

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Publication trimestrielle

Administration : Musée Pédagogique, 29, rue d'Ulm, Paris (5^e)

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

I. Note importante	151
II. Assemblée générale du 11 avril 1954 : compte rendu	152
III. Réunion du Comité : 28 mai 1954	159
IV. Documents officiels :	
<i>Circulaire relative à l'épreuve de calcul au Concours d'entrée en Sixième</i>	160
<i>Agrégation féminine de Mathématiques. Rapport de M. l'Inspecteur général DESFORGE, Président du Jury</i>	161
<i>Concours général de 1953 : classe de Première. Rapport de M. l'Inspecteur général DESFORGE, Président du Jury</i>	186

DEUXIÈME PARTIE

L. THIBERGE : <i>Sur les lieux géométriques dans le plan</i>	198
ERRATUM	202
Bibliographie	202

Cotisations : 400 fr.

Abonnements : 800 fr.

Expédition des Bulletins : 29, rue d'Ulm, Paris 5^e

Abonnement d'un an au *Bulletin* (prix net) : France 800 fr.

Prix d'un numéro du *Bulletin* ou d'un *Supplément* (prix net) : France. 200 fr.

Les membres de l'Association (cotisation : 400 francs pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que les *Fascicules d'Enoncés*.

Régler par chèque postal en utilisant l'adresse suivante :

Paris, Cc. 5708-21

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public
29, rue d'Ulm, Paris (5^e)

Présidents d'Honneur

Mlle DIONOT, M. DELCOURT, M. HENNEQUIN

Bureau :

Président : M. MONJALLON, 23, boulevard Saint-Germain, Paris (5°).
Vice-Présidents : Mlle MASSON, 3, avenue de la Porte-de-Montrouge, Paris (14°).
M. BIGUENET, 41, rue Mad.-Michelin, Neuilly-sur-Seine.
M. CAGNAC, 53, rue de Babylone, Paris (7°).
M. EDDE, 40, avenue du Général-Leclerc, Paris (14°).
Secrétaires : M. GIRARD, 37, rue Davioud, Paris (16°).
M. ROSTOLLAND, professeur au Lycée Marcel-Roby, St-Germain-en-Laye (S.-et-O.).
Trésorier : M. LEGRAND, 3 bis, av. R.-Poincaré, Margny-lès-Compiègne (Oise).

Comité :

Membres élus

Sortants en 1955 : M. CAGNAC (*Louis-le-Grand*) ; M. DURRANDE (*St-Louis*) ; M. HUISMAN (*Montaigne*) ; M. MARVILLET (*Strasbourg, Kléber*) ; M. MONJALLON (*St-Louis*).

Sortants en 1956 : Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. BAY (*Condorcet*) ; M. CARALP (*Montaigne*) ; M. CROZES (*Henri-IV*) ; M. DELTHEIL (*Fac. Sc. Toulouse*) ; M. PÉTRUS (*Janson*).

Sortants en 1957 : M. FAVRELLE (*Lille, Faidherbe*) ; M. ITARD (*Henri-IV*) ; M. MAILLARD (*Charlemagne*) ; M. POCHARD (*Condorcet*) ; M. ROSTOLLAND (*Marcel-Roby*) ; M. THOVERT (*Lyon, Ampère*).

Sortants en 1958 : Mlle AFFRE (*Fénelon*) ; M. BIGUENET (*E.N.P. Saint-Ouen*) ; M. CHAZAL (*Saint-Louis*) ; M. EDDE (*E.N. Auteuil*) ; M. GIRARD (*Arago*) ; M. LEGRAND (*Compiègne*) ; M. WALUSINSKI (*Voltaire*).

Membres de droit

Mme NICOD (*Lyon, Marie-Vidalenc*) ; M. CANONGE (*Castres*) ; Mlle AFFRE (*Fénelon*) ; M. JACQUEMART (*Pasteur*) ; M. POUX (*Saint-Cloud*).

Rapporteurs

Classes Nouvelles : Mlle MASSON ; *Enseignement moderne court :* M. BIGUENET ; *Enseignement technique :* M. BIGUENET ; *Ecoles Normales :* M. EDDE ; *Premier Cycle :* M. CARALP ; *Seconde et Première :* M. ROSTOLLAND ; *Philosophie, Sciences Expérimentales, Mathématiques :* M. FAVRELLE, Mlle PROTIN (*Sciences Expérimentales*) ; *Mathématiques Supérieures et Classes préparatoires aux Grandes Ecoles :* M. DURRANDE ; *Définitions de mots et notations mathématiques : Axiomatique et Redécouverte :* M. CROZES ; *Sujets des compositions et épreuves orales aux différents examens et concours :* Brevet et Ecoles Normales : M. EDDE. — Baccalauréat : M. FAVRELLE. — Grandes Ecoles : M. CHAZAL. — *Concours général :* M. MONJALLON ; *Histoire des Mathématiques :* M. ITARD ; *Cinéma d'Enseignement :* M. EUVRARD ; *Matériel d'Enseignement :* M. MONJALLON ; *Enseignement de l'Astronomie :* M. WALUSINSKI.

Correspondants

Aix-Marseille : M. BERTRAND (*Marseille, Thiers*) ; *Besançon :* M. BOUCHAT (*Besançon*) ; *Dijon :* M. SAUSER ; *Lille :* M. FAVRELLE (*Lille, Faidherbe*) ; *Lyon :* M. THOVERT (*Lyon, Ampère*) ; *Montpellier :* M. DUSSOL (*Montpellier*) ; *Nancy :* M. MOUGENOT (*Nancy, Henri-Poincaré*) ; *Rennes :* M. RENAULD (*Rennes*) ; *Strasbourg :* M. EHRHART (*Strasbourg, Kléber*) ; *Maroc :* M. QUEYSANNE (*Casablanca, Lyautéy*) ; *Tunisie :* M. SAUVAN (*Tunis, Carnot*).

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement public

PREMIÈRE PARTIE

I. NOTE IMPORTANTE

Par suite d'une réorganisation du travail du Bureau de l'Association, les membres de l'A.P.M. sont priés de vouloir bien se conformer aux directives ci-dessous :

1° La correspondance concernant les questions relevant de l'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ou les questions PERSONNELLES doit être adressée au Président :

A. MONJALLOX, 23, boulevard St-Germain, Paris, 5^e. ODE. 55-44.

2° La correspondance concernant les questions ADMINISTRATIVES (adhésions, mutations, démissions, demandes de *Bulletins*, réclamations, etc...) doit être adressée à :

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES

29, rue d'Ulm, Paris, 5^e

joindre un timbre pour la réponse, s.v.p.

3° La cotisation pour l'année scolaire (400 francs) est due dès le 1^{er} octobre de chaque année et doit être versée par virement postal uniquement au compte courant suivant :

PARIS, Cc. 5708-21

avec la même adresse qu'au 2°.

De nombreux collègues oublient de verser leur cotisation en temps opportun. Le service du Bulletin sera supprimé à partir du 1^{er} janvier pour tous ceux qui ne seront pas en règle avec la Trésorerie au 31 décembre au plus tard de l'année en cours.

II. Assemblée générale du 11 Avrii 1954

Étaient présents 33 membres :

Bureau : M. MONJALLON (*Président*) ; Mlle MASSON ; MM. CAGNAC, GIRAULT, LEGRAND.

Comité : Mlle BARBIER ; MM. BAY, DURRANDE, FAVRELLE, JACQUEMART, POCHARD, THOVERT, RUFF.

Membres de province : MM. BASTIEN (Sézanne, C.), BERTRAND (Marseille, Thiers), BUQUET (St-Quentin), CORNU (Strasbourg, C.T.I.), GUILLOTIN Cl. (Sens, C.T.).

Membres de Paris : Mlle DIONOT ; MM. BELGODÈRE (C.N.R.S.), BIGUENET (E.N.P. Saint-Ouen), CHAZAL (Saint-Louis), DUVAL (C.T. Dorian), GIROUD (Lakanal), GODEFROY (Charlemagne), GUERBOIS (Paul-Langevin), GUITTON (Saint-Louis), MANGIER (Saint-Louis), MÉDIONI (J.-B.-Say), MORILLON (C.T. Dorian), SIROS (Lakanal), VANY (Louis-le-Grand), WALUSINSKI (Voltaire).

Ont voté par correspondance 85 membres : MM. ABADIE (Nancy), ADLER (Condorcet), ANDRAUD (Bourges), BEAMURGIA (Saint-Gaudens), A. BENOIST (Diderot), A. BERGER (Jacques-Decour), BOMPAR (Marseille, Thiers), BONERANDI (Uzès, C.), BRUN (Marseille, Thiers) ; Mlle CAM (Brest) ; MM. CANONGE (Castres, C.), CASTELLANI (Voltaire), J. CHEVALLIER (Marcelin-Berthelot), CHIGOT (Bourges), CHIPON (Nancy), CLANET (E.N.P., Toulouse), COLLOT (Nancy) ; Mlles COSTES (Montauban), COUDRAY (Alger, Delacroix) ; MM. CRENN (Rennes), CROZES (Henri-IV), DAUTREVAUX (Belfort), DESCOSSES (Marseille, Thiers) ; Mme DOMANGE (Fénelon) ; M. V. DRIVAS (Voltaire) ; Mlle DUMAZÉDIER (Lakanal, annexe Savigny-sur-Orge) ; MM. DUVERT (Lyon, Ampère), EDDE (E.N.I., Auteuil), ELUECQUE (Saint-Louis), EHRRART (Strasbourg, Kléber) ; Mlles ESCOURROU (Jules-Ferry), ETIFIER (Saint-Germain-en-Laye) ; MM. ESPITALIER (Marseille, Thiers), EUZEN (Louis-le-Grand), EYSSERIC (Digne), FALCOU (Carcassonne) ; Mme FLAMANT (Fénelon) ; M. GAIRARD (E.N., Privas) ; Mlle GALMARD (Châteaudun, C.) ; MM. GIRARD (Arago), GITTON (Orléans), GODART (Condorcet), GUILLLOT (Nancy) ; Mlles HUET (Sèvres), LAVELLE (Marie-Curie) ; MM. LEFEBVRE (Saint-Louis), LERALLUT (Saint-Louis), LE DRIAN (Lorient), LOING (E.N., Laval), LORRAIN (Strasbourg, Kléber), LOUQUET (Biartitz), LOUVET (Lille), MACHICOT (Montauban), MAISONNEUVE (E.M., Tulle), MAILLARD (Tours), MARCHAND (Laval) ; Mlle MAZET (Marie-Curie) ; MM. MERLIN (Libourne, C.), MÉTRAL (Marseille, Thiers), MINIER (Dorian, C.T.) ; Mme MINOIS (Marie-Curie) ; MM. MINOIS (St-Louis), MIRABEL (St-Louis), MIRGAUX (Nancy), MOMAL (St-Louis), MOREAU (Orléans), MOUGENOT (Nancy), MOUTON (Marseille, Thiers) ; Mme NICOD (Lyon, C.M.) ; MM. ONETO (Michelet), PÉROL (Clermont-Ferrand), PERRICHET (St-Louis) ; Mme POCHARD ; Mlle POIRMEUR (Hélène-Boucher) ; M. G. PRÉVOST (St-Louis) ; Mlle PROTIN (Jules-Ferry) ; MM. RENAULD (Rennes), ROSTOLLAND (Marcel-Roby), TARNUS (Nantes, E.N.P.), THÉBAULT (Bourges), THÉOCLISTE (E.N., Bourg) ; Mme THÉRON (Lamartine) ; MM. THÉRON (St-Louis), TOLY (Verdun, C.), VIVIEN (Londres).

La séance est ouverte à 9 heures, M. THOVERT accepte d'être secrétaire de l'Assemblée générale, ce dont le remercie vivement le Président.

Allocution du Président

MES CHERS COLLÈGUES,

Cette fois, le rapport moral du Président sera très court. Après les agitations suscitées l'an passé par les divers projets de Réforme de l'Enseignement (laquelle

semble bien tombée dans l'oubli), en dehors des variations sur le calendrier scolaire auxquelles nous avons assisté, l'année scolaire 1953-54 a été surtout, et est encore marquée pour les enseignants, par des préoccupations matérielles qui, nous semble-t-il, ont pris le pas sur les soucis pédagogiques. Cependant l'Association n'en a pas moins continué son action vigilante en ce qui concerne l'enseignement des Mathématiques. Les divers *Bulletins* publiés vous ont tenu au courant de nos démarches, dont nous allons vous rappeler l'essentiel.

A l'issue de l'Assemblée générale de 1953, nous avons, suivant la tradition, déposé entre les mains de M. le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré divers vœux relatifs à l'examen d'entrée en Sixième, aux programmes du Premier Cycle et aux heures de travaux dirigés.

Nos demandes relatives à la durée de l'épreuve de mathématiques à l'examen d'entrée en Sixième, à la rédaction des textes et à l'impression de ceux-ci, ont été favorablement accueillies. Nous avons obtenu de M. PUGIBET, Inspecteur général adjoint à M. le Recteur de l'Académie de Paris, que les sujets de l'épreuve de mathématiques soient remis aux candidats imprimés ou ronéotypés. M. PUGIBET étant décédé il y a quelques mois, nous espérons qu'il avait eu le temps de passer cette consigne à M. le Directeur général de l'Enseignement de la Seine qui est chargé de cet examen. Nous allons nous inquiéter, auprès du successeur de M. PUGIBET, de la suite donnée à notre requête (1).

Pour les heures de travaux dirigés, il nous avait été opposé, comme chaque année, l'incidence budgétaire, mais M. l'Inspecteur général BAÏSSAS nous avait promis une circulaire relative à l'aménagement des heures déjà existantes. Deux circulaires parues au *B.O.*, en juin et décembre 1953 (cf. le rapport de Mlle MASSON, *Bulletin* n° 161) nous ont donné des possibilités qui peuvent être considérées comme une première étape dans la réalisation de notre vœu.

En ce qui concerne les programmes du Premier Cycle, nous avons été priés de nous rencontrer avec l'Inspection générale de mathématiques. Une Commission de l'A.P.M.E.P. ayant étudié les légères retouches que nous désirions, nous en avons discuté avec MM. les Inspecteurs généraux, qui nous ont promis de tenir compte de nos suggestions lors d'une refonte éventuelle des programmes en vigueur, en liaison avec la Réforme de l'Enseignement.

Lors des épreuves du Baccalauréat, en juin 1953, l'unicité du texte proposé aux candidats de la France métropolitaine ne nous a pas donné complète satisfaction, surtout en ce qui concerne l'épreuve de mathématiques de la série Mathématiques. Une lettre de protestation a été adressée à la Direction de l'Enseignement Supérieur et nous sommes intervenus dans l'établissement du barème de cotation dans l'Académie de Paris. Nous regrettons de n'avoir pu agir efficacement auprès des autres Académies, car les divers barèmes adoptés dans celles-ci ont contribué à perpétuer les inégalités à laquelle l'instauration du sujet unique devait pallier.

Comme vous avez pu le constater, l'organe de liaison de notre Association, notre *Bulletin* vert, a pris une ampleur inaccoutumée. Répondant à un vœu de M. CAGNAC et des membres assistant à l'Assemblée générale de 1952, nous avons publié, dans la mesure du possible, les textes des conférences faites sous les auspices du groupe « Axiomatique et redécouverte » qu'anime notre ami CROZES : cette publication est l'une des causes de l'accroissement de notre *Bulletin* ; mais ce dernier est aussi dû à l'extension des rapports des concours de recrutement. Nous sommes heureux de pouvoir faire profiter nos membres de province des conférences qui nous sont faites. Mais nous ne pouvons faire plus pour l'instant, car le prix de revient de notre *Bulletin* dépasse nos prévisions budgétaires, ainsi que vous le confirmera, tout à l'heure, notre dévoué Trésorier, M. LEGRAND, et malgré l'apport rémunérateur de la publicité

(1) Cf. la Circulaire parue au *B.O.*, n° 17, voir page 160 du présent *Bulletin*.

obtenue grâce à la collaboration efficace de M. GIRARD. Mais si nous voulons poursuivre notre effort, il importe que l'Assemblée générale nous en donne les moyens financiers. Ces moyens peuvent être obtenus de deux façons différentes. Premièrement, en accroissant le nombre de nos membres, et ceci peut être le résultat d'une collaboration active de nos adhérents en amenant à notre Association ceux de nos collègues qui n'appartiennent pas encore à celle-ci ; faites donc de la propagande autour de vous, surtout auprès des jeunes collègues qui peuvent ignorer l'existence de l'A.P.M.E.P. Deuxièmement, en augmentant la cotisation, mesure que nous n'envisagerons qu'en dernier lieu et que contraints par les besoins de notre Trésorerie.

Avant de clore ce bref rapport, je tiens à adresser mes remerciements à tous les membres du Bureau et du Comité, ainsi qu'à nos représentants aux divers Conseils d'enseignement et Commissions. C'est grâce à leur confiante et amicale collaboration qu'il nous est possible de continuer une tâche qui s'avère parfois assez lourde.

Permettez-moi, en terminant, de saluer la mémoire de notre collègue SINGIER, membre du Comité, décédé au début de cette année scolaire.

Le Président.

Compte rendu financier

Le Président donne alors la parole au Trésorier, M. LEGRAND, pour le bilan en fin d'exercice.

Exercice (12 mars 1953 au 10 avril 1954)

RECETTES		DÉPENSES	
En caisse le 11 mars 1953	701.060 fr.	Frais d'impression et d'ex-	
Cotisations et dons	713.759 fr.	pédition des <i>Bulletins</i>	
<i>Bulletins</i>	35.162 fr.	N ^{os} 154 à 161	1.034.921 fr.
Recettes brutes de Publi-		Abonnement <i>E.N.</i>	1.500 fr.
cité	154.800 fr.	Cotisation Fédér. des So-	
		ciétés Mathématiques..	2.000 fr.
Total	1.604.781 fr.	Frais de gestion	41.130 fr.
		Total	1.079.551 fr.

Actif au 10 avril 1954 : 525.230 francs

L'actif comprend un fonds de réserve de 5.930 francs concernant 33 rachats de cotisation.

Le Trésorier fait alors remarquer que, par suite du coût croissant du *Bulletin*, l'actif est, en fin d'exercice, inférieur de 200.000 francs environ sur l'actif précédent et il reste encore à publier d'ici le 1^{er} octobre 1954 deux *Bulletins* copieux et un fascicule d'énoncés (Concours de 1954). Comme les cotisations ne rentrent en général que fin décembre, il craint que la Trésorerie ne soit difficile au cours du premier trimestre 1954-55.

Le Président remercie vivement M. LEGRAND pour l'excellent travail qu'il fournit au sein du Comité. L'Assemblée générale examine ensuite les divers moyens de soulager la Trésorerie. Le Président rappelle que nous fournissons au Centre national de Documentation pédagogique des tirés à part des rapports des Concours de recrutement, mais que les ressources en provenant sont de peu d'importance ; il dit que les demandes de subvention pour publication de rapports officiels n'ont jamais reçu de suite favorable : il rappelle en particulier qu'en 1947, nous avions publié, à la demande du Ministère, les Instructions officielles pour l'enseignement des mathématiques à l'usage des Conseillers pédagogiques, publication pour laquelle une somme de 5.000 francs nous avait été promise et qui ne fut jamais versée.

L'Assemblée générale émet alors un vœu tendant à obtenir du Ministère de

l'Education Nationale une subvention pour la publication de rapports officiels, utiles aux professeurs et aux candidats aux concours de recrutement.

Le Président pose alors le principe d'une augmentation de la cotisation qui, après discussion (fixation à un maximum de 600 francs), est adopté par l'Assemblée générale. Le Bureau étudiera, conformément aux statuts, l'application du principe voté.

Il est ensuite demandé que les membres du Comité participent d'une façon plus active au travail du Bureau. Les bonnes volontés se font rares au sein du Comité, chacun se retranchant derrière l'existence de multiples activités pour éluder toute demande de collaboration, à tel point qu'il a fallu, l'an passé, faire appel à deux membres sortants pour occuper les postes de Trésorier et Secrétaire.

Pourtant certaines missions de contrôle, par exemple, le contrôle du travail de secrétariat fourni par les employés du Musée Pédagogique, qui nous sont prêtés, sont nécessaires ainsi que l'ont montré quelques récents incidents relatifs à la distribution de notre *Bulletin*. Ceux-ci ne se reproduiront plus, espérons-le, mais il nous faut y veiller.

Les épreuves de mathématiques aux divers Examens et Concours

Baccalauréat. — Une discussion s'engage sur le sujet unique (question de fond) où interviennent MM. JACQUEMART, RUFF, WALUSINSKI.

Un vœu tendant à ce que le sujet ne soit pas unique est adopté (quatre voix contre).

M. CAGNAC, citant les sujets des concours des Grandes Ecoles, fait une objection à ce vœu, il convient que ceux-ci sont choisis avec le plus grand soin. Pour cette année, M. POCHARD demande que le sujet soit étudié avec plus de sérieux.

B.E., B.E.P.C., E.N. — M. GIRAULT signale qu'il n'a reçu aucune critique des sujets de Brevet, de Brevet de fin d'Etudes du Premier Cycle, ni de concours d'entrée aux Ecoles Normales d'Instituteurs.

Commission Châtelet

Le Président remercie M. CHAZAL pour le compte rendu des travaux de la Commission CHATELET, qui a été publié au *Bulletin* n° 161. M. CHAZAL lit une lettre de M. MARTENOT.

M. MONJALLON lit une lettre de M. PÉTRUS qui, ne pouvant assister à l'Assemblée générale, a tenu à résumer, en toute objectivité, l'intervention qu'il aurait faite. En voici le contenu :

« J'ai recueilli, sans les provoquer le moins du monde, les doléances de collègues un peu affolés par les publications sur l'Axiomatique et les possibilités de son introduction dans l'enseignement élémentaire, Spéciales comprises. Cette synthèse est peut-être utile pour les professeurs, mais quant à en répandre les applications dans l'enseignement, c'est très dangereux à mon avis, car je souhaiterais toujours voir notre enseignement rester concret et les droits de l'intuition sauvegardés à tous les étages.

« J'éprouve personnellement de graves inquiétudes devant certaines décisions de la Commission CHATELET conçues dans le même esprit soi-disant rénovateur de l'enseignement de Spéciales, en réalité pour retomber dans certains errements antérieurs à 1905, qui voyaient dans la géométrie prétexte à déterminants et formes quadratiques, toute figure étant bonne à *priori* et toute solution purement géométrique considérée comme absurde. J'aurais beaucoup à dire aussi sur les amputations infligées au programme de *Descriptive*, lesquelles concernent justement des rubriques qui permettaient d'illustrer pas mal de particularité des courbes et des surfaces. Oublie-t-on qu'il y a, parmi nos élèves doués pour les sciences, à part quelques rares candidats au professorat, ou, mieux, à la recherche, une grosse majorité qui se destinent

à l'industrie et ont besoin de garder une tournure d'esprit essentiellement concrète pour l'avenir ?

« Même si on m'accuse d'être indiscret (comme je l'ai déjà été, paraît-il) je vous révélerai que de nombreux candidats (et candidates) à l'Agrégation se sont essayés à ces innovations pour leur plus grand dommage, car ces acrobaties n'aboutissent le plus souvent qu'à une chute lamentable... Les Jurys ne sont pas toujours indulgents ; s'ils le sont, ils amènent à l'enseignement des recrues qui peuvent être un danger pour l'enseignement et surtout pour l'enseignement élémentaire.

« Excusez cette intervention d'un collègue déjà chevronné, qui veut simplement crier « casse-cou », dans la mesure de ses faibles moyens, à quelques jeunes imprudents... »

M. MAGNIER souhaite l'introduction des matrices et M. CHAZAL cite l'analogie avec l'introduction du calcul vectoriel, faite en général en un chapitre de fin de cours et qui est devenu un outil essentiel.

MM. CAGNAC et GUITTON remarquent que toute réforme devrait commencer par le haut. La question à ne pas perdre de vue est : quel niveau veut-on pour la licence et les concours d'entrée aux Grandes Ecoles ?

M. MAGNIER suggère de demander si la durée de la Propédeutique doit être de deux ans ou de trois ans et il désire voir repenser le programme de Mathématiques Supérieures. Après une discussion assez animée, la durée de préparation normale aux Grandes Ecoles est précisée.

L'Assemblée générale se met d'accord sur le vœu suivant :

« Un élève doit pouvoir entrer dans une Grande Ecole **deux** ans après avoir obtenu la seconde partie du Baccalauréat. »

M. CAGNAC insiste sur le fait qu'il faut obtenir des auteurs de problèmes (Polytechnique, Normale Supérieure) de ne pas donner des épreuves d'un niveau trop élevé.

