professeur au Lycée Chaptal : *L'Origine des mondes,* nouvelle édition revue et augmentée, un vol. 14×23, 270 pages avec XIV planches : 480 fr. Les éditeurs français réunis, 33, rue Saint-André-des-Arts, Paris (6e).

Cette nouvelle édition, en fait la troisième, a été mise à jour grâce à des remarques de M. Evry Schatzman. Elle réaffirme et consolide les positions matérialistes.

SALON DE L'EQUIPEMENT SCOLAIRE
Communiqué de presse

Le premier Salon de l'Equipement scolaire, placé sous le Haut Patronage de M. le Ministre de l'Education Nationale, se tiendra à Paris, du 31 mars au 8 avril prochain, dans les halls du Parc des Expositions de la Porte de Versailles.

Les quelque 200 exposants qui participeront à cette manifestation hautement spécialisée, présenteront dans des halls aménagés à cet effet, d'une superficie de plus de 6.500 mètres carrés, toute la gamme de leurs productions. C'est ainsi que les visiteurs seront certains de trouver à ce Salon, non seulement les équipements nécessaires à l'aménagement des salles de classes, mais encore le matériel didactique et scientifique inséparable des méthodes pédagogiques modernes.

En dehors des stands des grandes Maisons d'édition classique qui présenteront leurs manuels scolaires et leurs livres de bibliothèque et de prix, une large place a été réservée aux fabricants de matériel didactique et scientifique de toutes les disciplines. Qu'il s'agisse des classes maternelles, des jardins d'enfants ou encore de l'Enseignement supérieur, sera exposé à ce Salon, outre le matériel sensoriel, celui nécessaire à l'enseignement de la lecture, du français et du calcul ; de l'éducation civique et morale ; de toutes les disciplines littéraires et des langues anciennes et modernes, de l'histoire et de la géographie ; des sciences physiques et mathématiques ; des sciences naturelles ; de l'écriture, du dessin, des Beaux-Arts, du travail manuel et des Arts appliqués ; de la musique et du chant, et enfin de l'éducation physique et des sports.

Les aides audio-visuels revêtent aujourd'hui une importance de plus en plus grande dans l'Enseignement. Nombreux sont les fabricants d'appareils de projection fixe et cinématographique, de phonographe et de tourne-disques, de récepteurs radio-

phoniques et de télévision sans oublier ceux de matériel d'enregistrement et de reproduction du son, qui ont tenu à profiter de cette manifestation pour présenter la gamme complète de leurs appareils.

Les stands des fabricants de mobilier scolaire d'externat et d'internat permettront aux visiteurs de mieux se rendre compte des progrès réalisés au cours de ces dernières années dans ce domaine. Tables individuelles ou à deux places, tables réglables, chaises, bancs, sont conçus aujourd'hui pour permettre aux enfants de travailler dans les meilleures conditions possibles. Avec des meubles spécialement construits pour correspondre à leurs âges, il n'est plus désormais à craindre que les enfants adoptent des positions vicieuses pouvant entraîner des déformations physiques permanentes. Dans le matériel d'internat, les grandes firmes spécialisées dans cette fabrication exposeront les lits et la literie nécessaires à l'équipement des dortoirs, les tables et les chaises nécessaires à celui des réfectoires. Enfin, seront présentées à ce Salon, des constructions scolaires préfabriquées avec leurs terrains de sports. Erigés à partir d'éléments standard, ces bâtiments contiendront des classes de dimensions réglementaires complètement aménagées. Celles-ci permettront aux visiteurs de se rendre compte des conditions de salubrité, de confort, d'aération, d'éclairage, auxquelles doivent répondre les locaux scolaires modernes. De même, dans un stand spécialement aménagé en classe maternelle ; l' « Hygiène par l'exemple » montrera ce que doit être l'équipement sanitaire des écoles.

Ouvert tous les jours de 9 heures à 13 heures et de 14 heures à 18 h. 30, ce Salon de l'Equipement scolaire, Salon de travail par excellence, a été spécialement organisé dans l'intérêt de tous ceux qui s'occupent directement ou indirectement de l'instruction des enfants ou de l'équipement et de la gestion des établissements d'enseignement. Ils y seront admis gratuitement sur simple présentation d'une carte ou d'une attestation précisant leurs fonctions, ainsi du reste que les membres des Associations et des Conseils de Parents d'Elèves.