M. CHAZAL demande d'attendre un an encore, car la Commission Châtelet doit étudier la Propédeutique. Il sera demandé qu'elle soit limitée à **deux** ans.

A l'occasion de cette discussion de la Propédeutique, diverses opinions sont avancées en ce qui concerne l'Enseignement du Second Degré : on signale les horaires insuffisants du Premier Cycle, la nécessité de recréer des séries scientifiques. M. SIROS demande l'augmentation du programme de Première : c'est la « *classe-trou* », dit-il, car les élèves entrant en classe de Mathématiques ne savent rien. Le programme de Première est une discontinuité dans l'ensemble du Second Degré. M. POCHARD souhaite, par contre, faire moins de chose, mais les faire mieux.

M. JACQUEMART insiste pour que la classe de Mathématiques conserve son caractère propre avec la sanction habituelle et demande qu'elle ne devienne en aucun cas une première année de Propédeutique.

La discussion est close en remarquant qu'il est utile que — parallèlement à la Commission Châtelet — une Commission soit chargée d'une étude des programmes spécifiquement secondaire.

Classes-pilotes. Travaux dirigés

Le Président remercie Mlle MASSON pour le rapport qu'elle a rédigé et qui a été publié au *Bulletin* n° 161. On lira avec intérêt un nouveau rapport de Mlle MASSON (Cf. présent *Bulletin*, page) où elle résume les observations reçues à l'occasion de l'Assemblée générale.

Mlle MASSON cite le cas d'une collègue qui a huit classes (18 heures de service) et 270 élèves. Elle explique l'essai de gain d'horaire pour les travaux dirigés réalisé sur les 18 heures de loisir, étude du milieu et les Conseils de classe supprimés ; on arrive ainsi à obtenir de 20 à 25 heures dans l'année pour le mathématicien, mais elle signale l'opportunité d'intégrer ces heures dans l'horaire régulier et non de 17 à 18 heures.

Le Président demandera que cet aménagement soit effectué pour que ces heures rentrent dans l'emploi du temps, ainsi que le souhaitent Mlle CAM et M. CHEVALIER qui signale la difficulté d'intégrer ces heures dans un emploi du temps préétabli.

M. WALUSINSKI demande en outre que ces heures ne soient pas payées au rabais, ce qui explique en partie le dédain de certains de nos collègues pour ces fractions de service.

Examen d'entrée en Sixième

Mlle DIONOT reçoit les félicitations du Président pour l'étude objective faite par le groupe des mathématiciens se réunissant à Sèvres sous sa direction. Ce rapport reçoit l'accord unanime de la province.

M. BEAMURGIA demande : 1° le report de l'épreuve de calcul à l'après-midi ; 2° la remise de textes imprimés ; 3° le remplacement du premier problème par quatre opérations indépendantes.

Il souhaite que le second problème conduise à des résultats simples, nombres entiers si possible, pouvant être reproduits sur un dessin et qu'il permette de déceler le bon sens et l'intelligence. Il voudrait voir supprimer les problèmes de rencontre de deux ou plusieurs mobiles et faisant intervenir des règles de trois.

M. MOREAU (Orléans) dit qu'il est nécessaire de donner à l'examen des opérations à faire en temps limité, afin d'avoir en Sixième des élèves sachant correctement la table de multiplication. Il pense aussi qu'il faut éviter des divisions où le diviseur ait l'aspect de 0,00452 ou 0,0203, ce qui conduit bien souvent à des catastrophes.

L'accord est donc réalisé sur les points suivants :

- nécessité de vérifier les mécanismes opératoires (opérations courtes, mais nombreuses) ;
- énoncés imprimés ou ronéotypés ;
- rédaction des énoncés en langage simple, familier aux élèves.

Notations mathématiques et définitions de mots

Le rapport de M. CROZES est adopté sans observation.

Elections au Comité

Le Président, aidé par Mlle MASSON, MM. SIROS, FAVRELLE, LEGRAND, POCHARD et THOVERT, qu'il remercie pour leur aide, procède ensuite au dépouillement des votes qui donne les résultats suivants :

Votants : 114.

Sont élus membres du Comité : MM. CHAZAL (80 voix), LEGRAND (75 voix), WALUSINSKI (65 voix), BIGUENET (63 voix), EDDE (61 voix) ; GIRARD (61 voix) ; Mlle AFFRE (60 voix).

Viennent ensuite : MM. SIROS (59 voix), GUITTON (58 voix), BERTRAND (54 voix) ; Mlles FÉLIX (54 voix), PROTIN (36 voix) ; Mme FLAMANT (31 voix) ; M. DUVAL (24 voix).

MM. BENMERAH, CHAUVINEAU, CROZES, DAUTREVAUX, GOUNON, MAGNIER, MOUGENOT, chacun une voix.

La séance est levée à 12 h. 15.

Rapport sur les Classes-pilotes et Travaux dirigés

Travail dirigé en 6° et 5° traditionnelles, classes-pilotes du 2° Cycle

Des réponses reçues au questionnaire posé sur le travail dirigé en 6° et 5° traditionnelles on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Nos collègues estiment en général que l'horaire des mathématiques en 6^e et 5^e et d'ailleurs dans tout le Premier Cycle est insuffisant. L'horaire des classes-pilotes du Premier Cycle leur semble « une manière d'idéal ». Plusieurs demandent à l'A.P.M. de faire porter tous ses efforts sur une augmentation d'horaire dans le Premier Cycle, soit sous forme d'une augmentation hebdomadaire d'une demi-heure, soit sous forme d'une demi-heure de travail dirigé par semaine et par demi-classe. Il n'y a malheureusement guère de chances que nos revendications à ce sujet soient entendues.

2° Comment nos collègues ont-ils utilisé les modestes possibilités qui leur ont été offertes ?

Mlle DIONOT, qui a assisté à un stage des chefs d'établissement, rapporte que nos collègues les auraient souvent négligées. Les réponses reçues expliquent ces abstentions. Les heures de travail dirigé se placent souvent fort mal, concurremment avec « les heures de plein air et d'étude du milieu », ou « aux heures prévues pour l'instruction religieuse et la musique ». Ceci à des moments de la journée peu favorables à l'activité intellectuelle pour les élèves et où, d'autre part, il est très gênant pour nos collègues d'être pris.

Nos collègues insistent pour que l'A.P.M. intervienne afin que ces heures aient une place prévue à l'horaire dès le début de l'année dans l'emploi du temps normal du professeur et des élèves.

3° Le nombre d'heures effectué varie en général de 5 à 10. M. JACQUEMART a donné, dans le compte rendu de l'Assemblée générale de l'an dernier (page 127, *Bulletin* n° 156), un exemple d'un grand lycée de banlieue où le total a atteint 20 heures. Lui-même, en utilisant toutes les possibilités, est arrivé à un total analogue dans une classe de 6^e. J'espère arriver à ce même total, cette année, dans deux classes de 5^e.

Je ne crois pas qu'il soit très difficile pour nos collègues d'obtenir une telle répartition dans leurs établissements respectifs. Il semble que très souvent l'ensemble des possibilités offertes (conversion des économies réalisées par les Conseils de classe non effectués, étude du milieu, travail dirigé) ne sont pas épuisées.

Mlle DIONOT remarque qu'il sera plus facile de demander une demi-heure de travail dirigé hebdomadaire par élève si les possibilités actuelles ont été utilisées au maximum par un grand nombre de collègues. Dans le cas contraire, il sera très facile d'écarter nos demandes et de répondre que le travail dirigé ne nous intéresse pas.

Quelques collègues ont, d'autre part, rapporté les résultats de leurs expériences dans les classes-pilotes du 2^e Cycle. L'horaire est le même que dans les classes traditionnelles. Mais quelques heures « d'activités dirigées » leur ont permis des expériences intéressantes :

— une correction presque individuelle de la composition pour les élèves les plus faibles lors d'une séance de travail dirigé ;

— des essais de coordination avec les professeurs des autres disciplines : étude du triangle arithmétique de Pascal au moment où les textes de cet écrivain étaient étudiés en lettres ; collaboration avec le professeur de géographie pour la définition de la longitude et de la latitude ;

— possibilité de documenter les parents, lors d'une réunion de ceux-ci, « sur le rôle social et intellectuel de l'enseignement des mathématiques ».

Quelques réserves sur l'intérêt de ces classes : danger de dispersion pour les élèves ; inconvénients pour la discipline de la très grande initiative laissée aux élèves.

Mlle MASSON.

III. Réunion du Comité

28 mai 1954

Présents : Mlles AFFRE, DIONOT, MASSON ; MM. BAY, BIGUENET, CAGNAC, CHAZAL, DURRANDE, ITARD, MONJALLON, POCHARD, ROSTOLLAND, WALUSINSKI.

Excusés : MM. CROZES, HUISMAN, FAVRELLE, LEGRAND, PÉTRUS, THOVERT.

La séance est ouverte à 17 h. 50.

M. MONJALLON signale la publication au *B.O.* d'une circulaire de M. Brunold relative à l'examen d'entrée en Sixième : les sujets de composition seront désormais distribués aux élèves et non plus seulement dictés (cf. ce *Bulletin*, page 160). Ce n'est que l'une des améliorations demandées par l'A.P.M. ; espérons que d'autres suivront.

Les élections au Conseil de l'Enseignement du Second Degré vont avoir lieu prochainement, et M. MONJALLON déplore que l'A.P.M. n'ait pas été consultée. Seule la Société des Agrégés a demandé, tardivement, une proposition de candidatures. Sur la proposition de MM. MONJALLON, DURRANDE et POCHARD, le Comité décide de donner son agrément aux candidats membres de l'A.P.M.

M. ITARD informe le Comité que la Société mathématique de France se propose d'organiser une conférence faite par un professeur de l'Enseignement Supérieur, sur l'enseignement de la mécanique et demande si l'A.P.M. approuve cette initiative. M. POCHARD signale que la suppression de cet enseignement avait été demandée il y a quelques années. Les membres présents estiment qu'une conférence serait l'occasion de réfléchir à nouveau sur la question, à condition, comme le demande en particulier M. CAGNAC, qu'elle soit compréhensible pour des professeurs de lycée. Cette restriction faite, M. ITARD est chargé de transmettre à la Société mathématique l'accord du Comité de l'A.P.M.

M. POCHARD demande alors la parole : selon lui, Mlle Félix ayant obtenu le plus grand nombre de voix après les membres élus au Comité en 1953, aurait dû remplacer automatiquement M. Singier, décédé. M. MONJALLON fait observer qu'il s'agit là de l'application d'un amendement aux Statuts proposé par M. Pochard et voté par l'Assemblée générale de 1951, mais que cet amendement ne lui a pas paru valable car M. Pochard, qui était alors Président, a omis de le faire enregistrer à la Préfecture de Police conformément à la loi du 1^{er} juillet 1901, qui régit notre Association. Le Président sortant a cru devoir agir correctement en s'en tenant strictement aux Statuts déposés et enregistrés. Il propose alors, soutenu par de nombreux membres, d'offrir à Mlle FÉLIX de faire partie du Bureau à titre de membre adjoint, décision qui est adoptée.

Selon une demande de Mlle AFFRE, dorénavant, quelques numéros du *Bulletin* contenant la conférence faite aux membres de l'A.P.M., seront remis à chacun des conférenciers.

La séance est alors interrompue pour l'élection du nouveau Bureau, élection dont on trouvera ci-après les résultats.

Après le vote, le Président signale encore qu'il y a eu au concours de Saint-Cyr une épure sortant des limites du programme, et qu'il a fait une démarche au Ministère de la Défense Nationale. A la demande instante de M. CAGNAC, appuyé par de nombreux collègues, le Président fera une nouvelle démarche en vue d'obtenir l'annulation de cette composition.

La séance est levée à 19 heures.

Election du Bureau

Elle est présidée par M. DURRANDE. Plusieurs membres n'ayant pu venir à la réunion se sont fait représenter et leurs pouvoirs sont acceptés.

Election du Président :

Votants 20, dont 8 par mandat.

Majorité absolue : 11 voix.

Le scrutin donne les résultats suivants :

M. MONJALLON (12 voix), POCHARD (8 voix).

M. MONJALLON est donc réélu Président de l'Association au premier tour et à la majorité absolue. Il remercie le Comité de cette marque de confiance renouvelée.

Sont élus ensuite :

Vice-Présidents : Mlle MASSON ; MM. BIGUENET, CAGNAC, EDDE.

Secrétaires : MM. GIRARD, ROSTOLLAND.

Trésorier : M. LEGRAND.

IV. Documents officiels

Epreuve de calcul à l'examen d'entrée en Sixième

Nos démarches relatives à l'épreuve de calcul au concours d'entrée en Sixième ont reçu une première satisfaction, ainsi que l'atteste la circulaire ci-dessous :

Circulaire du 23 avril 1954

(SECOND DEGRÉ, 1^{er} BUREAU)

aux Recteurs,

aux Inspecteurs d'Académie

Objet : Sujet de l'épreuve de calcul.

Ayant été saisi d'un certain nombre de réclamations au sujet des inconvénients qui résultent, pour les candidats à l'examen d'admission en Sixième, de la dictée de l'épreuve de calcul, j'ai décidé que le texte de cette épreuve sera désormais distribué aux candidats.

En conséquence, j'ai l'honneur de prier MM. les Inspecteurs d'Académie de prendre les dispositions nécessaires.

Pour le Ministre et par délégation :

Le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré,

Signé : Ch. BRUNOLD.

Nous demandons à nos collègues de veiller à ce que ces dispositions soient respectées dans les divers centres d'examen.

Une partie de nos demandes reçoit donc une solution qui n'a que trop tardé, mais nous n'oublions pas que nous désirons aussi :

1° l'allongement de la durée de l'épreuve à une heure (non comprise la remise des textes) ;

2° la séparation de l'épreuve en une épreuve de calcul pur (quatre opérations) et un problème simple ne comportant pas de difficultés de calcul ;

3° le renvoi à l'après-midi de l'épreuve de calcul, le blocage des épreuves en une matinée étant inhumain.

Souhaitons que notre voix soit finalement entendue !

Rapport sur l'Agrégation de Mathématiques (Femmes) Session de 1953

Le Jury de l'Agrégation féminine de Mathématiques, pour la session de 1953, était composé ainsi : M. VILLAT, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, président ; M. DESFORGE, inspecteur général de l'Instruction publique, vice-président ; Mlle CHARPENTIER, professeur à la Faculté des Sciences de Rennes ; Mme DOMANGE, professeur de Mathématiques (classe de Fontenay) au Lycée Fénelon ; M. PÉTRUS, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Janson-de-Sailly.

Pour les épreuves pratiques et orales, auxquelles M. VILLAT n'a pu assister, la présidence a été assurée par M. DESFORGE, et M. VILLAT a été remplacé numériquement par M. DUGUÉ, doyen de la Faculté des Sciences de Caen.

La session du concours a duré du 1^{er} juin, date du début des épreuves écrites, au 1^{er} août. Les résultats d'admissibilité ont été donnés le lundi 6 juillet. Les épreuves pratiques et orales ont eu lieu au Lycée Fénelon, à Paris, à partir du 15 juillet.

Le nombre de candidates inscrites était quatre-vingt-un.

EPREUVES ECRITES

Soixante-huit candidates ont pris part à la première épreuve ; deux d'entre elles ont abandonné le concours après la composition de Mathématiques Élémentaires et une après la composition de Calcul Différentiel et Intégral.

Pour les soixante-cinq candidates ayant terminé les épreuves écrites, le total des notes pour l'ensemble des quatre compositions varie de 62 à 13, pour un maximum de 80 points, c'est-à-dire de 15,5 à 3 sur 20. La répartition de ces notes d'ensemble est la suivante : vingt et une sont supérieures à 10 sur 20, dix-neuf sont comprises entre 10 et 8, treize entre 8 et 6, six entre 6 et 5, six entre 5 et 3. L'échelonnement plus détaillé des notes supérieures à 8 sur 20 s'établit ainsi : en tête se détachent un 15,5 et un 15, puis viennent cinq notes à peu près régulièrement réparties entre 13,5 et 12, neuf entre 12 et 11, cinq entre 11 et 10, huit entre 10 et 9, et onze entre 9 et 8.

Les trente et une premières candidates de ce classement ont été déclarées admissibles ; la moyenne de la dernière admissible est 8,75 sur 20, sensiblement supérieure à celle de certaines des années précédentes (8,25 en 1952 ; 8 en 1951 et en 1949 ; 8,5 en 1950).

La moyenne de l'écrit pour les trente et une admissibles est 11 sur 20, dépassant de près d'un point celles de 1952 et 1951 ; elle est voisine de 6,5 pour les trente-quatre non-admissibles et de 8,7 pour les soixante-cinq candidates.

Si les notes extrêmes de l'écrit (15,5—3) sont à peu près les mêmes que l'année dernière, les résultats d'ensemble apparaissent légèrement meilleurs en 1953 ; les comptes rendus détaillés des quatre compositions montreront qu'il est difficile d'en préciser la raison, car, si les moyennes sont un peu plus élevées que l'an dernier pour les épreuves de Mathématiques Élémentaires et de Mathématiques Spéciales (et il est à souhaiter que cette tendance ne soit pas purement fortuite, et qu'elle se trouve confirmée lors des prochaines sessions), ce relèvement est partiellement compensé par un abaissement non négligeable en analyse, le niveau restant sensiblement le même en mécanique.

Le groupe des trente et une admissibles comprend : dix élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles et une ancienne élève ayant accompli une quatrième année à l'Ecole, d'ailleurs déjà titulaire du certificat d'aptitude au professorat de l'Enseignement du Second Degré ; quatre élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses, dont l'une déjà titulaire du certificat d'aptitude à l'enseignement dans les collèges ; deux auditrices à l'Ecole Normale Supérieure ; cinq professeurs titulaires en exercice ; deux professeurs titulaires en en congé ; une stagiaire d'en-

seignement, candidate au certificat d'aptitude au professorat de l'Enseignement du Second Degré (ancien régime) : six étudiantes, dont deux des Facultés d'Alger et de Poitiers.

Parmi les quatre-vingt-une candidates inscrites en 1953, dix-sept avaient été admissibles à des concours antérieurs, mais treize d'entre elles seulement ont pris part aux épreuves écrites ; sept figurent de nouveau cette année sur la liste d'admissibilité : cinq professeurs titulaires en exercice, un professeur titulaire en congé, une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure.

Il est intéressant d'ajouter ici une indication concernant les liaisons entre l'agrégation et le nouveau régime du certificat d'aptitude au professorat de l'Enseignement du Second Degré, entré en vigueur cette année. En dehors des élèves des deux Ecoles Normales Supérieures, les Centres pédagogiques régionaux réunissaient, en 1952-1953, vingt-huit élèves-professeurs de mathématiques ; quinze d'entre elles, sur dix-huit qui s'étaient fait inscrire comme candidates à l'agrégation, se sont effectivement présentées ; si aucune n'a été admissible, il convient de noter que six ont obtenu des notes fort honorables, dont la moyenne, pour l'ensemble des quatre épreuves, est comprise entre 8,5 et 7 sur 20.

*
**

Les compositions écrites ont donné lieu aux observations suivantes :

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES ELÉMENTAIRES
(Correcteur : Mme DOMANGE)

Le problème proposait l'étude de la transformation par polaires réciproques dans l'espace, par rapport à une sphère, et plus particulièrement l'application de cette transformation aux quadriques de révolution C, dont la méridienne est une conique ayant pour axe focal l'axe de révolution. Des indications préliminaires détaillées situaient nettement les méthodes permises pour résoudre les questions posées, ainsi que les propriétés qu'il était inutile de re-démontrer. L'énoncé se décomposait en cinq parties inégales ; dans le barème utilisé finalement pour la correction, les deux premières ont compté pour la moitié de la note totale.

Dans la partie I, on demandait de montrer que tout cône ou cylindre de révolution a pour transformé, dans la transformation par polaires réciproques (Φ) définie par une sphère directrice ayant pour centre F et pour rayon ρ , une conique ; puis, l'attention ayant été attirée sur le fait que la réciproque de cette propriété n'est vraie que sous certaines conditions, il s'agissait de définir le cône ou cylindre transformé d'une conique quelconque. Enfin, la transformation (Φ) était appliquée à une sphère et faisait apparaître les quadriques de révolution C.

Bien que la figure initiale fût simple, dix-huit candidates se sont trompées sur la situation du cône de révolution, ayant pour sommet le centre F de la sphère directrice et contenant la conique dont il était question au début, en lui assignant un axe de révolution perpendiculaire à l'axe véritable et un angle au sommet complémentaire de l'angle exact. Cette faute grave, si fréquente, s'explique sans doute par la substitution hâtive à la figure de l'espace d'une coupe plane faisant intervenir des angles dont les côtés étaient respectivement perpendiculaires et qui furent qualifiés « égaux » sans examen approfondi. Cette erreur se trouve même dans la copie, assez bonne dans l'ensemble, d'une candidate déclarée admissible. Les réciproques dans cette question ont été souvent mal traitées ou complètement oubliées. La condition nécessaire et suffisante pour qu'une conique se transforme en un cône ou cylindre de révolution est rarement énoncée d'une façon claire et encore plus rarement démontrée. A ce sujet, peu de candidates paraissent savoir reconnaître et utiliser la conique focale d'une conique donnée : l'une même, malgré la mise en garde contenue

dans l'énoncé, a affirmé la possibilité de cette transformation pour toute conique de l'espace.

La fin de cette première partie, concernant la transformée d'une sphère, est mieux comprise ; cependant les explications sont fréquemment insuffisantes ; des calculs bien lourds pour déterminer l'excentricité ou le paramètre de la quadrique C transformée d'une sphère montrent que beaucoup ne connaissent pas assez la figure classique relative à la transformation par polaires réciproques d'un cercle par rapport à un cercle, en géométrie plane. Plusieurs aussi interprètent mal la réciprocity de la transformation (Φ) et croient qu'une simple allusion à cette propriété constitue une démonstration de la réciproque qu'on leur demandait d'étudier.

La partie II comprenait diverses questions sur les sections planes d'une quadrique de révolution C donnée et sur les plans tangents à cette quadrique. Une transformation (Φ) permettait de se ramener à des propriétés simples des sphères et de leurs cônes ou cylindres circonscrits. Beaucoup de candidates l'ont vu et ont ainsi compris et traité l'essentiel de cette partie. Toutefois, dans la dernière question, les familles de droites que l'on considérait étaient tangentes à l'une ou à l'autre de deux quadriques qui se confondaient lorsque l'angle α , défini par l'énoncé, était égal

à $\frac{\pi}{2}$, et une seule de ces surfaces a été signalée, en général, car on ne s'est pas rendu

compte que le supplément de l'angle α pouvait intervenir comme l'angle α lui-même.

Certaines candidates, négligeant l'indication pourtant claire du texte, n'ont pas utilisé la transformation (Φ) ; elles n'ont pu obtenir que quelques résultats partiels en se servant de la définition métrique des quadriques C.

Dans la partie III, on considérait la famille des quadriques C, qui ont un foyer F et un plan directeur associé D donnés. Cette famille devenait par la transformation (Φ) une famille de sphères concentriques, ce qui conduisait à une solution simple des questions posées. Si l'enveloppe E_v d'un certain ensemble de plans liés à ces quadriques a été déterminée par un assez grand nombre de candidates, la recherche est presque toujours si maladroitement conduite que l'on ne peut ensuite étudier la famille des surfaces-enveloppes E_v obtenues en faisant varier un certain plan V autour d'un point fixe ou autour d'une droite fixe : une seule copie renferme une solution complète de cette première question. Dans la seconde, si la droite qui porte le lieu cherché est mise en évidence dans beaucoup de copies, une seule contient une limitation exacte des portions de cette droite constituant le lieu, une seule autre indique qu'il y a une limitation à faire : on se contente partout ailleurs d'affirmer que le lieu est la droite trouvée, sans aucun souci de réciproque.

La partie IV mettait en présence deux quadriques C ayant un foyer commun F.

Un petit calcul, portant sur une transformation de la condition nécessaire et suffisante pour que deux sphères aient des points communs, a été, malgré sa simplicité, très souvent mal conduite, donnant l'impression que certaines candidates connaissait bien imparfaitement ces relations d'inégalité très élémentaires, et que beaucoup n'arrivent pas à dominer une bien banale question d'algèbre. Les plans tangents communs aux deux quadriques C n'ont été étudiés complètement dans aucune copie. De même, seuls, des résultats partiels ont été obtenus à propos de l'intersection de ces quadriques. Quant à la question posée sur les tangentes communes aux deux surfaces, elle n'a été abordée par personne.

Une partie V proposait enfin l'étude des quadriques C ayant un foyer donné F et tangentes à trois plans n'ayant qu'un seul point commun. Parmi les peu nombreuses candidates qui l'ont abordée valablement, la plupart ont su mettre en évidence le cas des paraboloides, mais le lieu des centres des quadriques est très rarement trouvé. La question concernant les plans directeurs est en général comprise, mais les deux problèmes de construction sont bien mal traités : l'on voit bien, assez

souvent, qu'il s'agit en définitive de déterminer les sphères d'un faisceau linéaire qui passent par un point donné ou qui sont tangentes à un plan donné, mais il semble que l'on entre là dans un domaine peu familier ; une seule copie contient sur ce sujet des indications suffisamment précises.

La dernière question, relative à un paraboloïde de révolution défini par son foyer et par trois plans tangents formant un trièdre trirectangle, n'a été commencée que dans une seule copie, où le plan directeur D_0 a été situé convenablement par rapport au parallélépipède défini par l'énoncé ; mais la candidate, faute d'avoir vu que ce plan partage le segment FI dans un rapport simple, n'a pu exploiter ce bon début.

Une seule composition, sans être parfaite, contient des raisonnements satisfaisants et des résultats convenables sur les cinq parties ; elle a été notée 16,5. Dans les cinq suivantes, une des parties IV ou V manque totalement (et même les deux parties, dans l'une de ces compositions où se sont révélées, ailleurs, de réelles qualités) ; elles ont obtenu : deux fois 15, un 14,5, un 13,5, un 13. Viennent ensuite, comportant des lacunes de plus en plus larges, ou des fautes plus graves, des copies notées : 12,5 (trois fois) ; 12 (deux fois) ; 11,5 ; 11 ; 10,5 (quatre fois) ; 10 (trois fois). Au total, vingt compositions atteignent ou dépassent la moyenne. Viennent ensuite sept copies cotées entre 9,5 et 8, dix-neuf entre 8 et 5, et un lot, trop important, de vingt-deux ayant mérité moins de 5 ; les six dernières (trois notes 1 et trois notes 0,5) sont très faibles, leurs auteurs paraissant, en particulier, tout ignorer de la transformation par polaires réciproques par rapport à un cercle, en géométrie plane.

La moyenne de l'épreuve est voisine de 7 pour l'ensemble des soixante-huit candidates, et de 10 pour les trente et une admissibles.

Le problème pouvait paraître long, mais il était facile dans son ensemble, avec quelques questions un peu délicates, particulièrement à la fin des parties IV et V. Mais beaucoup de candidates ont perdu un temps précieux en redémontrant certaines propriétés classiques que l'énoncé invitait à considérer comme acquises. Et, malgré les indications préliminaires très précises contenues dans le texte, plusieurs compositions font intervenir des éléments imaginaires, ou font appel à des résultats sur les quadriques démontrés dans les cours de géométrie analytique, alors qu'il s'agissait justement de faire une étude de propriétés, dont certaines sont classiques en Mathématiques Spéciales, à l'aide de méthodes géométriques élémentaires, susceptibles du reste de faire découvrir des aspects que le calcul ne met pas toujours en évidence. Il va sans dire que ces incursions dans un domaine interdit par la « règle du jeu », incursions par quoi l'on tentait sans doute de dissimuler quelque faiblesse regrettable dans les connaissances de base, n'ont pas été favorables aux candidates qui s'en sont rendues coupables.

*
**

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES (Correcteur : M. PÉTRUS)

L'énoncé proposait l'étude de certaines propriétés d'un faisceau linéaire de quadriques de révolution et de la « projection stéréographique » généralisée.

Dans une première partie, on demandait de définir la nature des quadriques de ce faisceau. Alors que, dans l'esprit des auteurs, il devait suffire d'étudier les méridiennes de ces surfaces, ce qui était immédiat, de trop nombreuses candidates se sont perdues dans le calcul de déterminants absolument inutiles, et, souvent, pour parvenir à des conclusions inexactes ou incomplètes. Il faut signaler ici le petit nombre de copies où apparaissent la préoccupation de dessiner une figure et surtout le souci d'interpréter les propriétés des quatre droites communes aux quadriques du faisceau.

La recherche de l'équation tangentielle a été souvent effectuée maladroitement, presque toujours au moyen de déterminants, et la non-homogénéité de certains résultats ne paraît pas avoir troublé les auteurs de quelques copies.

Alors qu'il suffisait de remarquer la correspondance homographique existant entre le paramètre m et le paramètre du point d'intersection d'une quadrique Q_m avec la droite OI , pour en déduire immédiatement la valeur du birapport ($OIMM'$), de nombreuses compositions présentent, sur ce sujet, de longs calculs, quelquefois erronés.

La construction d'une quadrique Q_m à partir d'un de ses points a été en général escamotée, la plupart des concurrentes se contentant d'évoquer la possibilité de déterminer sur chaque droite issue de O le point de la quadrique qui engendre celle-ci.

La détermination de l'enveloppe des plans tangents aux quadriques du faisceau, aux points d'intersection de ces quadriques avec une droite passant par O est souvent lourdement conduite, par des calculs dont l'interprétation manque, ou est inexacte, faute d'avoir remarqué la fixité des points de rencontre des plans tangents avec les isotropes du point A dans le plan H .

La comparaison de deux quadriques polaires réciproques a été assez peu réussie, et si elle est correcte dans certaines copies, on n'en recherche point les conséquences.

Dans la deuxième partie, l'étude de la section d'une quadrique Q_m par un cône, ayant son sommet au point O et une base circulaire C dans le plan H , a donné lieu, ici encore, à des calculs pénibles sur les faisceaux de quadriques, presque toujours faute d'avoir porté intérêt aux droites de base du faisceau linéaire donné.

La recherche de l'enveloppe du plan de la conique commune Γ_m manque en général d'élégance, et l'interprétation, ainsi que la justification par des considérations géométriques, sont presque toujours passées sous silence. Le lieu du pôle du plan de cette conique est rarement indiqué, et peu de candidates songent à jeter un regard sur le cas de $m = 1$, ce qui aurait cependant permis de retrouver des résultats classiques.

La détermination du genre de la conique commune provoque, dans maintes copies, des calculs laborieux, dont beaucoup pouvaient être évités, notamment pour la recherche des cercles : faute d'avoir dessiné une figure, même sommaire, plusieurs affirment « qu'on ne peut pas trouver de cercle », sauf dans le cas où la base circulaire donnée a son centre sur l'axe Oz . Les lieux du centre et des sommets des coniques ne sont correctement présentés que dans deux ou trois copies, les autres contenant des résultats inexacts ou des calculs inextricables, alors qu'une figure élémentaire faisait apparaître bien des propriétés demandées.

Les candidates ont en général évité la recherche de la trace sur le plan H du cône circonscrit à une quadrique Q_m le long de sa section par le plan de la conique Γ_m , et l'étude des propriétés de cette trace, dont on connaissait un foyer et un cercle directeur, n'a retenu l'attention que d'un petit nombre. Il en a été de même de la question posée sur le second cône passant par le cercle C et la conique Γ_m , et sur le sommet de ce cône ; pourtant, une figure simple aurait donné de précieuses indications.

La troisième partie concernait l'étude des coniques transformées de deux cercles orthogonaux par une projection stéréographique généralisée. Les candidates trouvent en général correctement le résultat demandé, mais deux ou trois seulement tentent une justification géométrique simple. Beaucoup de maladresses apparaissent encore pour découvrir l'enveloppe du plan et le lieu de son pôle dont la recherche est proposée dans deux cas particuliers, mais, là encore, il manque, la plupart du temps, quelques justifications élémentaires.

La quatrième question semble avoir embarrassé de nombreuses concurrentes, qui ne songent pas à discuter le résultat et à observer que le plan de la conique, donné *a priori*, ne doit pas contenir l'origine O . On trouve encore bien des calculs pénibles et souvent vains à propos du volume du cône, et l'étude des cubiques n'a pas été abordée sérieusement ; beaucoup de copies s'achèvent du reste sur cette question.

La cinquième partie, très réduite par rapport au projet primitif des auteurs, était relative à une propriété assez banale, qu'on peut du reste établir en effectuant

une inversion ayant pour pôle l'un des points doubles de la correspondance homographique (au moins dans le cas réel). Si l'on excepte une candidate dont la solution constitue un essai intéressant, quoique maladroit, les autres se contentent de calculs purement symboliques d'où tout résultat effectif est banni, les symétries de l'enveloppe demandée ne semblant même pas les préoccuper pour faire apparaître sa décomposition. Dans ces conditions, les copies un peu étoffées jusque-là tournent court, et si le correcteur a pu trouver quelques allusions aux questions finales, dans certaines d'entre elles, il a sanctionné par l'attribution de quelques points plutôt de bonnes intentions que des résultats positifs.

En résumé, la plupart des candidates n'ont pas dominé l'ensemble du problème, n'ont pas vu en quoi il consistait ; il faut sans doute en chercher la cause dans l'absence ou dans l'insuffisance d'un effort préalable de réflexion, aidé par l'exécution de quelques figures sommaires, mais suggestives. Du reste, le correcteur a cru remarquer, au cours de la surveillance de l'épreuve, à Paris, que beaucoup se jetaient bien vite dans d'interminables calculs abstraits, alors que dans un problème de géométrie analytique, comme dans un problème de géométrie, c'est en général l'examen de la figure qui suggère une idée, le calcul n'intervenant que comme une partie du raisonnement. Trop confiantes peut-être dans la toute-puissance du calcul, beaucoup paraissent considérer comme inacceptable une solution géométrique qui donne tous les résultats avec la même exactitude, et qui conduit souvent à des interprétations qui échappent au calculateur le plus exercé.

Les notes varient assez régulièrement du minimum 4,5 au maximum 16, attribués l'un et l'autre une fois. Quatre copies seulement sont cotées entre 4,5 et 6,5, leurs auteurs manquant visiblement de métier, et surtout de vues générales. On trouve ensuite neuf notes entre 7 et 8, dix entre 8 et 10, dix-neuf entre 10 et 12, seize entre 12 et 14, cinq entre 14 et 15, puis, en tête, deux 15 et un 16. La moyenne générale de l'épreuve est 10,7 pour les soixante-six candidates, et de 12,3 environ pour les trente et une admissibles. Ces résultats peuvent paraître convenables et encourageants, mais le correcteur a été quelque peu déçu, car le problème ne comportait aucune difficulté qui ne puisse être surmontée lorsque l'on possédait une connaissance suffisamment réfléchie des questions essentielles du programme.

**

COMPOSITION DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL (Correcteur : M. VILLAT)

La question posée concernant l'étude d'une congruence de cercles
(C) $(X - a)^2 + (Y - b)^2 - R^2(a, b) = 0$

dans un plan xOy . Si l'on établit, entre les deux paramètres a et b , dont on les suppose dépendre, une certaine relation, ces cercles auront une enveloppe, qu'ils toucheront chacun en deux points.

On demandait d'abord de déterminer la relation, entre a et b , à établir, de manière que, en chaque point de l'enveloppe, le cercle en question fût osculateur à cette enveloppe.

Un calcul simple mettait cette condition géométrique sous la forme suivante :

$$\left[\left(\frac{\partial R}{\partial a} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial b} \right)^2 - 1 \right] \cdot (dR^2 - da^2 - db^2) = 0$$

L'existence du second facteur pouvait d'ailleurs se prévoir en songeant à la théorie des développées. Le cas où le premier facteur serait nul concerne des congruences singulières, qu'il est aisé d'interpréter, en intégrant l'équation classique

$$\left(\frac{\partial R}{\partial a} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial b} \right)^2 - 1 = 0.$$

La congruence se réduit alors à une famille de cercles, tous tangents à une même courbe fixe.

Il existe en général, d'après ce qui précède, deux familles de cercles répondant à la condition d'osculation, puisque l'équation différentielle $dR^2 - da^2 - db^2 = 0$ est du second degré en da et db . Les points de contact, sur un cercle (C) avec les enveloppes (dites : « courbes focales »), sont, — comme on demandait de le démon-

trer, — sur la droite $(X - a) \frac{\partial R}{\partial a} + (Y - b) \frac{\partial R}{\partial b} + R = 0$ dite : droite focale.

En faisant intervenir une représentation géométrique toute naturelle, on suggérerait de considérer la surface ayant pour équation $R = R(a, b)$ dans l'espace (a, b, R) (ou x, y, z), et de traduire par des propriétés géométriques les diverses étapes des raisonnements précédents. La droite focale, par exemple, est la trace du plan tangent à cette surface, sur le plan xOy .

L'étude de certains cas particuliers, qui figurait dans l'énoncé, ne présentait pas de difficultés sérieuses. On demandait notamment d'examiner le cas où les droites focales passeraient toutes par l'origine des coordonnées. Cela conduisait à la condi-

tion $a \frac{\partial R}{\partial a} + b \frac{\partial R}{\partial b} - R = 0$. Cette équation aux dérivées partielles était tout à

fait classique, et impliquait aussitôt que la congruence correspondante restait invariante dans les homothéties de centre O. Il est curieux de constater que certaines candidates, ayant observé de par l'équation ci-dessus, que $R(a, b)$ était homogène, aient omis d'ajouter que cette fonction était du premier degré d'homogénéité, avec la conséquence naturelle...

D'autres cas particuliers étaient également élémentaires, notamment le cas où les deux familles de focales sont orthogonales entre elles, et elles n'ont pas donné matière à complications. Il est étrange de vérifier ici à quel point les facultés d'attention des candidates peuvent se trouver affaiblies un jour d'examen : une candidate, désirant exprimer l'orthogonalité des courbes focales, écrit par inadvertance cette

condition sous la forme erronée $\left(\frac{\partial R}{\partial a}\right)^2 - \left(\frac{\partial R}{\partial b}\right)^2 - 2 = 0$.

poursuit son calcul et n'en aperçoit pas l'absurdité.

La question qui suivait demandait un peu plus d'attention. On considérait une équation différentielle, de la forme $y' = \operatorname{tg} [\varphi(x, y)]$ où φ est une fonction de deux variables x et y , munie de dérivées partielles continues. Cette équation fait correspondre, à tout point M (x, y) du plan, une valeur de y' , et, — par dérivation, une valeur de y'' , — cela définit le cercle osculateur (C), en M, à celle des courbes intégrales de l'équation différentielle qui passe en M. On obtient donc ainsi une congruence de cercles (C), dépendant de deux paramètres, x et y , et dont l'une des familles de focales est constituée par les courbes intégrales de l'équation différentielle.

On prend alors ces cercles (C) pour constituer la congruence de cercles examinée au début du problème. Si l'on désigne par a, b le centre de ce cercle, et par R son rayon, on demandait de constater, — ce qui est du reste presque évident, — que ces nombres étaient reliés aux coordonnées (x, y) du point focal M, par les relations

$$(1) \quad \begin{cases} a = x - R \sin \varphi, \\ b = y + R \cos \varphi. \end{cases}$$

$$(2) \quad \frac{1}{R} = \frac{d\varphi}{dx} \cos \varphi + \frac{d\varphi}{dy} \sin \varphi$$

l'équation de la droite focale associée au cercle (C) étant

$$(3) \quad (X - x) \frac{d\varphi}{dx} + (Y - y) \frac{d\varphi}{dy} = 0.$$

Ce dernier point, qui a semblé difficile à la plupart des candidates, provenait très simplement de l'équation déjà obtenue

$$(4) \quad (X-a) \frac{\partial R}{\partial a} + (Y-b) \frac{\partial R}{\partial b} + R = 0$$

de la droite focale : il n'y avait qu'à effectuer le changement de variables défini par les équations (1) et (2) pour passer des variables x, y , aux variables a et b , ou réciproquement. Ce calcul mettait aussitôt l'équation (4) sous la forme (3). Dans un trop grand nombre de copies, on a seulement esquissé cette démonstration, ou bien on l'a esquivée en admettant purement et simplement le résultat en vue de pouvoir passer à l'étude de la suite du problème.

On demandait ensuite de calculer les coordonnées x_1, y_1 , du second point focal M_1 appartenant au cercle (C). Naturellement cela revenait à trouver l'intersection d'un cercle et d'une droite, alors qu'on connaît déjà l'un des deux points (x, y) de cette intersection. Cela conduisait, sans calculs compliqués, aux formules suivantes :

$$x_1 = x - 2 \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial y}}{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2} \quad y_1 = y + 2 \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial x}}{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2}$$

Plus élégamment, comme l'ont vu plusieurs candidates, il était naturel d'écrire les coordonnées de M_1 , par analogie avec celles de M , sous la forme :

$$x_1 = a + R \sin \Psi, \quad y_1 = b - R \cos \Psi,$$

et le fait que le point M_1 appartenait à la droite focale se traduisait par la relation :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} (\sin \varphi - \sin \Psi) - \frac{\partial \varphi}{\partial y} (\cos \varphi - \cos \Psi) = 0$$

En désignant par θ l'angle de MM_1 avec l'axe Ox , cela s'écrit

$$\cos(\Psi - \theta) = \cos(\varphi - \theta).$$

D'où les deux solutions : $\Psi = \varphi$, qui donne le point M , et $\Psi = 2\theta - \varphi$, qui donne le second point M_1 ; cela conduit aussitôt aux deux formules écrites plus haut pour x_1 et y_1 .

L'équation différentielle de la famille de focales décrite par les points M_1 s'écrit maintenant sous la forme

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \operatorname{tg} \Psi$$

et une élimination facile, — au moins théoriquement, — permet d'obtenir effectivement cette équation différentielle elle-même.

On demandait enfin de choisir la fonction $\varphi(x, y)$ de manière que toutes les droites focales passent par un point fixe, ou restent parallèles à une direction fixe. L'équation (3) permettait de répondre aussitôt à la question. Par exemple, la droite

focale passera par l'origine, si $x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + y \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$, équation dont la solution générale est $\varphi = \Phi\left(\frac{y}{x}\right)$.

Une étude particulière, rentrant justement dans ce cas, était proposée, sous les espèces de l'équation différentielle pour laquelle $\varphi = \frac{x + Ky}{Kx - y}$. Dans ce cas, les calculs se faisaient d'une manière tout à fait élémentaire, et les points focaux étaient, dans chaque position du cercle, symétriques par rapport à l'origine.

Quelques candidates ont réussi à s'adjuger des notes brillantes, deux surtout, dont les compositions ont été notées 18 et 16,5 (sur 20). Ces deux candidates ont fait preuve d'une maturité certaine et d'un acquis souhaitable.

La plus grande partie des compositions se masse, comme de coutume, aux environs de la moyenne. On espérait que la nature du sujet, par ses interprétations géo-

métriques aisées permettant de faire jouer élégamment l'intuition, inspirerait davantage les candidates, du moins en majorité. Cet espoir n'a été réalisé qu'en partie seulement.

Les rédactions laissent trop souvent beaucoup à désirer et se ressentent d'une hâte excessive. Pourtant, il serait souvent plus facile d'écrire en dix lignes bien pesées plus de résultats valables, qu'en deux pages d'improvisations incohérentes. Le correcteur verrait sans doute ainsi faciliter sa tâche, mais surtout les candidates y trouveraient bien largement leur compte !

En fait d'incohérence, et pour ne citer qu'un exemple, à quoi peut bien songer la candidate (dont, par ailleurs, la copie est bonne), quand elle écrit, à propos de la solution d'une équation aux dérivées partielles, « que toute fonction de y/x et d'une constante répond à la question » ?

Il serait donc bien souhaitable que certains fragments des compositions n'affectent pas la forme de véritables énigmes. Je confesse être resté des heures (je n'exagère pas) à chercher l'origine de certaines sottises plus ou moins voilées : car tant qu'on ne tient pas l'explication précise, on risque de ne pas donner la note tout à fait juste ; il arrive parfois que l'inexactitude provienne d'une confusion qui peut être plus ou moins pardonnable.

Soixante-six candidates ont effectivement remis une copie d'analyse. Vingt et une d'entre elles ont obtenu une note supérieure ou égale à la moyenne. Voici, du reste, le détail des notes : un 18 ; un 16,5 ; deux 14,5 ; deux 13 ; deux 12 ; un 11,5 ; cinq 11 ; deux 10,5 ; cinq 10 ; trois 9,5 ; deux 9 ; un 8,5 ; cinq 8 ; cinq 7,5 ; un 7 ; un 6,5 ; quatre 6 ; deux 5,5 ; trois 5 ; six 4,5 ; cinq 4 ; un 3,5 ; deux 3 ; deux 2,5 ; un 2 et un zéro, cette dernière note correspondant à une copie blanche.

La moyenne générale de l'épreuve est un peu supérieure à 7,7 ; elle est très voisine de 10,1 pour les trente et une admissibles.

*
**

COMPOSITION DE MÉCANIQUE RATIONNELLE (Correcteur : Mlle CHARPENTIER)

Le système à étudier se composait d'une sphère placée sur un plan horizontal H, la sphère étant aussi en contact avec une plaque P qui passe par une tige fixe D. P peut tourner autour de D et glisser le long de D dans la partie I du problème. Les contacts plan-sphère et plaque-sphère sont dans le 1^{er} parfaitement rugueux. Ceci entraîne que la plaque P doit faire un angle constant avec H ; les dérivées des autres paramètres sont données par un système d'équations linéaires à coefficients constants, le déterminant du système n'étant pas nul. Les composantes des réactions sont nulles, sauf Z_1 . Cette première partie a eu assez de succès. Seize candidates en ont traité une très grande partie, quarante-huit ont donné des conditions correctes de non-glissement ; la moitié des candidates ont trouvé le système des équations du mouvement ; la condition $\theta' = 0$ se rencontre une vingtaine de fois, mais n'est pas toujours justifiée, pas plus que l'emploi de l'intégrale des forces vives (justifiée peut-être dix fois). Le déterminant n'apparaît qu'une ou deux fois.

Dans les parties II et III, d'autres hypothèses sont faites sur les contacts.

Dès la deuxième partie, les résultats sont plus rares ; on doit obtenir une équation différentielle en θ , puis un système de deux équations différentielles linéaires

donnant $\frac{dq}{d\theta}$ et $\frac{dr}{d\theta}$ en fonction de θ , q , r ; les seconds membres contiennent en facteur $(q \sin \theta - r \cos \theta)$, de sorte que dans le cas particulier proposé r et q sont constants (et par conséquent θ aussi). Le système d'équations en q et r apparaît une dizaine de fois, mais l'équation en θ n'est signalée que deux fois, alors que beaucoup de can-

didates résolvent plus ou moins le cas particulier. Quelques copies signalent un cas particulier $q = r = 0$; θ est alors donné par l'équation des forces vives.

La troisième partie a été plus favorisée que la précédente, neuf candidates ont trouvé que r était constant, mais on trouve peu d'équations en θ .

Il faut encore signaler dans la partie I, quelques copies qui emploient l'intégrale des forces vives pour chaque solide du système séparément ! D'autres utilisent les équations de Lagrange sans s'apercevoir qu'il y a frottement, certaines même écrivent les équations de Lagrange en traitant p et q comme des dérivées de paramètres ! On trouve aussi de grosses erreurs dans des essais de calcul du moment cinétique (pris quelquefois colinéaire à la rotation instantanée en n'importe quel point de la sphère).

Dans la partie II la plaque P cesse brusquement de glisser le long de D, les percussions de liaison qui interviennent alors ne sont évidemment plus perpendiculaires à D. Deux candidates, seules, se sont aperçues de cela et n'en ont guère tiré parti !

Il fallait simplement, dans les systèmes d'équations obtenues (assez correctement une dizaine de fois), supprimer l'équation $M\Delta u' = -X$, puisque le second membre contient, en plus de $-X$, des composantes inconnues de percussions de liaison. Les systèmes proposés deviennent alors compatibles. Les résultats obtenus, après une telle erreur, sont fragmentaires et isolés. Plusieurs candidates ignorent tout de la question et dans certaines équations apparaît même la pesanteur.

La partie III est mieux réussie au début. Les forces d'inertie sont bien calculées une dizaine de fois ; à peu près autant de candidates définissent correctement la liaison, et, employant une méthode différente, six ou sept candidates calculent exactement la force vive absolue. L'intégrale de Painlevé, employée correctement trois fois, ne sert pas à grand'chose dans cette question.

Plus loin, les résultats deviennent plus rares. Une fois se trouve une condition analogue à l'une des conditions demandées pour l'équilibre relatif ; $\cos \varphi_0 = \frac{3g}{4a\omega^2}$ (à combiner avec $\sin \varphi_0 = \frac{R}{2l}$, qui était donné). Mais aucun essai d'équations des petits mouvements n'a suivi.