DELAGRAVE *Vient de paraître*

COURS BRACHET, DUMARQUÉ, ROSTOLLAND

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE ET COTÉE

Classe de Mathématiques
NOUVELLE ÉDITION, ENTIÈREMENT REFONDUE

MATHÉMATIQUES

Classe de Sciences expérimentales
NOUVELLE ÉDITION, ENTIÈREMENT REFONDUE.

GÉOMÉTRIE

Classe de Mathématiques et Technique
PRÉPARATION AUX ARTS ET MÉTIERS

Avec la collaboration de **P. JEANGIRARD,** professeur agrégé au Collège Moderne et Technique Benjamin-Franklin, à ORLÉANS

Pour les révisions :

AIDE-MÉMOIRE ILLUSTRÉ DE MATHÉMATIQUES

Classes de Première, A, B, C et Moderne
Tout le cours condensé dans un cahier de 20 pages, abondamment illustré

Catalogue et Spécimens sur demande : **15, rue Soufflot, PARIS (5e)**

nouveauté :

ARITHMÉTIQUE

Cours élémentaire, Classes de 10e et 9e des Lycées et Collèges, par Roger FRANCK, agrégé de mathématiques, Inspecteur général de l'Education nationale, et Marcel FAUCHEUX, agrégé de mathématiques, ancien professeur d'Ecole normale, avec la collaboration de membres de l'Enseignement.

68 leçons, 783 problèmes 527 exercices oraux et manuels, nombreuses illustrations : 435 F + t. l.

« Les années de Cours élémentaire sont celles où le jeune enfant se familiarise avec la pratique des quatre opérations, dans les limites fixées par les programmes. De là leur extrême importance pour la suite des études et pour toute la vie. Dans ce manuel, conçu dans un même esprit que ceux qui sont déjà parus dans la collection, les auteurs se sont efforcés d'établir une sage progression pouvant s'étaler sur les deux années du Cours, à raison de deux leçons par semaine et comportant les révisions toujours nécessaires. » (La préface)

dans la même collection :

COURS MOYEN 1re et 2e ANNÉE, ÉLÈVE : 280 F + T. L. ; MAITRE : 400 F + T. L. — CLASSE DE FIN D'ÉTUDES PRIMAIRES, CERTIFICAT D'ÉTUDES, ÉLÈVE : 470 F + T. L. ; MAITRE (NOUV.) : 650 F + T. L.

Spécimen adressé, sur demande, à MM. les membres de l'enseignement

en vente chez tous les libraires et

LAROUSSE

ÉDITIONS DIDIER & RICHARD

GRENOBLE (Isère)

COURS DE MATHÉMATIQUES

PAR

ROUX & MIELLOU

Professeurs au Lycée de Grenoble

Programmes du 18 avril 1947

Tarif juin 1954

Arithmétique 6e	220 »
Dessin Géométrique 6e et 5e	125 »
Géométrie 5e et 4e	375 »
Arithmétique 5e	295 »
Arithmétique et Algèbre 4e	300 »
Arithmétique et Algèbre 3e	350 »
Géométrie 3e	295 »
Compléments d'Algèbre et de Géométrie Géométrie 3e Moderne court	100 »
Algèbre 2e A.B.C.M.	500 »
Géométrie 2e A.B.C.M.	465 »
Algèbre 1re A.B.	180 »
Algèbre et Trigonométrie 1re C.M.	550 »
Géométrie 1re A.B.C.M.	440 »
Questions de Cours de Mathématiques du Baccalauréat, 1re partie, A.B.C.M.	390 »
Géométrie 5e, 4e, 3e (pour les Lycées, Collèges et Cours Complémentaires), cartonné	800 »

Nouveauté :

Les Mathématiques au B.E.P.C. (parution novembre)

ÉDITIONS ANDRÉ DESVIGNE — 17, rue Mulet, LYON

COURS DE MATHÉMATIQUES

PAR

V. LESPINARD et R. PERNET

PARUTION MAI 1955

LESPINARD et PERNET. — Algèbre, classe de PREMIERE C.M.
Uu volume broché ....., cartonné .....