La meilleure copie a été notée 17,5, la première partie est presque entièrement faite, suivie de certains résultats dans II et un assez bon début de III, la copie suivante est plus soignée (16) mais présente moins de résultats achevés, la copie suivante (15,5) présente toujours une bonne partie I. On trouve ensuite trois 15, deux 14,5 et trois 13. Les candidates se tiennent de près : vingt et une notes dépassent la moyenne ; on trouve ensuite vingt notes de 8 à 10 inclus, puis dix de 6 à 7,5 et treize de 2 à 5,5, et un zéro pour une copie blanche.

La moyenne générale de l'épreuve est 9 pour l'ensemble des soixante-cinq candidates ayant remis une copie ; elle est égale à 11,5 pour le groupe des trente et une admissibles.

EPREUVES PRATIQUES

Les résultats des deux épreuves pratiques sont, quant à l'échelonnement, assez voisins, les notes variant de 2 à 13 pour l'épure et de 3 à 15 (mais un seul 15, et la note suivante est 13) pour le calcul numérique. Les moyennes des deux compositions sont donc très comparables : 6,8 et 7,4 environ pour les trente et une admissibles.

Si l'on groupe les deux épreuves, on trouve cette année un classement qui ne diffère pas énormément du classement de chacune d'elles, prise séparément, et le total des deux notes, sur 40; passe de 6,5 à 27, avec une répartition assez régulière de vingt-neuf des candidates entre 6,5 et 21, tandis que deux se détachent sensiblement avec un 24,5 et un 27.

Le rôle de ces deux épreuves a été bien souvent rappelé. Elles sont destinées l'une et l'autre à apprécier des qualités d'ordre et de méthode, ainsi qu'une certaine aptitude à réaliser effectivement une idée abstraite, à mettre en œuvre telle ou telle théorie qui risque fort de rester dans le domaine vague et obscur des connaissances apprises, mais non dominées, tant que l'on n'a pas pris la peine de traiter dans tous leurs détails quelques-unes de leurs applications.

Comme chaque année, l'influence de ces compositions sur le classement définitif des admissibles a été sensible, la quinzaine ou la vingtaine de points qui peuvent être par elles, gagnés ou perdus constituant une marge très appréciable et l'on pourrait citer deux ou trois concurrentes qui ont pu racheter une légère défaillance à l'oral — et une telle défaillance est souvent fatale — par des notes convenables en géométrie descriptive et en calcul numérique.

Une fois encore, il convient d'insister auprès des futures candidates pour que cette partie du concours leur apparaisse comme vraiment importante, aussi bien pour la valeur propre de ces épreuves qui correspondent à un aspect intéressant de la culture mathématique, que pour le rôle décisif qu'elles peuvent jouer dans l'établissement de la liste des reçus.

COMPOSITION DE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE (M. PÉTRUS)

Enoncé du problème

La figure est rapportée à un système d'axes de coordonnées $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ trirectangle. Les axes $x'Ox$, $y'Oy$ sont placés sur les axes de la partie libre de la feuille, l'axe $z'Oz$ étant supposé perpendiculaire au plan de la feuille et orienté positivement vers le haut. Le plan ($x'Ox$, $y'Oy$) ($z = 0$) est le plan horizontal de projection, le plan ($y'Oy$, $z'Oz$) ($x = 0$) est le plan frontal de projection et l'axe $y'Oy$ est la ligne de terre. On suppose le plan frontal rabattu sur le plan $z = 0$ en prenant $y'Oy$ pour charnière, de façon que le demi-axe Oz vienne se confondre avec le demi-axe Ox' . Les données sont exprimées en millimètres et les coordonnées (x , y , z) des points sont données dans l'ordre habituel.

1° Construire la sphère S_1 ayant pour centre le point (80, — 60, 60) et pour rayon 60, ainsi que la sphère S_2 ayant pour centre le point (80, — 60, 150) et pour rayon 30.

2° Construire le cylindre de révolution C circonscrit à S_2 , ayant ses génératrices de front, tangent à S_1 en un point dont l'ordonnée « y » est inférieure à — 60.

3° Déterminer l'intersection I de S_1 et de C , et notamment :

- Le point double réel et ses tangentes.
- Les points doubles apparents et leurs tangentes.
- Les points à tangentes de profil.
- Un point courant et sa tangente.

4° La sphère S_1 étant supposée solide et opaque, représenter la portion de celle-ci qui est extérieure à C . On tracera en noir plein les portions de I et celles des contours apparents qui sont vues, en ponctué les portions non vues, en rouge les portions supprimées.

5° On considère le cône de sommet A (80, — 60, 120) admettant la courbe I comme directrice, et la section K de ce cône par le plan $z = 100$. On effectue sur K la translation ayant pour amplitude le vecteur (0, 100, — 100). Représenter la courbe ainsi obtenue en trait bleu, avec tous les éléments remarquables qui peuvent se construire par la règle et le compas.

6° Dans une notice rédigée sur feuille annexe, les candidates justifieront les constructions effectuées, les résultats obtenus et elles préciseront la nature de la courbe K .

Le sujet proposé comportait la représentation d'une « fenêtre de Viviani », courbe classique dont un grand nombre de propriétés peuvent s'établir par des considérations de géométrie pure, sans recours au moindre appareil analytique, et pouvaient être utilisées dans l'épure. Pour terminer, les candidates avaient à effectuer une projection stéréographique de la courbe sur un plan horizontal, et à identifier cette projection.

La mise en place du cylindre coupant la sphère porteuse suivant la fenêtre ne présentait aucune difficulté ; il semble cependant que plusieurs candidates aient cru devoir recourir au calcul. En fait, plusieurs mises en place comportent de graves imprécisions, dues au fait que les concurrentes ne se sont pas préoccupées de justifier certaines coïncidences qui n'avaient rien de fortuit, et qui pouvaient permettre de rectifier les imperfections des instruments utilisés.

La lecture des notices adjointes trahit des hésitations sur la nature de la projection frontale ; les candidates se bornent en général à constater que la courbe, « ayant tous ses points doubles », est une conique et à rechercher sa direction asymptotique, d'où elles concluent que cette conique est une parabole. D'autres se bornent à un vague tracé fondé sur l'intuition des faits, et les tangentes aux deux points d'arrêt prennent les directions les plus étranges : on les trouve confondues avec les tangentes au grand cercle frontal de la sphère, ou bien normales à celui-ci ! J'oserai rappeler que si l'on considère le plan de symétrie de bout commun au cylindre et à la sphère, on prouve facilement que le carré de la distance d'un point de I à ce plan est proportionnelle à la distance de ce même point au plan tangent commun, ce qui donne à la fois la nature et les éléments fondamentaux de la parabole et peut dispenser en même temps de constructions compliquées pour la détermination des tangentes aux points d'arrêt.

La même figure peut servir à montrer que si l'on considère la droite joignant un point de I au point double réel, sa direction fait avec celle des génératrices de C un angle constant égal à 45° , ce qui dispense de toute hésitation et aussi de toute détermination empirique du cône d'erreur. Quelques candidates, il est vrai, font remarquer que les quadriques du faisceau sont toutes de révolution autour d'axes parallèles à l'axe du cylindre et observent qu'elles connaissent alors deux génératrices de ce cône, mais c'est là l'exception, et les autres se soumettent à la fatalité de l'empirisme. L'une d'elles invoque à ce propos la formule fondamentale de la trigonométrie sphérique, sans préciser du reste ce qu'elle veut en faire !

Pour la recherche des points doubles apparents, la plupart des candidates déterminent la droite des points doubles en projection horizontale d'une manière correcte, mais elles se bornent alors à la détermination empirique traditionnelle, sans songer à utiliser le cylindre parabolique dont la directrice est demeurée incertaine et le correcteur a sévèrement pénalisé cette lacune. En dehors des deux points de I correspondant aux points d'arrêt de la projection frontale, la courbe présentait deux points à tangente de profil qui s'obtenaient en menant à la parabole frontale la tangente verticale. De nombreuses candidates, ne sachant pas ou n'osant pas aborder cette construction, ont laissé de côté cette détermination importante.

En général, les candidates ont déterminé correctement les points de I situés sur le contour apparent horizontal du cylindre, mais beaucoup ont laissé de côté les points situés sur le contour apparent horizontal de la sphère, faute toujours d'avoir raisonné sur la parabole frontale.

Pour la détermination du point courant et de sa tangente, diverses méthodes s'offraient aux concurrentes. Un bon nombre d'entre elles ont utilisé les sphères inscrites dans le cylindre, le procédé donnant du reste plusieurs des résultats demandés précédemment. D'autres ont utilisé des sphères concentriques, ce qui est moins adroit, ou encore elles ont coupé la sphère par les génératrices du cylindre, celui-ci

étant défini par une base de Monge. On trouve, hélas ! aussi des candidates qui coupent les surfaces par des plans horizontaux et ne s'effraient pas d'indiquer qu'on est ramené à l'intersection d'une ellipse et d'un cercle, sans toutefois effectuer les constructions correspondantes. On trouve même une candidate qui se risque à réaliser un changement de plan horizontal !

L'étude de la projection stéréographique n'a été abordée que dans quatre épreuves comportant d'ailleurs des erreurs graphiques qui auraient pu être corrigées aisément avec un peu d'attention. Les auteurs se bornent à soupçonner le résultat, en essayant d'utiliser les isotropes du point le plus haut de la sphère, mais sans remarquer que celles-ci sont tangentes au cylindre et par suite à l'intersection et qu'enfin les points cycliques du plan horizontal sont nécessairement des points de rebroussement de la quartique. Les propriétés caractéristiques du limaçon de Pascal échappent ainsi aux concurrentes, qui se contentent d'un tracé très approximatif de la projection de I.

En définitive, si l'on excepte un très petit nombre de candidates qui ont pris au sérieux l'épreuve et l'ont préparée avec conscience, la plupart des autres semblent avoir pris celle-ci comme une formalité d'effet négligeable sur le résultat final. La présentation matérielle est d'ailleurs en général lamentable : de nombreuses concurrentes ne dépassent pas le stade de l'étude au crayon, et chez celles qui ont abordé la mise à l'encre, le tracé de la courbe et la ponctuation sont la plupart du temps déplorable. On trouve même une ou deux épreuves dans lesquelles l'usage de l'encre rouge pour les constructions et les lignes de rappel est complètement méconnu.

Le barème adopté, pour tenir compte en principe de toutes les bonnes intentions des candidates, a fourni 31 notes échelonnées de 2 (une fois) à 13 (une fois), avec une moyenne de 6,8, dont on ne peut dire qu'elle est satisfaisante, car l'impression du correcteur est franchement mauvaise devant de semblables défaillances.

*

**

COMPOSITION DE CALCUL NUMÉRIQUE (M. DUGUÉ)

Enoncé du problème

On considère la série entière :

$$1 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$$

où $a_n = \frac{\alpha(\alpha+1)\dots(\alpha+n-1)}{\beta(\beta+1)\dots(\beta+n-1)}$, α et β étant deux constantes réelles.

1° Calculer le rayon de convergence de cette série. On désignera par $f(z)$ sa somme dans le cercle de convergence. Quelle est la limite de a_n quand n tend vers l'infini ?

2° On prend maintenant dans la suite du problème $\alpha = 0,1$ $\beta = 10$. Calculer la valeur approchée de $f(0,9)$ à $\frac{1}{10^8}$ près par défaut.

3° Déterminer une valeur de l'entier n à partir de laquelle on a $a_n < \frac{1}{10^{20}}$. On s'efforcera de donner la plus petite valeur possible de n vérifiant l'inégalité.

4° On propose de calculer une valeur décimale approchée de $f(e^{-4})$. Expliquer comment vous organiserez ce calcul. Entreprendre effectivement les opérations que vous aurez prévues et les pousser aussi loin que possible suivant le temps dont vous disposerez, en précisant l'approximation obtenue.

(e est la base des logarithmes népériens).

*

**

Ce problème a eu peu de succès auprès de l'ensemble des candidates. Six notes seulement atteignent ou dépassent la moyenne.

Les copies révèlent des ignorances très graves, même au cours de la première question, qui, dans l'esprit du correcteur, n'avait été posée que pour permettre à tout le monde un début de solution.

Dans une copie, le calcul du rayon de convergence n'est pas correctement fait : on trouve $\frac{\alpha}{\beta}$! Dans une autre, on *identifie* l'étude de la limite de a_n à l'étude de la convergence de la série. D'ailleurs vingt-cinq candidates sur trente et une ont été incapables d'expliquer correctement comment se comporte le terme a_n quand n tend vers l'infini.

La partie concernant plus spécialement le calcul numérique et en particulier l'approximation à $\frac{1}{10^5}$ près de $f(z)$ n'a pas davantage été réussie. Trop de candidates admissibles à l'agrégation semblent ne pas savoir que, pour être un problème d'approximation, les questions posées n'en constituent pas moins un problème très précis. Je ne veux pour preuves de cette ignorance que l'inégalité suivante relevée dans une copie : $(0,9)^2 < 0,8$ et la phrase « $\frac{9,1}{19}$ est de l'ordre de 0,4 ». Puisqu'il y est forcé, le correcteur croit de son devoir de dire que, si cette expression est parfois employée par des physiciens, elle n'a en mathématiques (et même en calcul numérique) rigoureusement aucun sens.

Quant à la détermination la plus précise possible du nombre n , à partir duquel on a $a_n < \frac{1}{20^n}$, cinq candidates seulement en ont donné une approximation acceptable. Pour les autres, les mieux notées ont été celles qui ont courageusement tenté un calcul direct de a_n en le poussant aussi loin que possible (une candidate a aussi déterminé une majoration de a_{33} . Elle était encore loin du but, hélas !). Ailleurs on découvre des solutions du genre suivant : « les valeurs de n convenant sont celles

$$\text{à partir de laquelle on a : } \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{n-1}\right)^n}{\left(1 + \frac{\beta}{n-1}\right)^n} < \frac{1}{20^n}$$

où « les valeurs de n seront celles à partir de laquelle $n! < 10^n$. On peut se demander si les auteurs de pareilles affirmations ont jamais su ce qu'est une exponentielle ou une factorielle.

Souhaitons que de pareilles lacunes soient comblées au plus vite.

Les notes vont de 15 à 3, mais les copies un peu convenables sont rares ; l'échelonnement se présente ainsi : un 15, puis un 13, un 12, un 11,5 et deux 10,5 ; entre 9,5 et 3 la répartition présente deux « pointes », l'une de six copies cotées entre 8 et 9, l'autre de huit copies cotées entre 6 et 7. La moyenne générale de l'épreuve est un peu inférieure à 7,4 pour l'ensemble des trente et une candidates.

EPREUVES ORALES

Suivant la coutume, les deux leçons de « Mathématiques Élémentaires » et de « Mathématiques Spéciales », que chacune des trente et une candidates admissibles a présentées devant le jury, avaient été préalablement associées avant le tirage au sort traditionnel.

Voici la liste des sujets de leçons (les numéros entre parenthèses accompagnant chacune des questions d'« Élémentaires » ou de « Spéciales » correspondent au groupement des deux leçons traitées par une même candidate) :

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Pour une classe de *Seconde C* ou *Moderne* :

- (1) Etude de la fonction linéaire ; représentation graphique.
- (2) Inégalités dans les triangles.
- (3) Positions relatives de deux cercles.
- (4) Faisceaux harmoniques de droites. Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à deux droites est donné.
- (5) Exemples de recherche de lieux géométriques.

Pour une classe de *Première C* ou *Moderne* :

- (6) Variations et représentation graphique de la fonction homographique.
- (7) Exemples de résolution de problèmes conduisant à des équations du premier ou du second degré.
- (8) Droite et plan perpendiculaires.
- (9) Géométrie : angle d'une droite et d'un plan. Ligne de plus grande pente d'un plan par rapport à un autre. Application à la représentation du plan en géométrie cotée.

Pour une classe de *Mathématiques* :

- (10) Arithmétique : Division des nombres entiers.
- (11) Arithmétique : Diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres. Propriétés du plus grand commun diviseur.
- (12) Arithmétique : Première leçon sur les fractions.
- (13) Arithmétique : Définition et extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou fractionnaire à une unité près.
- (14) Première leçon sur les nombres positifs et négatifs.
- (15) Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. Interprétation graphique.
- (16) Cosmographie. Inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes.
- (17) Etude du mouvement circulaire uniforme ; projection sur un diamètre de la trajectoire. Mouvement rectiligne défini par une équation de la forme :
$$x = a \cos (\omega t + \alpha) + b \cos (\omega t + \beta).$$
- (18) Trièdres supplémentaires.
- (19) Axe radical de deux cercles. Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles. Applications.
- (20) Problèmes classiques sur les tangentes aux coniques. Théorème de Poncelet.
- (21) Equations de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes de symétrie. Applications.

(22) Traiter un ou deux exemples de résolution de triangles dans des cas non classiques.

Pour une classe de *Mathématiques Supérieures* (programme de *géométrie pure*) :

- (23) Conditions pour que quatre points soient sur un cercle (leçon de révision). Applications.
- (24) Faisceaux linéaires de cercles dans le plan. Faisceaux orthogonaux.
- (25) Homothétie.
- (26) Similitude plane.
- (27) Première leçon sur l'inversion.
- (28) Ellipse et cercle déduits l'un de l'autre par affinité. Applications.
- (29) Problèmes sur l'hyperbole définie par ses asymptotes et un point.
- (30) Sections planes d'un cône de révolution.
- (31) Intersection de deux cônes circonscrits à une même sphère.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

(8) Première leçon sur les nombres complexes (Classe de Mathématiques Supérieures).

(28) Division des polynômes à une variable.

(19) Première leçon sur les déterminants.

(30) Résolution d'un système d'équations linéaires, le cas des systèmes dits « de Cramer » étant supposé déjà étudié.

(27) Formes linéaires.

(20) Fonctions symétriques entières des racines d'une équation algébrique entière.

(24) Fonction inverse d'une fonction monotone et continue.

(3) Théorème de Rolle. Formule des accroissements finis.

(29) Emploi de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction. Exemples.

(18) Séparation des racines d'une équation algébrique ou transcendante. Exemples.

(5) Formule de Taylor pour les fonctions d'une variable réelle. Applications.

(4) Fonction exponentielle.

(25) Fonction puissance x^α (α constante réelle).

(26) Changement de variable dans une intégrale (indéfinie et définie). Exemples.

(2) Intégration des fractions rationnelles.

(16) Première leçon sur les séries numériques.

(9) Les généralités sur les séries à termes réels et à termes complexes étant supposées traitées, établir les caractères de convergence dits « de Cauchy » et de « d'Alembert » pour les séries à termes positifs et pour les séries à termes quelconques. Exemples.

(21) Multiplication de deux séries absolument convergentes. Application aux séries entières.

(31) Intégration des équations différentielles linéaires du premier ordre. Exemples.

(1) Courbe plane dont l'équation polaire est résolue par rapport au rayon vecteur : tangente, normale, concavité, courbure.

(6) Construction des courbes planes définies en coordonnées polaires. Exemples. (Les résultats généraux sur les tangentes, sur la concavité, sur les branches infinies, sont supposés connus).

(17) Première leçon sur l'enveloppe d'une famille de courbes planes.

(14) Géométrie analytique : Plan tangent en un point d'une surface.

(15) Directions principales des surfaces du second ordre.

(10) Géométrie analytique : Génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.

(22) Géométrie analytique : Sections circulaires des surfaces du second ordre.

(7) Géométrie descriptive : Intersection de deux cônes du second degré ayant une génératrice commune.

(12) Cinématique du point : Vecteur-accelération. Composantes tangentielle et normale. Applications.

(13) Cinématique : Changement du repère. Composition des vitesses. Composition des accélérations lorsque le mouvement d'entraînement est un mouvement de translation. Applications.

(11) Dynamique : Travail d'une force. Théorème de la force vive pour un point matériel. Applications.

(Toutes ces leçons, à l'exception de la leçon sur les nombres complexes, devaient être traitées au niveau de la classe de Mathématiques Spéciales).

Les leçons proposées correspondaient, on le voit, à des questions tout à fait classiques, et leur exposé ne manquait pas de faire intervenir, pour être valable, une connaissance correcte des théories et des résultats fondamentaux en même temps qu'une application réfléchie des méthodes générales de recherche et de raisonnement. Il arrive, trop fréquemment, que le jury éprouve quelque déception en découvrant, au cours d'une épreuve, soit des lacunes touchant à quelque point essentiel (il ne s'agit pas, bien entendu, de faits relevant d'une érudition très spécialisée dans tel ou tel domaine), soit une insuffisance manifeste dans la construction d'une solution. Il est indispensable — et cette recommandation pressante n'est pas une nouveauté — que la préparation au concours soit dominée par le double souci d'une acquisition aussi totale que possible des connaissances de base — ce qui suppose déjà un effort raisonné de classement et un choix judicieux, afin de mettre à leur juste place le fait général et le détail particulier —, et d'une réflexion approfondie, qu'il convient de pousser jusqu'aux applications pratiques dont le programme fournit d'abondants exemples, sur les éléments du raisonnement, sur les modes de développement de la pensée logique, sans oublier les moyens d'expression dont il est à peine nécessaire de souligner l'importance primordiale, surtout lorsqu'il s'agit de futurs professeurs.

Les compositions écrites, comme les leçons, donnent naturellement de précieuses indications sur les qualités et sur les défauts, dans l'ordre de l'esprit et dans l'ordre du caractère. Mais, bien entendu, ces épreuves orales, qui mettent longuement les candidates en présence du jury, apportent, par surcroît, des éléments d'appréciation dont on ne saurait méconnaître la valeur ; car, mises à part, et d'ailleurs toujours excusées, certaines réactions dues manifestement à une émotion ou une nervosité compréhensibles, le comportement devant un auditoire, une diction plus ou moins nette, un emploi plus ou moins judicieux et ordonné du tableau (et parfois de la craie et du chiffon), d'autres indices encore, viennent s'ajouter, comme des réalités non négligeables, aux impressions que suscite, sur un plan plus abstrait, l'exposé entendu, et ne manquent point d'intervenir dans le jugement et dans le classement des concurrentes.

Il convient peut-être d'insister un peu sur ces points — je ne dis pas sur ces détails, car il s'agit de faits qui jouent un rôle important dans la vie professionnelle, et surtout lors des premiers contacts du jeune professeur avec ses élèves, souvent enclins à prononcer de prime abord une sentence sans appel. Il n'est sans doute pas très difficile de faire un effort pour s'observer soi-même, pour contrôler certaines de ses habitudes, pour essayer de réformer ce qui paraît fâcheux et peu conforme à l'attitude d'un éducateur et d'un maître, qui doit donner l'exemple en toutes choses. Redisons donc, cette année encore :

— qu'une leçon ne doit pas ressembler à une récitation scolaire, voire enfantine, « débitée » à une allure parfois vertigineuse, qui provoque d'ailleurs de temps en temps de fâcheux accidents ;

— qu'il est assez pénible de voir telle candidate incapable de se séparer de la dizaine de feuilles hâtivement écrites pendant les trois ou quatre heures de préparation, et obligée de se reporter constamment à ces notes non sans laisser quelquefois s'établir un silence un peu gênant, — ou telle autre qui, tournée obstinément vers le tableau, semble ne pouvoir s'en éloigner, masquant souvent une bonne partie de ce qu'elle écrit ;

— qu'il n'est guère opportun de faire disparaître, par un hâtif « coup de chiffon », les éléments d'un calcul à peine achevé, alors que l'on a encore à en commenter ou en utiliser les résultats, et le manque de place n'est pas ici en cause, car les tableaux dont disposent les candidates sont de dimensions fort convenables ; peut-être redoute-t-on la curiosité du jury qui pourrait relever quelque lourde maladresse (plus grave souvent qu'une erreur matérielle), si elle restait longuement exposée aux regards ? Peut-être est-ce là simple geste de nervosité ? — Mais il paraît justement assez facile d'apprendre à faire un bon usage du tableau : l'idéal ne serait-il pas que,

l'exposé terminé, restent apparents, dans une disposition claire et harmonieuse, le plan de la leçon, les étapes du travail, les articulations des raisonnements avec les quelques calculs qui en forment partie intégrante, les résultats et les conclusions ?

— qu'il convient de porter grande attention à la correction du vocabulaire et de la phrase, en y comprenant, bien entendu, les représentations symboliques propres aux mathématiques. Relevons encore, pour les condamner une fois de plus : des notations telles que $f(xyz)$ ou (SAS'A'), qui prétendent désigner une fonction de trois variables x, y, z ou l'angle orienté de la droite SA vers la droite S'A' ; — des phrases ou des locutions telles que « l'introduction des fractions a rendu possible le quotient exact », ou bien « la forme de la fonction » (alors qu'il s'agit de la courbe représentative), « une droite de la forme $y = ax + b$ », ou bien encore « la différence est possible », « les termes d'un produit », et l'inévitable « plus grand ou égal à... », et le fâcheux « cercle de centre l'origine ». Ajoutons à cette liste fort incomplète les deux « cercles intérieurs », simplification inacceptable, car elle traduit incorrectement la propriété qu'elle prétend évoquer.

Quant à la structure d'une leçon, il importe qu'elle fasse apparaître, dans un ordre logique, satisfaisant, je dirais presque rassurant, pour l'esprit de l'auditeur supposé novice, les éléments que l'on se propose de présenter. Une accumulation de détails, exacts peut-être, mais juxtaposés plutôt que reliés, ne peut constituer un exposé utile. D'autre part, il est souvent dangereux de se livrer, à propos d'une question encore neuve pour celui qui écoute, à des anticipations qui, faites prématurément, restent presque toujours dans un vague plein de dangers, et n'ont pas d'autre effet que de troubler les débutants ou de faire naître en eux des idées fausses.

En abordant maintenant le domaine touchant plus précisément à la technique des mathématiques, il est bon de revenir sur quelques remarques bien simples, mais qui paraissent souvent mal connues, ou, du moins, mal appliquées, sur la structure de certaines solutions et de certains raisonnements.

Le mode classique de recherche et de présentation d'un problème de lieu géométrique de points constitue l'un des thèmes les plus abondamment développés dans l'enseignement, dès la classe de Troisième. On prend bien soin, sur ce sujet, de mettre en lumière l'inévitable conséquence de l'hypothèse : « Soit M un point du lieu cherché... » : toutes les découvertes faites alors ne donnent que des propriétés nécessairement vérifiées par un point du lieu, s'il existe, et il ne peut venir à l'esprit de considérer que la solution est achevée après cette simple étape ; c'est seulement après l'étude d'une réciproque que l'on peut énoncer des conclusions définitives, non sans avoir procédé, s'il y a lieu, à la discussion et à la mise au point des différents cas qui peuvent se présenter. Or, c'est ce même développement logique que l'on rencontre dans bien des questions. Comme on l'a rappelé maintes fois, les problèmes dits « de construction » sont, eux aussi, soumis à la nécessité d'une étude de réciproque, lorsqu'on a, au départ, « supposé le problème résolu ». Il en est de même — et ce rapprochement n'est pas toujours suffisamment mis en évidence — dans toute recherche où l'on est conduit à procéder à une « mise en équations » pour résoudre, par les moyens de l'algèbre, telle question de géométrie, de trigonométrie, de mécanique, où les éléments, donnés et inconnus, sont susceptibles d'être définis par des nombres (mesures algébriques ou arithmétiques de segments, de vecteurs, d'angles, coordonnées...). Très fréquemment, la « mise en équations » est faite à partir d'une hypothèse que l'on ne prend pas toujours soin d'explicitier, et qui équivaut, en fait, à « supposer le problème résolu » ; on écrit alors les relations (égalités, inégalités...) entre données et inconnues qui se trouvent réalisées dans cette hypothèse, et l'on forme ainsi un ensemble de conditions que l'on considère en général comme « les équations (et inéquations) du problème » ; or, il est bien évident que le système obtenu ainsi ne traduit, là encore, que des propriétés vérifiées sous la réserve faite initialement, et une étude de réciproque, prenant cette fois comme hypothèse l'existence d'une solution du système, est indispensable pour pouvoir décider si le problème inj-

tial peut être effectivement remplacé par le problème d'algèbre constitué par la résolution et la discussion du système formé.

Il est à peine utile de dire que c'est là notion d'équivalence de deux questions qui est en jeu ici, ce terme étant pris dans son sens précis, comportant l'idée que l'on obtiendra exactement les mêmes résultats en substituant l'une des questions à l'autre. Il est d'ailleurs bien connu que, dans certains cas, cette équivalence pourra être établie en une seule étape, lorsque la nature du problème permet d'utiliser dès le départ des conditions à la fois nécessaires et suffisantes, à condition bien entendu de ne pas faire intervenir, à un moment quelconque, et sous une forme plus ou moins dissimulée, une hypothèse analogue à celles dont il vient d'être parlé longuement.

Cette année, justement, deux candidates ont eu à traiter des leçons d'algèbre ou de trigonométrie auxquelles s'appliquent ces remarques générales : l'une concernant la résolution de problèmes conduisant à des équations du premier ou du second degré, l'autre demandant de traiter un ou deux exemples de résolution de triangles dans des cas non classiques. Le premier exposé a fait heureusement ressortir la signification exacte de la mise en équations, en mettant clairement en évidence qu'il s'agit en fait d'un véritable raisonnement que l'on doit conduire jusqu'au bout par voie logique : sans doute les excellents conseils que contenait la leçon n'ont-ils pas été toujours strictement appliqués dans les exemples traités, mais l'essentiel était dit et correctement expliqué. La deuxième question, bien qu'elle laisse une grande liberté de choix, est assez redoutable, car, en dehors des théorèmes classiques sur les relations entre les côtés et les angles d'un triangle, qui donnent précisément des propriétés caractéristiques, les résultats que l'on est amené à utiliser pour la traduction algébrique des conditions imposées par l'énoncé sont « à sens unique » (calcul d'une hauteur, d'une bissectrice..., en fonction des côtés et des angles, par exemple), et l'étude nécessaire d'une réciproque se révèle parfois assez délicate à conduire : s'ajoutent évidemment à ces difficultés de raisonnement les difficultés inhérentes au maniement des lignes trigonométriques et des fonctions circulaires, sans oublier l'embarras que l'on peut éprouver pour choisir une voie raisonnable parmi celles, parfois nombreuses, qui se présentent. L'exemple traité devant le jury comportait une discussion assez délicate, qui n'a pas toujours été heureusement menée, mais, plus grave que certaines maladresses, était l'insuffisance, au départ, du raisonnement que doit constituer la mise en équations.

Aux considérations précédentes se rattachent certaines remarques faites à propos de leçons assez diverses.

Dans l'étude qui précède la définition de l'axe radical de deux cercles, on rencontre justement un exemple de recherche de lieu géométrique où l'on peut faire jouer sans difficulté des conditions nécessaires et suffisantes, puisqu'on dispose ici d'une véritable identité, relative à la différence Δ des puissances d'un point arbitraire M du plan par rapport à deux cercles ayant respectivement pour centres A et B et pour rayons a et b : $\Delta = \overline{MA}^2 - \overline{MB}^2 = (a^2 - b^2) = 2 \overline{AB} \cdot \overline{IM} - (a^2 - b^2)$, I étant le milieu du segment AB et M' la projection orthogonale de M sur la droite AB . Une voie naturelle paraît dès lors tracée, l'emploi méthodique de cette identité permettant de mettre en évidence à la fois l'axe radical, et l'expression classique de la différence Δ . Ajoutons, en passant, à propos de ce problème, qu'il est fort intéressant de signaler ce que sont les points de rencontre de l'axe radical de deux cercles avec les tangentes communes à ces cercles, lorsqu'elles existent, mais que la propriété simple ainsi mise en évidence ne saurait être raisonnablement utilisée pour une construction théorique de l'axe radical.

Des problèmes de lieux géométriques se rencontrent encore dans les leçons sur les transformations : homothétie, inversion..., par exemple, lorsqu'on applique ces transformations à quelques figures classiques : droite, cercles... Il est évidemment insuffisant d'avoir constaté que l'homothétie d'un point d'une droite D est situé

sur une certaine droite D' parallèle à D , pour en déduire que l'homothétique de la droite D est la droite D' . D'autre part, dans ces leçons, on voit souvent apparaître une faute qui tient à un emploi mal compris de « conditions nécessaires et suffisantes », lorsqu'on cherche, par exemple, les homothéties ou les inversions susceptibles de transformer un cercle en un autre ; le problème direct concernant la transformation d'un cercle étant déjà traité, la marche logique du raisonnement consiste à en déduire des conditions nécessairement vérifiées par les transformations que l'on cherche, et à étudier ensuite si ces conditions sont suffisantes ; or, il arrive souvent que l'étape des conditions nécessaires est omise, ou à peine indiquée, alors qu'elle est essentielle pour pouvoir affirmer qu'aucune solution n'a été oubliée.

Dans une leçon, d'ailleurs fort convenable, sur des « exemples de recherche de lieux géométriques », en Seconde, la candidate a su clairement présenter les idées générales et les aspects classiques des solutions de ces problèmes. L'un des exercices traités donne l'occasion de quelques remarques, dont la portée est du reste assez étendue, concernant l'étude des réciproques dans ces problèmes.

1° Supposons que, dans la phase « directe » de la solution, étant parti d'un point M appartenant au lieu proposé, l'on ait découvert que le point M se trouve, par exemple, sur un certain cercle fixe C dont la position est précisée en fonction des données. Très souvent l'on se contente d'annoncer cette acquisition par une phrase telle que : « Tout point du lieu est sur le cercle C », et l'on aborde aussitôt l'étude de la « réciproque », qui consiste à rechercher si un point quelconque P de C vérifie les conditions définissant le lieu. On peut alors avoir quelque peine à bâtir un raisonnement sur cette seule hypothèse : « Soit P un point du cercle C ... ». Or, au cours de la phase « directe », on a bien souvent découvert différentes propriétés au point M , telles que : le point M appartient nécessairement à telle droite, ou à tel cercle, variables, en relation très directe avec la figure fixée par les données. Il importe, pour simplifier la tâche ultérieure, de dresser, en conclusions de cette première partie de la recherche, un bilan aussi complet que possible de ce que l'on sait sur tout point M du lieu ; on aura ainsi à sa disposition, dans le nouveau problème que forme la réciproque, des renseignements qui pourront faciliter grandement la tâche et orienter le travail dans une voie plus accessible.

2° Cette étude de réciproque, quand on est amené à l'entreprendre, pourra souvent être menée à bien par une méthode d'« identification » dont l'emploi est fréquent dans nombre de démonstrations classiques : réciproque du théorème de Thalès, démonstration de l'identité d'une section plane d'un cône de révolution avec une certaine conique... Et ce mode de raisonnement est presque toujours grandement facilité lorsque l'on a pris soin, justement, de rassembler, au départ, toutes les indications susceptibles d'être utilisées.

Devrait-il être nécessaire d'ajouter que, toutes les fois qu'il s'agit d'étudier la réciproque d'une proposition, il est logiquement indispensable de mettre en évidence les nouvelles hypothèses, et, dans une question de géométrie, de faire une nouvelle figure ?

Les observations précédentes s'appliquent, bien entendu, aux problèmes de « construction ». A diverses reprises, le sujet de la leçon posait incidemment de tels problèmes, et, trop fréquemment, les raisonnements présentés laissaient apparaître quelque lacune ou quelque maladresse.

Ainsi, n'est-ce pas se compliquer inutilement la tâche que de traiter la recherche des tangentes à une conique passant par un point donné sans utiliser méthodiquement les propriétés *caractéristiques* de ces tangentes qui ont été établies auparavant ? On a là une bonne occasion de montrer comment on peut conduire un raisonnement lorsqu'il est possible de transformer, par étapes successives, le problème posé en problèmes toujours équivalents. Au sujet de cette leçon, remarquons en passant que les théorèmes de Poncelet sur les tangentes aux coniques se découvrent très directement par une étude attentive des éléments de la figure que l'on est amené à construire pour

la détermination des tangentes passant par un point : il s'agit au fond, lorsque l'on a adopté la définition bifocale pour l'ellipse et l'hyperbole, d'exploiter méthodiquement quelques propriétés évidentes d'un système de deux cercles et de leur diamètre commun (de l'axe de symétrie commun à un cercle et à une droite quelconque, dans le cas de la parabole). On peut signaler, à ce propos, que la mise en évidence des propriétés énoncées dans les théorèmes de Poncelet peut se faire aussi facilement en utilisant le cercle principal (ou la tangente au sommet de la parabole) que l'un des cercles directeurs (ou la direction de la parabole).

On retrouve encore, en algèbre, des observations du même type, concernant les modes de raisonnement, par exemple dans la résolution d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues (classe de Mathématiques) : il est très naturel d'aborder ce problème par la méthode « de substitution », qui, bien présentée, lorsqu'elle a été précédée par la détermination de toutes les solutions d'une équation linéaire à deux inconnues, permet justement de raisonner par conditions à la fois nécessaires et suffisantes, et d'arriver à la résolution et à la discussion complètes, sans avoir à procéder à une lourde vérification qui forme l'étape nécessaire de la réciproque si l'on a commencé l'étude en partant d'une solution « supposée connue ».

A ces observations, qui portent surtout sur la structure des raisonnements, il convient d'ajouter différentes remarques suggérées par quelques-unes des leçons.

Dans l'étude du lieu des points, dont le rapport des distances à deux droites est donné, il est bien fâcheux de voir intervenir des considérations de triangles semblables, mettant en jeu des éléments non orientés, et ne définissant pas de façon satisfaisante les positions relatives de certains éléments. De même, il est bien évident que la condition métrique qui permet d'exprimer que quatre points sont sur un même cercle doit être formulée à l'aide de mesures algébriques de vecteurs, et non de longueurs de segments.

Lorsque la définition d'un élément nouveau intervient, il est bon que cette définition soit constructive ou qu'elle corresponde à un être dont l'existence est déjà prouvée. Ainsi, il n'est pas très logique de parler, de prime abord, d'un tétraèdre ayant deux couples d'arêtes opposées, formés d'arêtes orthogonales, alors qu'il n'est pas évident que cette double condition peut être effectivement réalisée ; or, il est bien facile de présenter la question en proposant au début la détermination de tétraèdres ayant deux arêtes opposées orthogonales, cette étude conduit tout naturellement à la construction effective des tétraèdres qui seront appelés ensuite « orthocentriques ».

Deux leçons de géométrie, du niveau de la classe de Seconde, méritent d'être mentionnées : « Positions relatives de deux cercles » et « Inégalités dans les triangles ». La première avait été déjà traitée l'an dernier, et il en a été longuement question dans le rapport sur la session de 1952. Ces deux sujets ont paru surprendre les candidates à qui le tirage au sort les a attribués ; ils sont sans aucun doute délicats, sinon difficiles, mais on ne saurait trop insister sur l'intérêt que présente, lors de la préparation du concours, une réflexion sérieuse et personnelle sur de telles notions qui touchent aux fondements de la géométrie, réflexion poussée jusqu'à la mise au point d'un exposé clair et logiquement construit.

Une leçon sur la similitude plane, devait être faite pour une classe de Mathématiques Supérieures. Le point de vue adopté par la candidate était fort acceptable : partir des résultats déjà acquis sur cette question dans la classe de Mathématiques, et traiter surtout des applications nouvelles. Mais, dans ces conditions, il eût fallu rappeler en détail, avec précision, toutes les propriétés supposées connues, et exposer avec netteté les problèmes que l'on désirait présenter. Malheureusement, l'étude de figures « semblablement variables », qui a pris une grande partie du temps, a été bien souvent fort confuse. Faut-il rappeler, à ce sujet, qu'en géométrie plane le produit d'une homothétie négative et d'un déplacement est également le produit d'une homothétie positive et d'un déplacement ?

Cette année encore, le jury a entendu trois « premières leçons » : sur les nom-

bres fractionnaires, sur les nombres positifs et négatifs, sur les nombres complexes. Il a été souvent parlé de ces questions, dans les rapports antérieurs, et il n'est pas utile d'y revenir longuement. Si l'exposé sur les nombres complexes a paru assez satisfaisant, malgré quelques imperfections sur des points maintes fois signalés, les deux autres, abordés d'ailleurs avec des conceptions différentes, manifestaient de graves défauts. Un essai de construction de l'ensemble des nombres positifs et négatifs, à partir de couples de nombres arithmétiques ordonnés, contenait des indications intéressantes, mais les difficultés profondes n'étaient pas dominées, et les faits essentiels, concernant la présentation progressive et méthodique des nouveaux symboles et de leurs liaisons avec les nombres antérieurement connus n'ont été expliqués que d'une façon confuse. Quant à la leçon sur les nombres fractionnaires, dans la classe de Mathématiques, elle a été rattachée systématiquement à la mesure des grandeurs, ce qui n'est pas du tout interdit à ce niveau, mais à condition que l'on arrive peu à peu à faire apparaître, solidement bâti et indépendant de son support concret, un édifice arithmétique net, dont il convient de montrer la valeur, puisqu'il va servir de base aux développements ultérieurs de l'algèbre et de l'analyse ; des problèmes tels que celui de la division exacte d'un nombre par un autre, sont parmi ceux dont on doit, dans cet exposé, souligner l'importance.

Au sujet des leçons de Mathématiques Spéciales, nous donnerons les indications suivantes.

En Analyse, à propos de la formule des accroissements finis, déduite sous sa forme classique du théorème de Rolle, il est tout à fait naturel de faire apparaître, pour la dérivée du premier ordre, une autre formule qui sera généralisée, plus tard, sous le nom de formule de Taylor-Young (avec le reste dit « de Young »), mais il est bon, sinon indispensable, de faire remarquer qu'il s'agit tout simplement d'une relation traduisant la définition de la dérivée d'une fonction $f(x)$ pour une valeur a de la variable, et que l'énoncé du « théorème » exprime que, si cette dérivée existe, la fonction $\varepsilon(x)$ définie par la relation $f(x) - f(a) = (x - a) [f'(a) + \varepsilon(x)]$ a une limite égale à zéro quand x tend vers a .

Le texte de la leçon sur la « fonction inverse » donnait une indication dont la candidate n'a pas su tenir compte ; il portait en effet « fonction inverse d'une fonction monotone et continue » cherchant ainsi à attirer l'attention sur le fait que la « monotonie » a le pas sur la continuité dans cette théorie.

Dans la présentation de la fonction exponentielle construite à partir de la définition de a^r pour r rationnel, il est évidemment indispensable d'obtenir une définition générale du symbole a^x valable pour x réel quelconque, et de prouver la coïncidence des nombres obtenus par l'une et l'autre des définitions successivement données lorsque x est rationnel.

Les leçons classiques sur l'emploi de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction, et sur la séparation des racines réelles d'une équation algébrique ou transcendante, ont été assez souvent commentées à l'occasion des précédents concours. Il n'est pas mauvais de revenir sur un point. Dans ces deux problèmes, il convient de montrer comment s'appliquent les résultats généraux, du reste très simples, sur les fonctions : en particulier, une étude des variations, quand elle doit faire intervenir la dérivée, se ramène à l'étude du signe d'une fonction, et ce nouveau problème doit être évoqué puisqu'il comporte, à son tour, en général, une étude de variations, mais il s'agit maintenant d'une fonction que l'on n'est plus obligé de garder sous la forme où elle se présente d'abord, et que l'on peut remplacer par une autre, dont le signe est lié, simplement au signe de la première ; d'ailleurs, ce problème du signe d'une fonction se rattache d'une façon évidente à celui de la séparation des racines d'une équation. Faut-il rappeler, sur ce sujet, que les « méthodes graphiques » doivent, bien entendu, être signalées, mais qu'elles doivent également être situées à leur vraie place, en montrant le rôle indispensable du raisonnement et du calcul dans la résolution de ces questions.

A propos des règles de convergence dites « de Cauchy » et « de d'Alembert », il est important de montrer que les théorèmes faisant intervenir des inégalités sont plus généraux que les théorèmes concernant les limites des expressions $n\sqrt[n]{u_n}$ ou $\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right|$ (les seconds sont du reste des conséquences des premiers) ; il est utile de marquer cette « hiérarchie », ne serait-ce que pour attirer l'attention sur les possibilités d'emploi, assez fréquentes en pratique, des critères relatifs aux inégalités.

Dans la démonstration du théorème sur la multiplication des séries absolument convergentes, une fois établi le résultat classique pour les séries à termes positifs, il est bien maladroit de distinguer ensuite les séries à termes réels des séries à termes complexes, puisqu'on est conduit ainsi à répéter deux fois la même chose.

Comme il est déjà arrivé à plusieurs reprises, une leçon sur le changement de variable dans une intégrale a été bien insuffisante. Il s'agit pourtant d'une question tout à fait fondamentale, tant pour la compréhension de la notion d'intégrale que pour la justification du symbole utilisé dans cette théorie. Il est fâcheux qu'une candidate puisse donner l'impression qu'elle n'a pas saisi la véritable portée du problème, même si elle montre qu'elle manie à peu près correctement, au moins sur des exemples simples, les règles pratiques d'application.

En géométrie analytique, deux exposés sur les coordonnées polaires planes ont été, cette année encore, bien décevants. Il ne s'agit pourtant que d'avoir bien compris la nature de la correspondance que l'on établit entre un point et les couples de nombres (angle polaire, rayon vecteur) qui permettent de le repérer dans le plan, pour dominer convenablement ces questions, et, lorsqu'il s'agit, par exemple, de la construction des courbes, pour arriver à mettre raisonnablement en ordre les faits algébriques qui correspondent à des transformations géométriques qui jouent un rôle important en coordonnées polaires : rotations autour du pôle (y compris, naturellement, la symétrie par rapport à ce point, symétries par rapport à des droites passant par le pôle, homothéties, similitudes et inversions ayant pour centre le pôle. Il est assez étonnant, dans une telle leçon, de voir la candidate limiter systématiquement la variation de l'angle polaire à l'intervalle $(0, +\infty)$, alors que les fonctions étudiées ne présentaient rien de particulier pour des valeurs opposées de cet angle. Dans un autre ordre d'idées, à propos de la courbure, il convient d'éviter de parler du signe d'un produit vectoriel, ce qui n'a pas de sens, et, si l'on veut utiliser la mesure algébrique de ce vecteur, il importe d'avoir précisé d'abord l'axe qui permet de la définir.

Une leçon sur les directions principales des surfaces du second ordre nous conduit à redire, une fois de plus, que l'on risque fort de compliquer singulièrement le problème si l'on ne met pas à leur place régulière les deux idées d'orthogonalité et de conjugaison qui interviennent dans cette question. La recherche d'une direction conjuguée de toutes les directions qui lui sont perpendiculaires ne soulève aucune difficulté et donne toutes les solutions du problème, alors que, si l'on inverse les deux termes : perpendiculaire et conjugué, des difficultés logiques apparaissent, qui ne peuvent être levées qu'en modifiant, ou en complétant, plus ou moins tardivement, l'énoncé adopté d'abord.

Dans un exposé sur les sections circulaires des surfaces du second ordre, il n'y a pas lieu évidemment de reprendre en détail la discussion de l'équation en S et la démonstration des propriétés de ses racines, et il importe d'établir une distinction entre les plans coupant une quadrique suivant des cercles proprement dits, réels ou imaginaires, et les plans donnant une section qui passe par les points cycliques.

Dans l'étude générale des génératrices rectilignes des quadriques sans point double, il est très naturel d'utiliser, en coordonnées homogènes, l'équation $P.Q=R.S$, où P, Q, R, S sont des formes linéaires indépendantes, valable pour toutes ces surfaces ; il convient alors de remarquer, avant tout, que l'on a ainsi en évidence quatre droites situées sur la surface, telles que la droite définie par le système $P=0, R=0$.

La recherche méthodique des génératrices rectilignes trouve ainsi un point de départ simple et logique, puisque la section de la surface par un plan arbitraire passant par l'une de ces droites fera apparaître une famille de droites toutes situées sur la surface. Il restera ensuite à établir qu'il existe effectivement deux systèmes distincts de génératrices rectilignes et qu'il n'existe aucune autre droite sur la surface.

En mécanique, le jury a constaté avec regret que l'exposé sur le travail d'une force et sur le théorème « de la force vive » n'était pas mieux dominé que les années précédentes, et qu'une fâcheuse confusion entre différence et différentielle continuait à sévir, au grand détriment d'une présentation claire et raisonnable de ces notions.

Quant au théorème sur la composition des vitesses, présenté d'ailleurs correctement — bien que les définitions fondamentales concernant les éléments cinématiques attachés aux différents mouvements aient été données tardivement, créant ainsi quelque confusion —, sa démonstration a encore laissé dans l'ombre l'explication du fait

que la formule $\frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d\vec{OO_1}}{dt} + \frac{d\vec{O_1M}}{dt}$ ne doit pas être interprétée — comme un élève pourrait être tenté de le faire, lorsque aucune indication n'est donnée sur le rôle que joue l'espace de référence dans l'opération de dérivation vectorielle —, en considérant que le premier membre et le premier terme du second membre représentent les vecteurs-vitesses « absolues » du point M et de l'origine O_1 du trièdre mobile par rapport au trièdre « absolu », et que le troisième vecteur représente la vitesse relative du point M : le débutant peut trouver surprenant que cette dernière affirmation soit inexacte, alors que les deux autres sont exactes... Ne serait-il pas intéressant d'éclaircir cette question, qui touche au fond même du problème, quitte, peut-être, à recourir incidemment à l'appareil algébrique des coordonnées pour faire mieux comprendre le sens des opérations vectorielles ?