SPECIMEN GRATUIT SUR DEMANDE

NOUVEAUTÉ :

LESPINARD et PERNET. — **Mathématiques**, classe de **SECONDE C.M.**
Algèbre : 1 volume. Br. : 395 f. ; cart. : 495 f.
Géométrie : 1 volume. Br. : 565 f. ; cart. : 685 f.

LESPINARD et PERNET. — **Mathématiques**, classe de **SECONDE A.B.**
Algèbre et géométrie : 1 volume. Br. : 525 f. ; cart. : 645 f.

L'introduction des éléments orientés (vecteurs, angles) a été faite avec tout le soin nécessaire. Un plan nouveau du cours permet de rénover de nombreux exercices classiques.

Tous les ouvrages de la collection, rédigés avec clarté et précision, facilitent la tâche des Professeurs par le grand nombre d'exercices classés par ordre de difficulté et rattachés aux différents paragraphes du cours.

L'ouvrage de Troisième, surtout celui destiné au Cours Complémentaire permet une excellente préparation aux examens : B.E.P.C., E.N., etc...

PREMIER CYCLE :

Lycées et Collèges	Cours complémentaires (cours complet)
Classe de 6e, 1 vol. Br. : 235 f., cart. : 330 f.	Classe de 6e, 1 vol., cart. : 350 f.
— 5e, 1 vol. Br. : 300 f., cart. : 380 f.	— 5e, 1 vol., cart. : 410 f.
— 4e, 1 vol. Br. : 420 f., cart. : 520 f.	— 4e, 1 vol., cart. : 550 f.
— 3e, 1 vol. Br. : 450 f., cart. : 550 f.	— 3e, 1 vol., cart. : 570 f.

Classe de SCIENCES EXPERIMENTALES :

LESPINARD, PERNET et GAUZIT. — MATHEMATIQUES. (Arithmétique, Algèbre et Trigonométrie, Mécanique, Cosmographie).

Tout le programme se trouve réuni en un volume qui donne aux élèves des méthodes pratiques ; les questions sont traitées avec le maximum de simplicité, sans toutefois sacrifier l'essentiel de l'esprit mathématique ..... Br. : 815 f., cart. : 915 f.

Classe de PHILOSOPHIE :

LESPINARD, PERNET et GAUZIT. — ALGEBRE ET COSMOGRAPHIE .... Br. : 340 f., cart. : 415 f.

Classe de MATHEMATIQUES : **COURS COMPLET**

LESPINARD et PERNET. — GEOMETRIE ..... Br. : 690 f., cart. : 790 f.
» — GEOMETRIE DESCRIPTIVE ET COTEE ..... Br. : 275 f.
» — ARITHMETIQUE ..... Br. : 285 f.
» — MECANIQUE ..... Br. : 245 f., cart. : 335 f.
LESPINARD, PERNET et GAUZIT. — COSMOGRAPHIE, ... Br. : 330 f., cart. : 425 f.
LESPINARD et PERNET. — ALGEBRE ..... Br. : 595 f., cart. : 695 f.
» — TRIGONOMETRIE ..... Br. : 375 f., cart. : 470 f.
» — SOLUTIONS DE PROBLEMES DE MATHEMATIQUES, Bac., 2e partie, classe de Mathématiques ..... 335 f.

Classe de Première C. et M.

LESPINARD et PERNET. — SOLUTIONS DE PROBLEMES DE MATHEMATIQUES, Bac., 1re partie, séries C. et M. ..... 280 f.

Le Gérant : L. PARAZINES.

Cahors. Imp. A. Coueslant (*personnel intéressé*). 87.505 — 1955
C.O.A.L. 31.2330. — Dépôt légal : 1-1955

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE
du dimanche 29 Mai 1955 à 8 h. 30

au Musée Pédagogique, 29, rue d'Ulm, Paris, 5e

Ordre du jour

1° Rapport moral du Président.

2° Compte rendu financier.

3° Les épreuves de mathématiques aux divers examens et concours.

4° Débat sur le programme de sciences expérimentales.

Le présent avis tient lieu de convocation. Les membres de l'Association sont priés de remettre en séance ou de faire parvenir, pour le 25 mai 1955 au plus tard, au Président, le résumé de leurs interventions, s'ils veulent être sûrs que celles-ci soient mentionnées au compte rendu de l'Assemblée générale.

Votes par correspondance

(Voir les Bulletins de vote aux deux pages suivantes)

Tous les membres de l'Association qui ne pourront assister à l'Assemblée générale du 29 mai 1955 sont instamment priés de bien vouloir voter par correspondance.

Pour la régularité des opérations de scrutin, prière de se conformer aux indications suivantes :

1° Détacher la partie inférieure de la page suivante (Bulletin de vote) et l'introduire, après inscription du vote, dans une petite enveloppe cachetée ;

2° Détacher le feuillet suivant, répondre aux questions, et l'insérer, avec la petite enveloppe contenant le Bulletin de vote, dans une seconde enveloppe portant extérieurement, avec le nom et l'adresse de l'expéditeur, la mention : « Association des Professeurs de Mathématiques, Bulletin de vote ». Adresser ce pli à M. MONJALLON, 23, boulevard Saint-Germain, Paris, 5e.

Il paraît indispensable que les votes par correspondance parviennent, au plus tard, le jeudi 26 mai 1955.

Le dépouillement du scrutin pour les élections au Comité se fera à la fin de l'Assemblée générale.

Renouvellement partiel du Comité

Pour éviter une trop grande dispersion des suffrages, la liste suivante a été établie avec l'agrément des membres de l'Association dont les noms y figurent, conformément à l'appel paru dans le *Bulletin* n° 167.

MM. Benoist (*Dorian*), ancien secrétaire du Comité.
Bertrand (*Marseille, Thiers*), ancien membre du Comité.
Casse (*Savigny-sur-Orge*).
Mlle Félix (*La Fontaine*), adjointe au Bureau.
M. Fouché (*Janson-de-Sailly*).
Mme Flamant (*Fénelon*).
MM. Girault (*J.-B.-Say*), ancien membre du Comité.
Guiton (*Saint-Louis*), ancien membre du Comité.
Minois (*Saint-Louis*), ancien membre du Comité.
Mlle Protin, (*Jules-Ferry*), ancien membre du Comité.
MM. Ruff (*J.-B.-Say*), ancien membre du Comité.
Siros (*Lakanal*).

Mais ces indications ne limitent en aucune façon la liberté de vote des membres de l'Association. Toutefois, il n'y a pas lieu de voter pour les membres faisant actuellement partie du Comité (voir couverture, page 2), y compris les membres sortants non immédiatement rééligibles (art. 3 des Statuts) : MM. Cagnac, Durrande, Huisman, Marvillet, Monjallon.

Election au Comité 1955 — Bulletin de vote

Prière, pour faciliter le dépouillement du scrutin, d'inscrire les cinq noms par ordre alphabétique.

1.
2.
3.
4.
5.

Feuillet de réponses aux questions posées

Détacher cette page et la déposer en séance après avoir répondu lisiblement aux différentes questions.

Les membres de l'Association qui ne pourraient assister à l'Assemblée sont invités à envoyer ce feuillet, **avant le 25 mai 1955,** au Président : M. MONJALLON, 23, boulevard St-Germain, Paris, 5e, ou à le remettre à un délégué de leur choix, membre de l'Association. [Si le nom du délégué est laissé en blanc, il sera choisi par le Président]. Rayer l'alinéa *a*) pour donner au délégué le mandat impératif constitué par l'alinéa *b*).

Nom et prénom : .....

Etablissemment et fonction en 1954-55 : .....

prie M. .....

de le (ou de la) représenter à l'Assemblée générale du 29 mars 1953, et

a) l'invite à voter à sa place, en s'inspirant des indications ci-après :

b) lui donne le mandat impératif de voter comme suit :

Dater et signer ci-contre :

Questions posées aux membres de l'Association

(Voir fin du rapport de M. WALUSINSKI, pages 99 et suivante du présent *Bulletin*).