*
**

Les notes attribuées pour les différentes épreuves orales se répartissent comme suit :

En Mathématiques Élémentaires, les meilleures leçons fort convenables n'ont pourtant pas présenté le caractère un peu exceptionnel qui entraîne l'adhésion totale de l'auditoire ; on trouve en tête : trois 16, deux 15, un 14,5 et deux 14. Viennent ensuite cinq notes entre 13 et 12, sept entre 11 et 10, six entre 9 et 8, et, enfin, deux 7 et trois 6, mérités par des exposés qui révélaient, soit de fâcheuses lacunes, soit une insuffisance regrettable dans l'effort de compréhension et de clarification de quelques notions essentielles. La moyenne pour l'ensemble des trente et une admissibles est à peine supérieure à 11, inférieure d'un point à celle de 1952 (les notes s'échelonnaient l'an dernier entre 19 et 8). Il est extrêmement souhaitable que les années à venir permettent d'enregistrer une amélioration sensible du niveau de cette épreuve, qui met les futurs professeurs en présence des théories qui constitueront plus tard la matière de leur enseignement, et qui touchent d'ailleurs aux fondements des Mathématiques.

En Mathématiques Spéciales, une bonne leçon sur les fonctions homogènes, où la candidate a su montrer, malgré quelques maladresses, de réelles qualités d'esprit, a mérité la note 18. On trouve après : un 16 et quatre 15, puis neuf notes comprises entre 14 et 12, et, plus loin, trois 10, trois 9, un 8,5 et deux 8 et un groupe de queue, trop important, avec deux 6, un 4, un 3,5 et deux 3. La moyenne pour l'ensemble des admissibles est 10,5, également inférieure (de plus d'un demi-point) à celle de l'an dernier.

En groupant les deux épreuves orales, les notes sur 20 varient de 15,5 à 5, avec une répartition assez classique ; après la candidate qui vient en tête (15,5), on rencontre les groupes suivants : cinq entre 14,5 et 14, cinq entre 13 et 12, sept entre

12 et 10, neuf entre 10 et 8 et trois entre 8 et 5. La moyenne générale de l'oral pour les trente et une candidates est 10,8, en baisse assez sensible par rapport à celle de 1952 (11,6), mais très comparable à celle des années antérieures (11 — 10,6).

RESULTATS GENERAUX

La somme de toutes les notes correspondant aux épreuves écrites, pratiques et orales, pour chacune des trente et une admissibles, varie de 287 à 128,5, pour un maximum de 400 points ; la moyenne générale de chacune de ces candidates est donc comprise entre 14,3 et 6,4 sur 20, et la moyenne générale pour l'ensemble des admissibles est 10,5 sur 20, très voisine de celle de la précédente session (10,7).

Si le classement de l'écrit n'a pas été modifié par les épreuves pratiques et orales pour le groupe des cinq premières (l'ordre à l'intérieur du groupe ayant cependant varié), on trouve ensuite plusieurs candidates qui, mal et même très mal placées à l'écrit (la trente-et-unième, par exemple), se sont trouvées en bonne situation à la fin, grâce à leurs leçons et parfois à l'épure ou au calcul.

Le jury a proposé pour l'admission définitive les vingt-deux premières du classement, avec deux *ex-aequo* en queue de liste.

Les notes d'ensemble des vingt-deux reçues sont échelonnées entre 287 et 200 (sur 400), soit de 14,3 à 10 sur 20, la moyenne générale étant voisine de 11,3, cette moyenne étant 8,6 pour le groupe des neuf admissibles non reçues. Ces résultats sont très voisins de ceux de 1952 (moyennes 11,6 et 8,8). Il est intéressant de noter que les moyennes générales correspondant aux trois groupes d'épreuves écrites, pratiques et orales sont respectivement :

pour les vingt-deux candidates reçues : 11,4 — 7,8 — 11,9,
et pour les neuf admissibles non reçues : 9,9 — 5,6 — 8,1.

La promotion des agrégées de 1953 comprend dix élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles (dont les cinq premières du classement, les cinq autres se plaçant entre le 15^e et le 21^e rangs), et une ancienne élève ayant accompli une quatrième année à l'Ecole, une élève de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses, quatre étudiantes ayant préparé l'agrégation à Paris, une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure, cinq professeurs titulaires, dont trois en exercice dans des collèges pendant l'année 1952-1953, et deux en congé. Cinq des nouvelles reçues avaient été admissibles à des concours antérieurs.

Dans le groupe des neuf admissibles non reçues se trouvent trois élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses, dont l'une était déjà titulaire du certificat d'aptitude à l'enseignement dans les collèges, une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure, deux étudiantes, l'une de la Faculté d'Alger, l'autre de la Faculté de Poitiers, deux professeurs titulaires en exercice, et une stagiaire d'enseignement, qui a du reste passé avec succès, pendant l'oral de l'agrégation, les épreuves finales du certificat d'aptitude au professorat de l'Enseignement du Second Degré (C.A.P. E.S. ancien régime). (Il est à noter que cette candidate aurait pu se dispenser de passer ces épreuves terminales du certificat, l'admissibilité à l'agrégation lui conférant automatiquement le titre de certifiée — C.A.P.E.S. ancien régime — du moment qu'elle avait été reçue antérieurement aux épreuves pratiques de ce concours).

Le jury a décidé, suivant la nouvelle législation en vigueur à partir de 1953, de proposer l'attribution de l'équivalence du C.A.P.E.S. (nouveau régime) aux cinq candidates admissibles qui n'étaient pas encore titulaires de l'un des certificats d'aptitude. D'autre part, les deux professeurs titulaires, déjà admissibles à une session antérieure, obtenaient, par leur nouveau succès à l'écrit, le titre de bi-admissible.

Les chaires vacantes dans les établissements du Second Degré de la Métropole et de l'Union Française ont permis, cette année encore, compte tenu des candidates autorisées à ne pas prendre de poste en cas de succès, de donner aux listes d'admissibilité et d'admission la même importance qu'à la session précédente (trente et une admissibles et vingt et une reçues en 1952).

Il va de soi que le jury a pris en considération le niveau des épreuves, et les indications statistiques données dans ce rapport montrent que les moyennes correspondant aux dernières années sont, en définitive, comparables.

Notons, comme une particularité de ce concours, le succès, dans des rangs très honorables, entre le 6^e et le 15^e, de quatre candidates, étudiantes à Paris, dont trois se présentaient au concours pour la première fois. Notons aussi que sur vingt-deux professeurs titulaires qui ont eu le mérite de poursuivre leur préparation à l'agrégation, dans des conditions souvent difficiles, sept ont été récompensées, soit par le succès définitif, soit en devenant bi-admissibles. On ne saurait trop encourager semblable effort qui, de toutes façons, même s'il ne procure pas immédiatement quelque avantage de carrière, apporte un enrichissement certain à celles qui l'ont entrepris et qui ont la volonté de persévérer.

S'il est difficile de prévoir ce que seront, dans les prochaines années, les perspectives ouvertes par le concours, on peut être certain que le travail qu'impose aux candidates une préparation valable aux différentes épreuves, s'il est bien compris, s'il est orienté vers l'acquisition d'une plus vaste culture, liée à une connaissance plus approfondie et plus méthodique des techniques propres à la discipline étudiée, n'est en aucun cas perdu. Et les nécessités sociales de l'époque actuelle rendent souhaitable un accroissement sensible du nombre des jeunes attirés, par vraie vocation, vers l'enseignement des disciplines scientifiques, afin que soient maintenues, dans l'avenir, la valeur et la qualité du recrutement de nos professeurs.

J. DESFORGE,

Inspecteur général, vice-président du Jury.

Rapport sur le Concours général de Mathématiques pour les classes de Première en 1953

Le Jury était ainsi composé : M. DESFORGE, inspecteur général, président ; Mlle BRULARD, professeur au Lycée Camille-Sée ; Mme DUBOIS-VIOLETTE, professeur au Lycée de Sèvres ; M. LEROSSÉ, professeur au Lycée Claude-Bernard ; M. MAGNIER, professeur au Lycée Saint-Louis ; M. POUGNAND, professeur au Lycée Buffon.

La figure, dont l'étude faisait l'objet du problème du Concours général de Première en 1953, se construit à partir de trois couples de points A et A', B et B', C et C', pris respectivement sur trois droites X'X, Y'Y, Z'Z, concourantes en un point O et non situées dans un même plan. En joignant chacun des points, tels que A et A', de l'un quelconque des couples, aux quatre points des deux autres couples, on détermine douze segments formant les côtés de huit triangles qu'il est commode de classer dès le début, par exemple, en citant d'abord les triangles ABC, AB'C, ABC', AB'C' ayant tous quatre le point A comme sommet, puis les triangles ayant pour sommet commun A', c'est-à-dire A'B'C', A'BC', A'B'C, A'BC ; l'ordre d'énumération ainsi indiqué met en évidence la propriété essentielle de symétrie par rapport au point O de ces triangles convenablement associés deux à deux. De là résulte le parallélisme des plans tels que ABC et A'B'C', ABC' et A'B'C..., les notations choisies facilitant le repérage de ces plans parallèles, puisque deux points symétriques par rapport à O sont désignés par la même lettre affectée ou non d'un accent. Ces huit triangles forment les faces d'un octaèdre Ω , admettant le point O comme centre

de symétrie, et dont on peut facilement démontrer qu'il est convexe (la justification de cette propriété n'était d'ailleurs pas demandée).

Un plan W , parallèle aux plans ABC et $A'B'C'$, coupe les droites $X'X$, $Y'Y$, $Z'Z$ en des points P , Q , R , et la valeur commune u des rapports $\frac{\overline{OP}}{\overline{OA}}$, $\frac{\overline{OQ}}{\overline{OB}}$, $\frac{\overline{OR}}{\overline{OC}}$,

définit la position de ce plan. On construit alors les points d'intersection du plan W avec les six arêtes de l'octaèdre qui ne lui sont pas parallèles, ces arêtes étant rangées dans l'ordre où elles forment les côtés successifs d'un hexagone gauche : BC' , $C'A$, AB' , $B'C$, CA' , $A'B$. Les six points ainsi obtenus, notés respectivement P_1 , Q_2 , R_1 , P_2 , Q_1 , R_2 , joints dans cet ordre, forment les sommets d'un hexagone H , non nécessairement convexe.

Tout naturellement, la première question invitait les candidats à procéder à un examen détaillé de la figure formée, dans un plan W quelconque, par les côtés du triangle PQR et par les côtés de l'hexagone H , et leur attention était attirée sur quelques points : positions relatives des segments tels que P_1P_2 et QR , longueurs des segments tels que P_1P_2 , différentes dispositions suivant les valeurs du paramètre u .

S'il est aisé de se représenter l'octaèdre Ω , il est plus difficile de concevoir clairement l'ensemble des droites et des plans indéfinis portant les arêtes et les faces de ce polyèdre, et une observation attentive sera nécessaire pour arriver à une description correcte de la section de la figure par un plan W quelconque.

Il paraît utile de préciser d'abord certaines relations entre les arêtes de Ω qui sont coupées par le plan W . Deux arêtes « consécutives », telles que BC' et $C'A$ sont deux côtés d'un triangle dont le troisième côté AB est parallèle à W ; on aura donc, dans l'ordre de jonction des sommets de l'hexagone H , à envisager des triangles, tels que $BC'A$, $C'AB'$..., ayant comme côtés parallèles à W , tantôt des côtés du triangle ABC , tantôt des côtés du triangle $A'B'C'$: BA , $C'B'$, AC , $B'A'$... D'autre part, en considérant de trois en trois les arêtes de Ω (ou plutôt de l'hexagone gauche défini plus haut) on obtient des couples, tels que AB' et $A'B$, formés de deux arêtes symétriques par rapport à O , définissant un parallélogramme ayant pour sommets successifs $AB'A'B$ et dont les diagonales sont AA' et BB' .

La section par un plan W quelconque de ces six droites et des plans qu'elles déterminent présente donc les particularités suivantes :

— deux arêtes « consécutives », BC' et $C'A$ par exemple, sont coupées en des points P_1 et Q_2 tels que la droite P_1Q_2 est parallèle à AB ; les deux arêtes symétriques par rapport à O , $B'C$ et CA' , sont coupées de même en des points P_2 et Q_1 tels que P_2Q_1 est parallèle à $A'B'$, donc à AB ;

— un plan « diagonal » tel que $AB'A'B$ est coupé par le plan W suivant une parallèle aux côtés AB , $A'B'$ du parallélogramme $AB'A'B$, parallèle qui porte les quatre points R_1 , R_2 (sur les côtés AB' et $A'B$) et P , Q (sur les diagonales AA' et BB').

On voit apparaître alors, dans ce plan « diagonal », une figure très simple de géométrie plane formée par les quatre points d'intersection de deux côtés opposés d'un parallélogramme et de ses deux diagonales par une parallèle aux deux autres côtés opposés. On en déduit, d'une part, que le segment R_1R_2 est constamment égal à AB (plus précisément que le vecteur $\overrightarrow{R_1R_2}$ est équipollent au vecteur $\overrightarrow{AB}$), et que les deux segments R_1R_2 et PQ ont le même milieu, puisque la parallèle menée par le centre O aux côtés AB' et $A'B$ passe par le milieu des segments AB , R_1R_2 , et se confond avec la médiane issue de O des triangles OAB , OPQ .

On remarque aussi qu'il existe manifestement trois positions particulières du plan W correspondant aux valeurs 0, 1 et (-1) du paramètre u , et que l'on peut, sans nuire à la généralité des conclusions, se borner au cas où u est positif ou nul.

Une description de la figure située dans un plan W se déduit de ces observa-

tions : en supposant u différent de 0 et de 1, on voit d'abord un triangle PQR homothétique du triangle ABC par rapport au point O, le rapport étant u ; les six sommets de l'hexagone H sont deux à deux situés sur les côtés de PQR, R_1 et R_2 sur le côté PQ..., de telle sorte que les points R_1 et R_2 sont symétriques par rapport au milieu du segment PQ ; d'autre part, les segments tels que P_1Q_2 et P_2Q_1 , formant deux côtés « opposés » (de trois en trois) de l'hexagone H, sont parallèles à AB donc à PQ ; enfin, les longueurs des trois segments « diagonaux » tels que P_1P_2 , Q_1Q_2 , R_1R_2 sont respectivement égales à celles des côtés BC, CA, AB du triangle ABC.

On obtient évidemment ainsi des conditions surabondantes pour construire l'hexagone H une fois placé le triangle PQR. On pourra prendre, par exemple, sur le côté QR du triangle PQR l'un des points, soit P_1 , situé à la distance $\frac{BC}{2}$ du milieu

du segment QR, en remarquant d'ailleurs que, si u est positif, le point P_1 est situé du même côté que le point Q par rapport au milieu de QR ; la parallèle à PQ, menée par P_1 est alors le support du côté P_1Q_2 , le point Q_2 étant sur PR, puis la parallèle à QR menée par Q_2 coupe PQ au point R_1 , et ainsi de suite, la chaîne se fermant par la parallèle, menée par R_2 au segment PR, et qui passe par le point initial P_1 . Il n'y aurait pas grande difficulté à vérifier directement, sur cette figure de géométrie plane, que cette série de constructions conduit effectivement à une ligne hexagonale « fermée » et que les trois segments diagonaux P_1P_2 , Q_1Q_2 , R_1R_2 ont bien les propriétés signalées précédemment (mêmes milieux que les côtés du triangle PQR, mêmes longueurs que les côtés du triangle ABC) ; cette vérification n'était d'ailleurs pas demandée, la justification à partir de la figure de l'espace étant naturellement suffisante.

La configuration obtenue n'est pas la même suivant que le rapport u est inférieur ou supérieur à 1. Dans la première hypothèse, les côtés du triangle PQR sont inférieurs aux côtés qui leur correspondent par homothétie dans le triangle ABC ; les sommets de H sont extérieurs au triangle PQR ; l'hexagone H est alors convexe et contient le triangle PQR à son intérieur. Lorsque u est supérieur à 1, les côtés du triangle PQR sont plus grands que les côtés correspondants du triangle ABC ; les sommets de H sont intérieurs aux côtés du triangle PQR et l'hexagone H apparaît alors comme un pylone « croisé » inscrit dans ce triangle.

Il est utile d'étudier les cas particuliers. Pour $u = 0$, le plan sécant, soit W_0 , passe par O ; les trois points P, Q, R sont confondus avec O ; les segments « diagonaux » P_1P_2 , Q_1Q_2 , R_1R_2 , de l'hexagone (H_0) ont tous trois comme milieu le point O, les longueurs de ces segments étant respectivement égales aux côtés BC, CA, AB ; les côtés de H_0 s'associent par couples, deux côtés associés, tels que P_1Q_2 et P_2Q_1 , étant symétriques par rapport au point O, et, de plus, parallèles à la diagonale R_1R_2 et égaux à la moitié du segment R_1R_2 , cette dernière propriété particularise l'hexagone H_0 parmi les hexagones admettant un centre de symétrie) ; l'hexagone H_0 est évidemment convexe, et les six triangles formés par ses côtés et ses diagonales passant par O sont tous égaux. Lorsque $u = 1$, le triangle PQR se confond avec le triangle ABC ; les sommets de l'hexagone sont alors deux à deux confondus avec les points P, Q, R : P_1 et R_2 avec Q, Q_2 et R_1 avec P, P_2 et Q_1 avec R ; l'hexagone se réduit en apparence au triangle PQR, mais la construction donnée tout à l'heure conduit à considérer que les supports des six côtés sont : d'une part, QP, PR, RQ, pour les côtés P_1Q_2 , R_1P_2 , Q_1R_2 (côtés de l'hexagone puis de deux en deux), et, d'autre part, les parallèles menées par les points P, Q, R respectivement aux côtés opposés QR, RP, PQ, pour les trois autres « côtés » de l'hexagone (réduits en fait à zéro) Q_2R_1 , R_2P_1 , P_2Q_1 .

Cette étude, qui a été développée bien plus longuement que s'il s'agissait de la rédaction d'une solution présentée sans commentaires, exige une observation atten-

tive des données et une mise en ordre méthodique des propriétés très simples qui entrent en jeu. Bon nombre de candidats ont « vu » l'essentiel des résultats, mais sans donner toujours des justifications satisfaisantes. En particulier, le fait que les segments tels que P_1P_2 et QR ont le même milieu a été assez souvent oublié ; il était pourtant en évidence, lorsqu'on prenait la peine de contrôler une indication donnée à dessein par l'énoncé (les points P_1 et P_2 sont sur la droite $QR...$), indication qui devait suggérer l'examen de la figure dans un plan « diagonal » tel que $BC'B'C$.

Cette première partie du problème se prolongeait par une question destinée surtout à compléter la connaissance de la figure proposée, en faisant manier quelques intersections de droites et de plans. On demandait de considérer les sommets du triangle formé, dans un plan W , par trois côtés tels que P_1Q_2 , R_1P_2 , Q_1R_2 de l'hexagone H (côtés pris de deux en deux), et de rechercher les lieux géométriques de ces trois sommets quand W varie. L'analyse des données est simple : les droites P_1Q_2 et R_1P_2 sont les intersections par W des plans $BC'A$ et $AB'C$; ces deux droites, respectivement parallèles à BA et à AC , ont donc en commun le point où le plan W coupe la droite d'intersection des plans $BC'A$ et $AB'C$; le lieu du point de rencontre de P_1Q_2 et R_1P_2 est donc porté par la droite commune à ces deux derniers plans, et il est évident que ce lieu est précisément la droite tout entière, puisque par chaque point de cette droite (qui n'est pas parallèle au plan ABC) passe un plan parallèle à ABC , c'est-à-dire une position du plan W portant un hexagone H . Une remarque faite précédemment sur les supports des côtés « nuls » de l'hexagone, lorsque W est confondu avec ABC ou $A'B'C$, permet de ne pas écarter ces deux positions particulières de W dans l'étude du lieu.

Il restait à situer exactement la droite d'intersection de deux plans tels que $BC'A$ et $AB'C$: cette droite passe par A ; ou en déterminer un autre point en faisant appel à un plan simplement placé et les coupant tous deux ; il est indiqué de prendre comme plan auxiliaire le plan $A'B'C'$, qui rencontre le plan $BC'A$ suivant la parallèle menée par C' à AB (ou $A'B'$) et le plan $AB'C$ suivant la parallèle menée par B' à $A'C$. On voit ainsi apparaître dans le plan $A'B'C'$ les parallèles aux côtés $A'B'$ et $A'C'$ menées respectivement par les sommets opposés C' et B' , qui ont en commun le point A'_1 , symétrique de A' par rapport au milieu de $B'C'$. La droite cherchée est donc AA'_1 , dont on peut définir la situation en considérant le plan $AA'A'_1$: ce plan coupe ABC et $A'B'C'$, suivant les droites portant les médianes AI et $A'I'$ des triangles ABC et $A'B'C'$, I et I' étant les milieux symétriques par rapport à O , des côtés BC et $B'C'$; les vecteurs $\vec{AI}$, $\vec{I'A'}$, $\vec{A'_1I'}$ sont équipollents et la droite AA'_1 est donc parallèle à II' ; plus précisément, AA'_1 est l'homothétique de la droite II' dans l'homothétie qui a pour centre A' et pour rapport 2 ; dans cette homothétie, l'homologue du point I est le point S symétrique de A'_1 par rapport à A , et l'on voit immédiatement que l'homothétie ayant pour centre S et pour rapport 2, transforme le point A en A'_1 , les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ en deux vecteurs $\vec{A'_1B'_1}$ et $\vec{A'_1C'_1}$ qui ne sont autres que deux côtés du triangle formé par les parallèles aux trois côtés du triangle $A'B'C'$ menées par les sommets opposés à chacun d'eux.

On voit ainsi se compléter le résultat : les lieux géométriques des trois sommets du triangle formé dans le plan W par les droites P_1Q_2 , R_1P_2 , Q_1R_2 sont : la droite AA'_1 que l'on vient d'étudier, et les deux droites analogues BB'_1 et CC'_1 ; ces trois droites concourent au point S défini plus haut, et le triangle envisagé se présente alors comme section par le plan W de la pyramide ayant pour sommet le point S et pour base le triangle ABC , ou encore le triangle $A'_1B'_1C'_1$. Le plan parallèle à ABC mené par S est une position du plan W pour laquelle les droites P_1Q_2 , R_1P_2 , Q_1R_2 sont concourantes (le point commun étant, du reste, le point S), et c'est évidemment la seule vérifiant cette condition.

Naturellement, l'étude précédente peut être conduite de différentes façons, en restant dans le domaine des connaissances du programme de Première. On peut, par

exemple, après avoir constaté que les lieux géométriques proposés sont les droites AA' , BB' , CC' , étudier, dans le plan ABC' , les deux droites AA'_1 et BB'_1 , et démontrer ainsi élémentairement que le point commun à ces deux droites, qui est le centre de l'homothétie transformant le vecteur $\overrightarrow{AB}$ avec le vecteur $\overrightarrow{A'_1B'_1}$, appartient aussi à la droite CC'_1 . On voit aussi que AA'_1 est parallèle à BC' et CB' , que BB'_1 est parallèle à CA' et AC' , etc... Il est également intéressant de remarquer que le point S est sur la droite qui joint les centres de gravité des deux triangles ABC et $A'B'C'$, droite qui passe par O , et qui est aussi le lieu des centres de gravité du triangle PQR et des deux triangles formés par les côtés, puis de deux en deux, de l'hexagone H .

Le tracé de la figure formée par le triangle PQR et l'hexagone H dans celui des plans W qui passe par le point S est facile à réaliser : cette position de W correspond à la valeur 3 du paramètre u ; sur chacun des côtés (QR , par exemple) du triangle PQR , les sommets (P_1 et P_2 pour QR) de l'hexagone H partagent le côté (QR) en trois parties égales, et le point de concours S des trois côtés Q_1Q_2 , R_1R_2 , Q_1R_2 de H n'est autre que le centre de gravité du triangle PQR .

Bien entendu, les trois autres côtés de H , puis de deux en deux, donnent des résultats analogues, faisant intervenir le point S' symétrique du point S par rapport à O .

L'étude de ces lieux géométriques a été très fréquemment abordée, et beaucoup de résultats valables, sinon toujours clairement démontrés, ont été indiqués, mais assez rares sont les copies donnant une solution suffisamment complète.

La deuxième partie du problème propose l'étude du périmètre de l'hexagone H , en se bornant au cas où u est positif, ou, plus exactement, la comparaison de ce périmètre à ceux du triangle PQR et du triangle ABC .

L'examen de la figure précédemment construite dans un plan W quelconque conduit assez facilement à une solution de cette question. Les tracés indiqués plus haut pour déterminer les sommets successifs de l'hexagone H font apparaître plusieurs parallélogrammes simplement placés, et, si l'on considère deux côtés opposés de H , par exemple Q_2R_1 et Q_1R_2 , on établit immédiatement les relations, qu'il est commode d'écrire sous forme vectorielle :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{Q_2R_1} &= \overrightarrow{P_1Q} = \overrightarrow{RP_2}, \\ \overrightarrow{Q_1R_2} &= \overrightarrow{RP_1} = \overrightarrow{P_2Q}.\end{aligned}$$

On déduit de là une expression de la somme des longueurs des deux côtés opposés de H , tels que Q_2R_1 et Q_1R_2 , en prenant la précaution de préciser le sens relatif des vecteurs $\overrightarrow{Q_2R_1}$ et $\overrightarrow{Q_1R_2}$, ou, ce qui revient au même, de vecteurs équipollents tels que $\overrightarrow{P_1Q}$ et $\overrightarrow{RP_1}$ par exemple ; il s'agit donc, en définitive, de placer le point P_1 par rapport au segment QR , et l'on a vu que le résultat dépend de la valeur de u .

Lorsque $0 < u < 1$, le point P_1 est extérieur au segment QR , les vecteurs $\overrightarrow{P_1Q}$ et $\overrightarrow{RP_1}$ sont de sens contraires, et l'on a alors, pour les longueurs :

$$Q_2R_1 + Q_1R_2 = P_1Q + P_1R = P_1Q + QP_2 = P_1P_2,$$

et, comme P_1P_2 est égal à BC , le périmètre de l'hexagone H est, dans ce cas, égal au périmètre du triangle ABC .

Lorsque $u > 1$, le point P_1 est entre Q et R , et l'on a

$$Q_2R_1 + Q_1R_2 = P_1Q + P_1R = QR,$$

de sorte que le périmètre de H est égal à celui du triangle PQR .

On obtient ainsi un résultat remarquable : le périmètre de l'hexagone H reste constant et égal au périmètre de ABC tant que W reste entre les plans ABC et $A'B'C'$, puis il devient égal à celui du triangle PQR lorsque W est à l'extérieur de ces deux plans.

Comme le rapport du périmètre du triangle PQR à celui de ABC est évidemment égal à u , il en résulte que les rapports γ et ε du périmètre de H au périmètre

de PQR, d'une part, et à celui de ABC, d'autre part, sont définis par les relations :

$$\text{pour } 0 < u \leq 1 : \quad y = \frac{1}{u}, \quad z = 1 ;$$

$$\text{pour } u \geq 1 : \quad y = 1, \quad z = u.$$

Ces résultats pouvaient être obtenus de bien des façons différentes. Par exemple, en restant toujours dans le plan W, on peut remarquer que, pour $u > 1$, le quadrilatère $R_1Q_2Q_1R_2$ est un trapèze convexe dont les côtés non parallèles Q_2Q_1 et R_1R_2 ont les mêmes milieux que les côtés PR et PQ du triangle PQR : la somme des bases R_1Q_2 et Q_1R_2 est égale au double du segment joignant les milieux des côtés non parallèles, c'est-à-dire au segment QR ; pour $0 < u < 1$, le trapèze convexe $R_1Q_2R_2Q_1$ a pour côtés non parallèles Q_2R_2 et Q_1R_1 , qui sont respectivement diagonales de deux parallélogrammes $Q_2PR_2P_1$ et $Q_1PR_1P_2$ dont les deux autres diagonales sont PP_1 et PP_2 : les milieux des côtés non parallèles Q_2R_2 et Q_1R_1 sont donc les mêmes que ceux des segments PP_1 et PP_2 , et, par suite, la somme des bases R_1Q_2 et Q_1R_2 est égale au segment P_1P_2 , c'est-à-dire à BC. On retrouve ainsi les résultats précédents par une voie qui ne diffère qu'en apparence de celle qui a été suivie d'abord.

Il était également très naturel de calculer les différents côtés de l'hexagone H en utilisant des propriétés résultant de certaines homothéties évidentes. Par exemple, le segment P_1Q_2 est homothétique du segment BA par rapport au point C', le rap-

port étant $\frac{C'P_1}{C'B}$. Or les plans parallèles W, ABC, A'B'C' déterminent sur les différentes sécantes AA', BB', ..., BC', C'A, ... des segments proportionnels, et l'on a

$$\frac{C'P_1}{C'B} = \frac{A'P}{A'A} = \frac{OP - OA'}{OA - OA'} = \frac{u+1}{2}.$$

C'est ce rapport qui intervient pour le calcul des trois segments P_1Q_2 , R_1P_2 , Q_1R_2 , comparés respectivement à BA, AC, CB, c'est-à-dire que l'on a, d'une façon

$$\text{précise :} \quad \frac{P_1Q_2}{BA} = \frac{R_1P_2}{AC} = \frac{Q_1R_2}{CB} = \frac{u+1}{2}.$$

Les trois autres segments Q_2R_1 , P_2Q_1 , R_2P_1 se calculent de même, en les considérant comme homothétiques des segments C'B', B'A', A'C' dans des homothéties ayant pour centres respectivement A, C, B, le rapport commun de ces homo-

$$\text{théties étant :} \quad \frac{AQ_2}{AC'} = \frac{AP}{AA'} = \frac{OP - OA}{OA' - OA} = \frac{1-u}{1}.$$

Comme il ne s'agit que de calculer les longueurs des côtés de l'hexagone H, il convient de prendre les valeurs absolues des rapports précédents, et, en supposant u positif, on voit que le rapport de la somme des trois côtés non consécutifs

P_1Q_2 , R_1P_2 , Q_1R_2 de l'hexagone H au périmètre du triangle ABC est égal à $\frac{u+1}{2}$,

tandis que le rapport de la somme des trois autres côtés de H au périmètre du triangle A'B'C' (ou ABC) est égal à $\left| \frac{1-u}{2} \right|$. On obtient ainsi, quel que soit u positif :

$$z = \frac{1+u}{2} + \left| \frac{1-u}{2} \right|,$$

d'où l'on déduit y puisque $z = u \cdot y$. On retrouve ainsi les résultats déjà obtenus :

$$\text{pour } 0 < u \leq 1 \quad z = 1, \quad y = \frac{1}{u} ;$$

$$\text{pour } u \geq 1 \quad z = u, \quad y = 1.$$

Cette question demandait un peu d'attention, pour bien se rendre compte que la détermination du périmètre de H pouvait comporter la considération de deux cas de figure. Ensuite, le fait que les fonctions y et z ne sont pas définies par une seule « formule », pour toutes les valeurs de leur domaine d'existence, peut surprendre les débutants encore peu familiarisés avec la notion générale de fonction. La représentation graphique ne présentait évidemment aucune difficulté.

Cette partie du problème a été abordée dans de nombreuses copies, mais les fautes sont également nombreuses ; la plupart du temps, on se borne à tracer une figure, en la considérant plus ou moins implicitement comme toujours valable, et sans préciser si la valeur de u correspondante est soumise à certaines restrictions ; ou bien, ce qui revient pratiquement au même, quand on a constaté que les rapports

d'homothétie étaient $\frac{1+u}{2}$ et $\frac{1-u}{2}$, on ne voit pas que ce sont en réalité les valeurs

absolues qui sont en cause. D'ailleurs, la signification exacte du symbole de valeur absolue est généralement mal connue à ce niveau, et beaucoup hésitent à remplacer $|1-u|$ par $(1-u)$ ou bien par $(u-1)$, suivant que u est inférieur ou supérieur à 1.

La troisième partie, très brève, comportait la comparaison des volumes des huit tétraèdres ayant pour sommet O et pour bases les triangles formant les faces de l'octaèdre. Ces huit tétraèdres étant deux à deux symétriques par rapport à O, il suffit de considérer par exemple le tétraèdre OABC et les trois tétraèdres OA'BC..., qui ont avec lui une face commune. Or, OABC et OA'BC sont deux pyramides ayant pour base le triangle OBC et dont les sommets A et A', symétriques par rapport à un point du plan de la base commune, sont équidistants de ce plan ; ces deux tétraèdres sont équivalents ; il en est de même pour deux quelconques des huit tétraèdres. Il en résulte que, si l'on désigne par σ l'aire du triangle ABC et par d la distance

du point O au plan ABC, le volume de l'octaèdre est égal à $\frac{8}{3} \sigma d$.

Dans la question suivante, on suppose $0 \leq u \leq 1$, pour ne faire intervenir que des figures de forme simple, et l'on demande d'abord de calculer, en fonction de σ et de u , l'aire de l'hexagone H, qui est alors convexe. Il s'agit donc de choisir un mode de décomposition de l'aire de l'hexagone en éléments faciles à comparer à des éléments connus. Il paraît naturel de porter son attention sur les couples de triangles tels que PR_1Q_2 et PR_2Q_1 , homothétiques des triangles PQR, ABC et A'B'C'. Ces deux triangles PR_1Q_2 et PR_2Q_1 n'empiètent pas l'un sur l'autre et la somme de leurs aires comprend l'aire de PQR ; si l'on considère les deux autres couples analogues, correspondant aux sommets Q et R, on voit que la somme des aires des six triangles des trois couples recouvre trois fois l'aire PQR et une fois la portion de l'aire de l'hexagone H extérieure au triangle PQR, car les aires de deux quelconques des couples n'ont en commun que l'aire PQR. L'aire de l'hexagone H est donc égale à la somme des aires des six triangles tels que PR_1Q_2 ..., diminuée du double de l'aire du triangle PQR.

Reste à calculer les aires des triangles tels que PR_1Q_2 et PR_2Q_1 . On peut se placer dans le plan W et les considérer comme homothétiques de l'aire PQR dans

des homothéties ayant pour centre P et dont les rapports $\frac{R_1Q_2}{QR}$, $\frac{R_2Q_1}{QR}$ sont aisés à

calculer, puisque l'on a déjà, à propos du périmètre de H, calculé les rapports des segments R_1Q_2 et R_2Q_1 au côté BC ; il suffit d'ailleurs ici de prendre les valeurs absolues de ces rapports.

Mais il est intéressant, et aussi simple, de revenir à la figure de l'espace : le triangle PR_1Q_2 est homothétique du triangle A'B'C', par rapport au point A, le

rapport d'homothétie étant $\frac{AP}{AA'} = \frac{1-u}{2}$; de même le triangle PR_2Q_1 est homo-

thétique du triangle ABC par rapport au point A', le rapport étant $\frac{\overline{A'P}}{A'A} = \frac{u+1}{2}$.

On déduit de là les aires de ces deux triangles PR_1Q_2 et PR_2Q_1 en fonction de l'aire σ du triangle ABC (ou $A'B'C'$) ; elles sont respectivement égales à

$$\left(\frac{1-u}{2}\right)^2 \cdot \sigma \quad \text{et} \quad \left(\frac{1+u}{2}\right)^2 \cdot \sigma.$$

Ce calcul vaut naturellement pour les deux autres couples de triangles ; d'ailleurs les trois triangles PR_1Q_2 , R_2QP_1 , Q_1P_2R sont égaux (ils se déduisent les uns des autres par des translations évidentes), et il en est de même des triangles PR_2Q_1 , R_1QP_2 , Q_2P_1R . Comme l'aire du triangle PQR est égale à $\sigma \cdot u^2$, on voit que l'aire

de l'hexagone est $3\sigma \left[\left(\frac{1-u}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+u}{2}\right)^2 \right] - 2\sigma \cdot u^2 = \frac{\sigma}{2}(3-u^2)$. Il est prudent, naturellement, d'opérer un contrôle rapide, en prenant, par exemple, les valeurs extrêmes $u=0$ et $u=1$, qui correspondent à des aires faciles à évaluer directement.

Cette étude prépare celle du volume dont le calcul est ensuite demandé : il s'agit de la partie Σ du volume de l'octaèdre qui est comprise entre les plans W_0 et W , et qui est extérieure à la pyramide OPQR. La détermination de ce volume présente une grande analogie avec celle de l'aire de l'hexagone.

Si l'on désigne par $P'_1Q'_2R'_1P'_2Q'_1R'_2$ les sommets consécutifs de l'hexagone H_0 situé dans le plan W_0 (P'_1 sur BC' , Q'_1 sur CA' , ...), on peut considérer d'abord les deux troncs de pyramide triangulaires $OR'_1Q'_2 - PR_1Q_2$ et $OR'_2Q'_1 - PR_2Q_1$; si l'on retranche de la somme de leurs volumes le volume du tétraèdre OPQR, qui est justement inclus dans le deuxième de ces troncs, il reste la portion du volume cherché Σ comprise à l'intérieur des deux dièdres opposés ayant pour arête commune AOA' , limités par les plans $AA'BB'$ et $AA'CC'$, et contenant à leur intérieur les segments $B'C'$ et BC .

On obtient de la même façon deux autres portions de Σ comprises à l'intérieur des dièdres de deux couples ayant respectivement pour arêtes BOB' et COC' et définies comme vient de l'être le couple ayant pour arête AOA' . Il n'y a ni empiètement de ces différentes parties de Σ les unes sur les autres, ni « lacune » entre certaines d'entre elles, et le volume Σ apparaît comme la somme des trois portions de volume ainsi mises en évidence.

On est ainsi conduit à calculer d'abord le volume des deux troncs de pyramides triangulaires $OR'_1Q'_2 - PR_1Q_2$ et $OR'_2Q'_1 - PR_2Q_1$. Le premier est la différence des volumes de deux pyramides ayant pour sommet A et pour bases $OR'_1Q'_2$ et PR_1Q_2 . Ces deux pyramides sont homothétiques de la pyramide $AA'B'C'$, par rap-

port au point A, les rapports d'homothétie étant $\frac{1}{2}$ et $\frac{1-u}{2}$ (déjà calculé) ; le volume du premier tronc est donc, en remarquant que le volume du tétraèdre $AA'B'C'$ est le double de celui du tétraèdre OABC :

$$\frac{2}{3}\sigma d \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1-u}{2}\right)^3 \right] = \frac{1}{12}\sigma d [1 - (1-u)^3].$$

On calcule de même le volume du second tronc, à partir de la pyramide $A'ABC$, les rapports d'homothétie étant ici $\frac{1+u}{2}$ et $\frac{1}{2}$. On obtient donc $\frac{1}{12}\sigma d [(1+u)^3 - 1]$.

En retranchant de la somme des volumes de ces deux troncs le volume du tétraèdre OPQR, homothétique de OABC, avec le rapport u , on obtient l'une des trois parties en lesquelles on a décomposé Σ :

$$\frac{1}{12}\sigma d [(1+u)^3 - (1-u)^3] - \frac{1}{3}\sigma d u^3 = \frac{\sigma d}{6} u (3-u^2).$$

Les deux autres portions de Σ , définies tout à l'heure, sont équivalentes à celle qui vient d'être calculée : le résultat précédent le prouve, mais les remarques déjà faites sur les égalités entre triangles formant les bases, dans les plans W_0 et W , des troncs de pyramide envisagés justifient facilement le fait. Le volume cherché Σ est donc égal à $\frac{\sigma d}{2} \cdot u (3 - u^2)$. A titre de vérification, pour $u = 1$, on retrouve bien la différence entre la moitié du volume de l'octaèdre, et le volume de la pyramide $OABC$, c'est-à-dire σd .

La comparaison du volume Σ à celui d'un prisme ayant pour base l'hexagone H , et compris entre les plans W_0 et W , est facile : puisque la hauteur de ce prisme est $d \cdot u$, son volume est précisément égal à celui de Σ .

Cette partie du problème a été assez fréquemment abordée, et le calcul de l'aire de l'hexagone H a été, en général, correctement conduit. Par contre, la recherche du volume Σ a été rarement menée à bien, soit par suite d'erreurs de calcul, soit, presque toujours du fait d'une mauvaise ou d'une insuffisante conception de la décomposition en volumes partiels.

Sur ce point, quelques candidats ont appliqué, ou voulu appliquer la « formule des trois niveaux », qui ne figure pas au programme de la classe, mais qui est parfois enseignée par certains maîtres et qui est démontrée dans quelques manuels classiques. Bien entendu, rien ne s'oppose à la mise en œuvre, dans la solution d'un problème de concours. — surtout lorsqu'il s'agit du Concours général —, de connaissances ou de résultats qui ne font pas strictement partie du « programme » ; cependant, il convient que le candidat qui prend une telle initiative sache expliquer clairement son point de vue, et donne les justifications montrant qu'il domine effectivement la question (il ne s'agit point de reprendre la démonstration complète du théorème ou de la formule invoqués, mais d'en rappeler avec précision l'énoncé ou la structure, et d'établir que les conditions d'application sont effectivement réalisées).

La partie suivante du problème proposait la recherche des formes du triangle ABC pour lesquelles les hexagones H , correspondant à toutes les positions possibles du plan W , sont incritibles dans un cercle.

Dans un plan W quelconque, on retrouve la figure formée par le triangle PQR et l'hexagone H . Il est naturel, ici, de porter son attention sur les segments parallèles R_1Q_2 , R_2Q_1 , P_1P_2 ; les deux premiers sont homothétiques de QR par rapport au point P , et par conséquent les milieux des segments R_1Q_2 et R_2Q_1 sont situés sur la médiane PP' du triangle PQR , P' étant le milieu de QR , et par conséquent aussi celui de P_1P_2 . Donc, s'il existe un cercle circonscrit à l'hexagone H , les trois segments R_1Q_2 , R_2Q_1 et P_1P_2 sont trois cordes parallèles d'un cercle, leurs milieux sont alignés sur le diamètre perpendiculaire à leur direction, et, par suite, la médiane PP' , qui porte les milieux des trois cordes, est perpendiculaire à QR ; le triangle PQR est donc isocèle ($PQ = PR$). Le même raisonnement s'applique aux deux autres côtés et l'on voit ainsi que : si H est inscritible dans un cercle, le triangle PQR , et, par conséquent, le triangle ABC est équilatéral.

La réciproque se démontre aisément : si le triangle ABC est équilatéral, il en est de même de PQR et de tous les triangles tels que PR_1Q_2 , ... , qui sont homothétiques de PQR par rapport à l'un ou l'autre des sommets P , ... Les segments R_1Q_2 , R_2Q_1 et P_1P_2 ont pour médiatrice commune celle de QR , les segments P_1R_2 , P_2R_1 , Q_1Q_2 ont pour médiatrice celle de RP , ... Le centre ω du cercle circonscrit au triangle PQR , qui est le point commun à ces médiatrices, est donc équidistant de P_1 et de P_2 , de P_1 et de R_2 , de R_2 et de R_1 et ainsi de suite : le point ω est donc également centre d'un cercle circonscrit à l'hexagone H .

Cette hypothèse étant supposée réalisée, le triangle $\omega P_1 P'$ est rectangle en P' (milieu de QR et de $P_1 P_2$) et l'on a, puisque $P_1 P_2$ est égal à BC :

$$\overline{\omega P_1}^2 - \overline{\omega P'}^2 = \frac{a^2}{4},$$

en désignant par a la longueur du côté BC. Or ωP_1 est le rayon du cercle circonscrit à l'hexagone H et $\omega P'$ est le rayon du cercle inscrit dans le triangle PQR : la différence entre les aires de ces deux cercles est donc bien indépendante du plan W. Quant à l'aire s comprise entre les cercles circonscrits au triangle PQR et à l'hexagone H, elle est égale à $s = \pi |\overline{\omega Q^2} - \overline{\omega P_1^2}|$, la valeur absolue devant intervenir puisque P_1 peut être intérieur ou extérieur au segment QR. Or

$$\overline{\omega Q^2} - \overline{\omega P_1^2} = \overline{\omega Q^2} - \overline{\omega P'^2} - \frac{a^2}{4} = \overline{QP'^2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} (u^2 - 1).$$

Comme l'aire du cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC est égale à $\frac{\pi a^2}{3}$, le rapport de l'aire s à celle de ce cercle est $\frac{3}{4} |1 - u^2|$. L'étude de cette fonction, et sa représentation graphique, ne présentent pas de difficulté, une fois comprise la signification du symbole de valeur absolue.

La question de l'existence d'un hexagone H circonscriptible à un cercle peut être abordée en portant son attention sur le fait que les côtés de H sont deux à deux parallèles : s'il existe un cercle tangent aux six côtés de H, son centre est sur la parallèle aux deux côtés Q_1R_2 et R_1Q_2 , équidistante de ces deux côtés, c'est-à-dire sur la droite qui joint les milieux des segments PQ et PR, puisque Q_1Q_2 et PR ont le même milieu, ainsi que R_1R_2 et PQ ; de même, le centre de ce cercle, s'il existe, se trouve sur les droites joignant les milieux de QR et QP, et de RP et RQ. Or, tant que le triangle PQR est un véritable triangle, ces trois droites forment aussi un véritable triangle et ne sont pas concourantes ; il n'y a exception que pour $u=0$, les points P, Q, R, sont alors confondus avec le point O, qui est centre de symétrie de l'hexagone H_0 correspondant. Cet hexagone particulier H_0 est donc le seul, parmi les hexagones H, qui puisse être circonscrit à un cercle ; mais il ne s'est agi, jusqu'ici, que de conditions nécessaires, et il convient maintenant d'étudier si H_0 est effectivement circonscriptible. Pour cet hexagone, le centre de symétrie O est le point commun aux droites P_1P_2 , Q_1Q_2 , R_1R_2 , qui sont respectivement équidistantes de Q_1R_2 et R_1Q_2 , etc... S'il existe un cercle inscrit, son centre est nécessairement O : la droite P_1O est bissectrice de l'angle formé par les deux côtés P_1Q_2 , P_1R_2 tangents au cercle, c'est-à-dire que le parallélogramme $OR_2P_1O_2$ est un losange et la diagonale OP, fait des angles égaux avec les diagonales OQ_2 et OR_2 de l'hexagone : le raisonnement est valable pour chacune des diagonales passant par O : les angles formés autour de O par les trois diagonales P_1P_2 , Q_1Q_2 , R_1R_2 sont donc égaux, et, par conséquent, égaux à $\frac{\pi}{3}$ et le triangle ABC est nécessairement

équilatéral. La réciproque est évidente, puisque l'hexagone H_0 est alors un hexagone régulier. On voit donc que l'existence d'un cercle inscrit dans un hexagone H n'est acquise que lorsque le triangle ABC est équilatéral et lorsque l'on prend, dans cette hypothèse, l'hexagone H_0 situé dans le plan W passant par O.

La deuxième partie du problème pose des questions analogues pour l'octaèdre Ω . L'octaèdre peut-il être inscrit dans une sphère ? Peut-il admettre une sphère inscrite ?

Pour la première question, on remarque que, s'il existe une sphère passant par les six sommets de l'octaèdre, son centre est nécessairement dans les plans médiateurs des segments AA' , BB' , CC' ; or ces trois plans n'ont en commun que le point O, puisque les trois droites $X'X$, $Y'Y$, $Z'Z$ ne sont pas dans un même plan ; le point O est donc le seul point pouvant être le centre d'une sphère circonscrite à l'octaèdre. Il est alors évident que, pour qu'une telle sphère existe, il faut et il suffit que les trois segments OA' , OB , OC soient égaux.

Pour la deuxième question, il est naturel de porter d'abord son attention, comme on l'a fait pour l'hexagone H, sur les couples de plans parallèles portant des faces de l'octaèdre : s'il existe une sphère tangente aux huit plans, son centre est situé

dans le plan parallèle aux deux plans ABC et $A'B'C'$ et équidistant de ces deux plans, et dans les trois plans analogues correspondant aux faces parallèles telles que ABC' et $A'B'C$, ... Or, ces quatre plans « équidistants », qui passent par O , n'ont en commun que le point O , comme on le voit, par exemple, en prenant les traces sur le plan W_0 , qui est l'un d'eux, des trois autres. Donc, s'il existe une sphère inscrite dans l'octaèdre, son centre est nécessairement le point O .

Il reste à étudier à quelles conditions le point O est équidistant des huit plans des faces de l'octaèdre. Du fait des symétries par rapport à O , il suffit de considérer quatre de ces plans, convenablement choisis, par exemple, ceux qui portent les quatre triangles ayant en commun le sommet A . On peut, ici, utiliser une propriété démontrée dans la troisième partie : l'équivalence des volumes des huit tétraèdres ayant pour sommet O et pour bases les faces de l'octaèdre ; dès lors, pour que le point O soit équidistant des quatre plans ABC , ABC' , $AB'C$, $AB'C'$, il faut et il suffit que les aires de ces quatre triangles soient égales.