LIBRAIRIE VUIBERT, 63, Boulevard Saint-Germain, PARIS-5e

à MM. les Professeurs

Aussi longtemps qu'il a été laissé à chaque Faculté le soin de fixer les sujets des compositions de Baccalauréat pour les candidats de son ressort, nous avons pu présenter, chaque année, dans nos *Annales du Baccalauréat*, une collection copieuse de sujets, collection constituant une documentation précieuse et renouvelée d'année en année. L'institution du « sujet unique » pour toutes les Facultés de la France métropolitaine a considérablement réduit le nombre des sujets à insérer dans nos « Annales ». Pour cette raison, nous y avons depuis deux ans fait figurer, en plus des sujets officiels, des « sujets-type » élaborés par des professeurs expérimentés ; de nombreux usagers de nos « Annales » nous en ont exprimé leur satisfaction.

Il est souhaitable que ces « sujets-type » présentent un caractère de diversité comparable à celui que présentaient, précédemment, les sujets officiels proposés dans les diverses Facultés. Or, cela ne peut être réalisé que s'ils émanent d'auteurs plus nombreux. C'est pourquoi nous faisons appel, pour les sujets à faire paraître dans nos « Annales 1955 », à tous les professeurs de Mathématiques qui voudront bien nous apporter leur concours, en leur demandant de nous adresser des sujets complets (questions de cours et problème) pour une ou plusieurs séries parmi les suivantes :

1re partie, Série B,
1re partie, Séries A', C, C', M, M' et T.
2e partie, Séries Mathématiques et Mathématiques et Technique.

Il convient que ces sujets soient composés de telle façon qu'en les résolvant, un candidat donne un témoignage de bonne scolarité.

Les sujets que nous recevrons seront examinés par une Commission de professeurs de l'Université, qui y fera un choix. Chacun des sujets retenus et insérés dans nos « Annales » portera l'indication du nom de son auteur.

Prière d'adresser les envois à la Librairie Vuibert (Service des « Annales »), boulevard St-Germain, 63, Paris (5e), *avant le 15 mai 1955*.

CLASSIQUES HACHETTE

Roland MAILLARD et **Albert MILLET**
Professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Charlemagne Chargé d'un cours à l'École Normale Supérieure
Professeur agrégé au Lycée Janson-de-Sailly et à l'École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique

COURS DE MATHÉMATIQUES

Enseignement du Second degré

Classe de Sixième. *Un volume.* + Corrigés.

Classe de Cinquième. *Un volume.* + Corrigés.

Classe de Quatrième. *Un volume.* + Corrigés.

Classe de Troisième (Nouvelle édition). *Un volume.* + Corrigés.

Classes de Seconde Classique A et B. *Un volume.*

Classes de Seconde Classique C et Moderne :
Algèbre. *Un volume.*
Géométrie. *Un volume.* + Corrigés.

Classes de Première Classique A et B. *Un volume.*

Classes de Première Classique C et Moderne :
Algèbre et Trigonométrie. *Un volume.*
Géométrie. *Un volume.* + Corrigés.

★ **Classe de Sciences expérimentales.** *Un volume.*

Classes de Philosophie et Sciences expérimentales :
Cosmographie. *Un volume.*

★ **Classe de Philosophie :**
Trigonométrie et Algèbre. *Un volume.*
★ Mathématiques (Trigonométrie, Algèbre et Cosmographie). *Un volume.*

Classe de Mathématiques :
Algèbre. *Un volume.*
★ Arithmétique. *Un volume.*
Cosmographie. *Un vol.*
Géométrie. *Un volume.*
Géométrie descriptive. *Un volume.*
Trigonométrie. *Un vol.*
★ Mécanique (*en préparat.*)

Classe de Mathématiques (Technique) :
★ Algèbre *(en préparation).*
Géométrie. *Un volume.*
Trigonométrie. *Un volume.*

Cours Complémentaires

★ **Classe de Sixième.** *Un volume.*
★ **Classe de Cinquième.** *Un volume.*
★ **Classe de Quatrième.** *Un volume.*
★ **Classe de Troisième** *(en préparation).*

+ Les **Corrigés,** hors commerce, sont exclusivement réservés à MM. les Professeurs de Mathématiques.

★ **NOUVEAUTÉS.**