Or, ces quatre triangles forment les faces latérales d'une pyramide ayant A comme sommet et dont la base est le parallélogramme $BCB'C'$. Si les aires ABC et $AB'C'$, correspondant à deux triangles dont les côtés BC et $B'C'$ sont égaux, sont elles-mêmes égales, c'est que le point A est équidistant des deux droites BC et $B'C'$ symétriques par rapport à O , et le point A se trouve nécessairement dans le plan perpendiculaire au plan $BCB'C'$ mené par la parallèle à BC passant par O' . Le même raisonnement s'applique aux deux triangles ABC' et $AB'C$; si leurs aires sont égales, le point A se trouve nécessairement dans le plan perpendiculaire au plan $BCB'C'$ mené par la parallèle à BC' passant par O . Donc, si les aires ABC et $AB'C'$ d'une part, ABC' et $AB'C$ d'autre part, sont égales, le point A est sur la droite d'intersection des deux plans, perpendiculaires à $BCB'C'$, que l'on vient de définir, et cette droite n'est autre que la perpendiculaire menée par O au plan $BCB'C'$; autrement dit, la droite OX , qui porte le point A , est perpendiculaire au plan YOZ . On pourrait évidemment poursuivre l'analyse avec deux faces telles que ACB et ACB' , mais il est plus simple de remarquer que le résultat qui vient d'être acquis pour le point A , ou la droite OX , en supposant qu'il existe une sphère inscrite dans l'octaèdre, est également valable pour les sommets tels que B et C , c'est-à-dire pour les droites OY et OZ . Donc, s'il existe une sphère inscrite, le trièdre formé par OX , OY , OZ est nécessairement un trièdre trirectangle.

C'est là une condition nécessaire ; l'étude de la réciproque est facile, car si l'on part de trois droites $X'X$, $Y'Y$, $Z'Z$ deux à deux perpendiculaires, quelles que soient les longueurs de OA , de OB et de OC , l'octaèdre obtenu admet comme plans de symétrie les trois plans YOZ , ZOX , XOY (et comme axes de symétrie les droites $X'X$, $Y'Y$, $Z'Z$), et l'égalité des distances du point O aux plans des faces de l'octaèdre est évidente.

Il est à remarquer que lorsque l'octaèdre est circonscriptible à une sphère, il n'admet pas en général de sphère circonscrite, puisque les distances OA , OB , OC peuvent être quelconques. L'octaèdre Ω n'est à la fois inscriptible et circonscriptible que s'il est régulier (le trièdre $OXYZ$ étant trirectangle, avec $OA = OB = OC$).

Les deux dernières parties du problème relatives à l'hexagone H et à l'octaèdre Ω pouvaient faire intervenir des idées ou des modes de raisonnement présentant certaines analogies : d'ailleurs la recherche pouvait être orientée de façons diverses. Un quart environ des candidats a obtenu sur ces questions quelques résultats exacts, sinon correctement démontrés, mais les solutions complètes sont extrêmement peu nombreuses. La plupart des fautes commises proviennent de la confusion entre conditions nécessaires et conditions suffisantes, confusion qui n'existe pas seulement dans le vocabulaire, mais dans l'esprit de certains élèves. Il est fréquent, par exemple, que l'on ne paraisse pas se rendre compte que le fait d'avoir établi que le triangle ABC est équilatéral, si l'hexagone H est inscrit dans un cercle, n'entraîne pas du tout qu'inversement l'hexagone H est certainement inscriptible si le triangle ABC est

équilatéral. En ce qui concerne l'octaèdre, on oublie très généralement de démontrer que s'il existe une sphère circonscrite, ou bien une sphère inscrite, son centre ne peut être que le point O, ce qui n'est pas évident. Quant à la toute dernière question, elle n'a été abordée d'une façon suffisante que dans deux ou trois compositions.

Dans l'ensemble, ce problème ne dépassait pas les possibilités d'un élève de Première. Le début exigeait un effort sérieux pour bien saisir la disposition relative des différents éléments et pour en comprendre les aspects divers, facilitant ainsi la tâche ultérieure, mais il est arrivé que cet effort a quelque peu essoufflé certains, qui n'ont pu poursuivre très longtemps la recherche.

Dans les parties plus proprement géométriques, les principales difficultés provenaient des exigences logiques des raisonnements qui font intervenir, plus ou moins explicitement, des propriétés caractéristiques de certaines figures. Comme on l'a déjà signalé, il n'est pas rare de constater que des élèves ne paraissent pas sentir la nécessité de justifier certaines affirmations, et ne paraissent pas saisir que la solution de questions, analogues à celles des deux dernières parties de ce problème, doit être conduite comme celle d'une recherche du lieu géométrique, à partir d'une analyse aboutissant à des conditions « nécessaires », complétée obligatoirement par l'étude d'une réciproque, à moins que l'on ne puisse faire intervenir, à chaque étape, des conditions certainement équivalentes aux conditions proposées.

Les questions d'algèbre étaient relativement faciles. Le point le plus délicat concernait la mise en jeu des valeurs absolues de certaines expressions, et l'expérience a confirmé, même avec ce groupe d'élèves représentant une sélection, la méconnaissance, souvent constatée, de cette notion pourtant fondamentale et du maniement du symbole qui lui correspond. Sans doute l'idée de valeur absolue intervient-elle, dans la première initiation à l'algèbre, d'une façon un peu trop discrète — la valeur absolue étant l'un des deux éléments constituant un nombre « algébrique » —, et on oublie parfois de présenter en même temps le symbole représentatif ; plus tard, la théorie élémentaire des opérations sur les nombres positifs et négatifs fait rarement la place qu'elles méritent aux propriétés des valeurs absolues des résultats de ces opérations (sommes, différences...) ; cependant, dans la suite, tout en restant dans le domaine des débuts, des occasions se présentent pour mettre en évidence la signification et l'importance de cette notion : définition de la racine carrée arithmétique d'un nombre positif, calcul de la longueur d'un segment dont on sait déterminer la mesure algébrique sur un axe, par exemple. Peut-être l'ignorance fréquemment constatée sur ce sujet, même dans les classes terminales et au delà, tendrait-elle à s'atténuer ou à disparaître, si dès les débuts de l'algèbre, l'idée de valeur absolue était présentée à sa vraie place et systématiquement utilisée partout où elle doit intervenir.

Une sensible amélioration, par rapport aux années antérieures, a été constatée avec plaisir par le jury, en ce qui concerne la rédaction, la présentation du raisonnement, la disposition matérielle. Bien sûr, la longueur et les difficultés d'une telle épreuve ne laissent pas toujours aux candidats, même aux meilleurs, le loisir de procéder aux mises au point complètes qu'ils désireraient peut-être entreprendre, et de s'attacher à rendre tout à fait ordonnées et impeccables les solutions qu'ils ont d'abord ébauchées. Mais il est certain qu'un effort très louable a été fait dans ce sens et il faut en attribuer le mérite aux professeurs, qui savent bien que l'un des bénéfices les plus sûrs, d'ailleurs accessible à tous les élèves, que l'on peut retirer d'une étude, même modeste, des mathématiques, est justement ce goût et ce désir de parfaire un travail entrepris, une œuvre commencée et déjà débrouillée, mais dont on sent bien qu'elle n'est pas encore sans bavures.



Les résultats d'ensemble sont très comparables à ceux des années précédentes. L'épreuve a réuni, en 1953, cent cinquante concurrents ; après examen de chacune

des copies par deux correcteurs, vingt-huit ont été retenues et soumises à tous les membres du jury. Neuf récompenses ont été décernées : deux premiers prix *ex-æquo*, attribués à deux candidats qui l'emportent assez nettement sur leurs camarades, et dont le succès n'est pas dû aux mêmes causes, chacun d'eux compensant une défaillance ou une insuffisance dans quelque partie du problème par une nette réussite dans d'autres ; puis deux compositions, assez dissemblables aussi dans le détail, mais équivalentes au total, et d'une bonne tenue, ont valu à leurs auteurs un troisième prix *ex-æquo*. Cinq accessits correspondent ensuite à des copies d'une fort honnête moyenne, et assez régulièrement échelonnées pour que le classement n'ait pas soulevé de difficultés particulières.

Si l'on veut, suivant la coutume, traduire par des notes des appréciations dont la valeur réside dans des nuances impossibles, par essence, à chiffrer, on peut dire que les copies des lauréats seraient cotées entre 15 et 10 : 14,5 pour les deux premiers prix ; 13 pour les troisièmes prix ; 12, 11, 10,5 et 10 pour les accessits.

Quant au lot des dix-neuf compositions retenues après la première sélection, mais ne figurant pas au palmarès, il comprend des travaux encore honorables, la plupart du temps trop incomplets. Les notes seraient, pour elles, comprises entre 10 et 7,5. Pour les autres candidats, la répartition est approximativement la suivante : une trentaine de copies, dont certaines fort convenables, se situent entre 7 et 6, une soixantaine entre 6 et 4, et une trentaine enfin au-dessous de 4, le nombre des compositions jugées tout à fait nulles se réduisant à trois ou quatre.

Mis à part un élève de Première A' du Lycée de Londres, qui a obtenu un troisième accessit, la répartition géographique des lauréats est, cette année, entièrement provinciale et va de l'Ouest, avec Le Mans, La Roche-sur-Yon (les deux premiers prix), Rouen (un accessit), à l'Est, avec Longwy (un troisième prix), puis s'infléchit vers Lyon (un prix, un accessit) pour aboutir à Toulouse et Bayonne (accessits). La Section Moderne a à son actif les deux premiers prix et un quatrième accessit, la Section C, un troisième prix et trois accessits et la Section A' un troisième prix et un accessit.

Notons enfin que, parmi les lauréats du Concours Général de Première en 1952, trois figurent de nouveau au palmarès en 1953, dans la classe de Mathématiques, soit pour la composition de mathématiques (les deux premiers prix), soit pour la composition de sciences physiques (un prix et un accessit).

J. DESFORGE,

Inspecteur général de l'Instruction publique.

DEUXIÈME PARTIE

Sur les lieux géométriques dans le plan

C'est en Troisième qu'on aborde la notion de lieu géométrique dans le plan. Les élèves jugent assez évidents les premiers exemples qu'on peut leur donner, ils sont déconcertés par les précautions qu'on voudrait leur faire prendre et ils se laissent aller à des idées étroites et même à des idées fausses. S'il n'est pas toujours facile de les réformer à ce niveau par des « contre-exemples » suggestifs, il importe de le faire en Seconde puis en Mathématiques ; indiquons quelques possibilités en ce sens.

I

Les élèves croient volontiers qu'un lieu, correspondant à une propriété d'égalité, est toujours une *ligne* ; il peut cependant remplir une région du plan, ce qui donne plus de valeurs au mot *ensemble* qu'au mot usé de *lieu*.

Quel est alors le lieu des points M définis par la relation (2) où les angles ne sont plus astreints à garder une valeur constante comme pour le cercle Γ ci-dessus ?

Soit M un point extérieur à C (ou sur C) ; posons
 $MO = d, \quad MA = r, \quad MA' = r' ;$

soit α le demi-angle des tangentes issues de M : $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}, \quad a = d \sin \alpha ;$

soit β l'angle en M du triangle AMA' (effectif ou aplati) :

$$0 \leq \beta \leq \pi, \quad 8a^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \beta.$$

La relation (2) $\beta = 2\alpha$ équivaut strictement à $\cos \beta = \cos 2\alpha$ ou $1 - 2 \sin^2 \alpha,$

soit
$$\frac{r^2 + r'^2 - 8a^2}{2rr'} = 1 - \frac{2a^2}{d^2}$$

et en tenant compte de l'identité $r^2 + r'^2 = 2d^2 + 4a^2$, il vient

$$\frac{d^2 - 2a^2}{rr'} = \frac{d^2 - 2a^2}{d^2},$$

soit a) $d = a\sqrt{2}$, on retrouve le cercle Γ d'où l'on est parti ;

b) $rr' = d^2$, ou $(r - r')^2 = 4a^2, \quad |r - r'| = 2a,$

on obtient l'hyperbole équilatère de foyers A et A' ; elle convient tout entière, car tous ses points sont extérieurs à C (ou sur C) qui en est le cercle principal.

IV

Terminons par un exemple où l'on ne donne plus au départ l'un des éléments de décomposition du lieu, et où il ne sera plus commode de procéder d'emblée comme ci-dessus par conditions nécessaires et suffisantes, mais où il conviendra d'examiner successivement les propositions directes et leurs réciproques.

EXEMPLE V. — Etant donné un rectangle ABCD, quel est le lieu (L) des points M tels que les deux cercles ABM et CDM soient égaux ?

Nous désignerons par Γ un cercle passant en A et B et par Γ' un cercle passant en C et D : si les cercles Γ et Γ' sont égaux, on pourra passer du vecteur $\overrightarrow{AB}$ au vecteur $\overrightarrow{DC}$, tantôt par la symétrie axiale, tantôt par la translation, qui font passer de Γ à Γ' , d'où deux études distinctes qui vont décomposer le lieu (L) en deux lieux partiels (L_1) et (L_2).

1° *Symétrie* par rapport à la médiatrice Δ de AD et de BC. Si les deux cercles Γ et Γ' sont égaux, sont distincts et ont au moins un point commun M, un tel point M est sur Δ ; si Γ et Γ' sont confondus suivant le cercle ABCD, M est sur ce cercle. Inversement, tout point M de Δ est commun à deux cercles ABM et CDM égaux, distincts ou non, et tout point M du cercle ABCD est commun à deux cercles ABM et CDM confondus, donc égaux.

En définitive, le lieu partiel (L_1) est constitué par la médiatrice Δ et par le cercle ABCD.

2° *Translation* d'amplitude $\overrightarrow{AD}$. Soient un cercle Γ et un cercle Γ' qu'on suppose se couper en deux points M et M', distincts ou non, symétriques par rapport à la médiatrice Δ , de AB et de CD. La droite AD coupe l'axe radical MM' en I et recoupe le cercle Γ en P ; la puissance de I pour Γ est

$$(3) \quad \overline{IM} \cdot \overline{IM'} = \overline{IA} \cdot \overline{IP}.$$

Si les cercles Γ et Γ' sont égaux, ils sont symétriques par rapport à MM' et l'on a

$$(4) \quad \overline{IP} = -\overline{ID} \quad \text{d'où} \quad (5) \quad \overline{IM} \cdot \overline{IM'} = -\overline{IA} \cdot \overline{ID},$$

qui exprime que les cercles de diamètres MM' et AD sont orthogonaux. Le cercle (μ) de diamètre MM' appartient donc au faisceau linéaire (Φ) orthogonal aux cercles de diamètres AD et BC.

Inversement, soient un cercle (μ) du faisceau linéaire (Φ), MM' son diamètre

perpendiculaire à Δ_1 , et soient Γ et Γ' les cercles ABM et CDM. La puissance de I pour Γ donne la relation (3), l'orthogonalité des cercles de diamètres MM' et AD donne la relation (5), d'où l'on déduit par comparaison la relation (4), au moins quand I n'est pas en A, et les cercles Γ et Γ' sont alors symétriques par rapport à MM', ils sont donc égaux. Si I est en A, le cercle (μ) a pour diamètre AB, Γ est le cercle ABCD, Γ est son symétrique par rapport à AB, Γ et Γ' sont encore bien égaux.

En définitive, le lieu partiel (L_2) des points M et M' coïncide avec le lieu des points de contact des tangentes parallèles à Δ_1 pour les cercles du faisceau linéaire (Φ) ; le résultat est classique, ce lieu (L_2) est l'hyperbole équilatère ayant pour sommets les points de base du faisceau Φ [sur Δ si $AD < AB$] ou ses points limites [sur Δ_1 si $AD > AB$]. La démonstration peut d'ailleurs être adaptée directement ici, mais il suffit de rappeler que AB et CD sont deux diamètres MM' particuliers, pour dire que (L_2) est l'hyperbole équilatère passant par les quatre sommets du rectangle ABCD. Enfin, cette hyperbole équilatère se décompose en les deux droites diagonales AC et BD quand le rectangle devient un carré : si l'on se borne à ce dernier cas, cet exemple V peut être proposé complètement dès la Seconde.

L. THIBERGE,

Inspecteur général de l'Instruction publique.

Erratum

Un certain nombre de coquilles se sont glissées dans la note *A propos de la notion de grandeur*, parue dans le *Bulletin* de mars 1954. Notamment, quelques confusions entre les indices i et j , que le lecteur aura remarquées aussitôt, se sont introduites dans les axiomes III-3, I'-1, P'-3, II'-3 et IV-2 ; les parenthèses ont été évidemment mal placées dans les seconds membres des axiomes IV-4 et V'-4 ; enfin, dans l'axiome V'-2, c'est bien entendu U_i qu'il faut lire sous le signe d'existence. Par ailleurs, on aura rétabli sans peine, à divers endroits, l'écriture correcte des exposants ou la place correcte des indices, et restitué ou déplacé quelques signes d'orientation, ainsi qu'un signe d'addition au second membre de la relation (4-6).

Bibliographie

Premier Colloque sur les équations aux dérivées partielles, un vol. in-8° raisin de 132 pages, 1.400 francs. Librairie Masson et C^{ie}, 120, boulevard Saint-Germain, Paris (VI^e).

Poursuivant le cycle de ses Colloques, le Centre Belge de Recherches mathématiques a organisé un premier Colloque sur les *Equations aux dérivées partielles* ; il s'est tenu à Louvain du 17 au 19 décembre 1953. Il sera suivi d'un second Colloque ayant le même objet, qui se tiendra à Bruxelles du 24 au 26 mai 1954. Le présent volume contient les exposés faits au Colloque de Louvain.

Le premier exposé, fait par M. LICHNEROWICZ, contient les principaux résultats et recherches concernant les équations linéaires, autoadjointes, du second ordre, qui jouissent de la propriété d'harmonicité.

Dans le second, Mme FOURÈS traite des recherches faites pour résoudre le problème de Cauchy pour des équations hyperboliques du second ordre, non linéaires.

M. DELSARTE expose ses recherches sur certains systèmes d'équations aux dérivées partielles à une seule fonction inconnue et sur une généralisation de la théorie des fonctions de Bessel et des fonctions hypergéométriques.

M. DOETSCH montre l'application de la transformation bidimensionnelle de Laplace dans la théorie des équations aux dérivées partielles.

L'équation du second ordre et les transformations symplectiques font l'objet de l'exposé de M. LEPAGE.

M. GILLIS traite de certaines classes d'équations aux dérivées partielles du second ordre, non linéaires.

Enfin, M. SAUER expose des remarques géométriques sur les équations aux dérivées partielles du second ordre, quasi-linéaires et homogènes.

Nous croyons que les mathématiciens réserveront à ce volume le même accueil qu'aux volumes des Colloques précédents. Ils y trouveront exposées des questions à l'ordre du jour dans la théorie des équations aux dérivées partielles et sans doute matière à de nouvelles recherches.

Annales de Propédeutique

Fascicule 1 : *Mathématiques générales*, broché, 22×14, 56 pages, 480 francs. —

Fascicule 2 : *M.P.C. et S.P.C.N.*, broché, 22×14, 96 pages, 480 francs. Librairie Vuibert, boulevard Saint-Germain, 63, Paris (V°).

Dans le but de rendre service aux nombreux jeunes gens astreints à se présenter maintenant au premier examen sanctionnant les études de l'Enseignement Supérieur, nous publions pour la première fois cette année les *Annales de Propédeutique*. Elles font suite à nos collections bien connues d'*Annales* en particulier à nos *Annales du Baccalauréat*.

Il ne nous a pas été possible — et nous le regrettons — de donner dans nos fascicules tous les sujets proposés en 1953 par les 17 Facultés des Lettres et des Sciences : notre nouvelle collection eût atteint une ampleur démesurée et, partant, un prix très élevé ; nous nous sommes donc borné à un choix parmi les textes des deux sessions. Chacun de nos fascicules comprend en outre quelques corrigés-type qui permettront à nos lecteurs de se rendre compte de ce qui peut être exigé d'eux le jour de l'examen. Nous sommes persuadé qu'ils apprécieront le nouvel effort tenté pour mettre entre leurs mains un instrument de travail leur permettant de préparer avec le maximum de chances de succès le difficile examen — que d'aucuns considèrent comme un véritable « barrage » — leur donnant accès aux études de licence.

Vient de paraître : S. MINOIS, professeur au Lycée Saint-Louis : *Table des valeurs naturelles des fonctions trigonométriques et tables numériques usuelles*, Librairie Hatier, 8, rue d'Assas, Paris (VI°).

Ces tables, conformes aux dispositions de l'arrêté ministériel du 16 mars 1953, sont autorisées dans les examens du B.E.P.C. et du Baccalauréat 1^{re} et 2^e parties (toutes sections).

FERNAND NATHAN, ÉDITEUR

RAPPEL :

LEBOSSÉ et HÉMERY

MATHÉMATIQUES

● Enseignement des Lycée et Collèges	✶ Enseignement des Cours Complémentaires
Nouvelle Edition, Classe de 6 ^e gris	330 fr.
Classe de 5 ^e gris	360 fr.
Classe de 4 ^e gris	400 fr.
Classe de 3 ^e gris	435 fr.
Algèbre, cl. de 2 ^e	445 fr.
Géométrie Plane, cl. de 2 ^e ..	465 fr.
Algèbre et Trigon., cl. de 1 ^{re} .	495 fr.
Géom. dans l'Espace, cl. de 1 ^{re}	465 fr.
	Classe de 5 ^e des C.C. brique. 410 fr. (Nouvelle édition)
	Classe de 4 ^e des C.C. brique. 445 fr.
	Classe de 3 ^e des C.C. brique. 465 fr.
	Corrigé des Exerc., 4 ^e des C.C. 330 fr.
	Corrigé des Exerc., 3 ^e des C.C. 330 fr.

NOUVEAUTÉ :

COMPLÉMENTS D'ALGÈBRE et GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

Classe de Première technique 465 frs

CATALOGUES N° 3 C.C. ET N° 5 LYCÉES ET COLLÈGES
ENVOYÉS SUR SIMPLE DEMANDE

18, rue Monsieur-le-Prince, PARIS VI*

Le Gérant : L. PARAZINES.

Cahors. Imp. A. Coueslant (personnel intéressé). 86.267 — 1954
C.O.A.L. 31.2330. — Dépôt légal : II-1954

LIBRAIRIE VUIBERT, 63, Boul. St Germain, PARIS-5°

Vient de paraître :

INTRODUCTION A LA MÉTHODE STATISTIQUE

par Albert MONJALLON, agrégé de l'Université, professeur au lycée Saint-Louis et à l'Institut national des Techniques économiques et comptables du Conservatoire national des Arts et Métiers.

Vol. 25×16, de 280 pages, avec 99 figures..... 2000 F.

Intéresse : candidats au baccalauréat technique, élèves des écoles de commerce, comptables, experts-comptables, dirigeants de sociétés, etc.

LE PROBLÈME DE MÉCANIQUE RATIONNELLE A L'AGRÉGATION

par R. GOUYON, professeur de Mathématiques spéciales au lycée de Toulouse, chargé de Conférences à la Faculté des Sciences.

Vol. 25×16, de 256 pages, avec 96 figures 2000 F.

Contient les solutions de 17 problèmes proposés à des concours récents. Quatre notes importantes précèdent les solutions proprement dites.

MÉCANIQUE RATIONNELLE

COURS ET PROBLÈMES RESOLUS

A L'USAGE DES ÉLÈVES DES FACULTÉS DES SCIENCES

par Georges BOULIGAND, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, correspondant de l'Institut.

Vol. 25×16, de xxxii-568 pages avec 167 figures, 5^e édition revue et très augmentée..... 2.400 F.

Comprend la matière des deux précédents volumes du même Auteur : *Précis de Mécanique rationnelle* et *Compléments et exercices sur la Mécanique des solides*, ainsi que d'autres ajoutés importants.

ÉDITIONS DIDIER & RICHARD
GRENOBLE (Isère)

COURS DE MATHÉMATIQUES

PAR

ROUX & MIELLOU
Professeurs au Lycée de Grenoble

Programmes du 18 avril 1947

Tarif juin 1953

Arithmétique 6°	220	»
Dessin Géométrique 6° et 5°	125	»
Géométrie 5° et 4°	360	»
Arithmétique 5°	295	»
Arithmétique et Algèbre 4°	300	»
Arithmétique et Algèbre 3°	320	»
Géométrie 3°	295	»
Compléments d'Algèbre et de Géométrie		
Géométrie 3° Moderne court	100	»
Algèbre 2° A.B.C.M.	500	»
Géométrie 2° A.B.C.M.	465	»
Algèbre 1 ^{re} A.B.	180	»
Algèbre et Trigonométrie 1 ^{re} C.M.	440	»
Géométrie 1 ^{re} A.B.C.M.	440	»
Questions de Cours de Mathématiques du		
Baccalauréat, 1 ^{re} partie, A.B.C.M.	340	»
Nouveauté :		
Géométrie 5°, 4°, 3° (pour les Lycées, Col- lèges et Cours Complémentaires), car- tonné	800	»