

**Certificat d'aptitude au Professorat de l'Enseignement du Second Degré  
Admission dans les Centres Pédagogiques régionaux en 1953  
Section F Mathématiques**

**Rapport de MM. F. DEDRON et L. THIBERGE  
Inspecteurs généraux, Présidents des Jurys**

En 1953, comme en 1952, les épreuves théoriques furent subies par les candidats et par les candidates devant deux jurys différents, mais elles présentaient de très profondes analogies par leur nature même et par l'esprit dans lequel elles furent conduites : c'est ainsi que les sujets des deux compositions furent communs aux deux sections, et que la double correction fut assurée en faisant appel pour chaque composition à un membre du jury de la section masculine et à un membre du jury de la section féminine.

C'est pourquoi il nous a encore paru opportun de présenter ici un rapport commun facilitant la comparaison des résultats des deux concours et réunissant sans répétitions ou redites inutiles les observations et les suggestions des examinateurs.

**COMPOSITION DES JURYS**

Un arrêté du 1<sup>er</sup> avril 1953 a fixé ainsi la composition des deux jurys :

**SECTION MASCULINE**

M. THIBERGE, Inspecteur général, *Président*.

M. DIXMIER, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon.

M. EUVRARD, professeur (Centrale) au Lycée Chaptal.  
 M. GUAYDIER, professeur (Centrale) au Lycée Saint-Louis (Stanislas).  
 M. LEFRANÇOIS, professeur (Institut agronomique) au Lycée St-Louis (Stanislas).

#### SECTION FÉMININE

M. DEDRON, Inspecteur général, *Président*.  
 M. ANGLADE, professeur au Lycée Charlemagne.  
 Mlle BARBIER, professeur au Lycée Victor-Duruy.  
 M. LESIEUR, professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers.  
 M. RAMIS, professeur (Centrale) au Lycée Louis-le-Grand.

#### DATES DES ÉPREUVES

Les épreuves écrites eurent lieu les 9 et 10 juin 1953 ; pour Paris elles se passèrent à la Sorbonne sous la surveillance des membres des jurys, sans qu'aucun incident fût à signaler.

Dans une délibération commune, tenue le 30 juin, au Lycée Fénelon, les deux jurys ont arrêté les deux listes d'admissibilité qui furent publiées le lendemain de leur contreseing.

Les épreuves orales eurent lieu, pour les candidats, au Lycée Saint-Louis, du 9 au 20 juillet inclus, et pour les candidates au Lycée Camille-Sée, du 6 au 16 juillet inclus.

Une deuxième session était prévue pour le début d'octobre et devait être réservée à des candidats ou candidates admissibles à l'agrégation en 1953 et dispensés par les jurys d'agrégation des épreuves écrites de la partie théorique du C.A.P.E.S. ; cette disposition n'eut pas à jouer, car les jurys d'agrégation usèrent seulement de la faculté, qui leur était laissée également, soit de n'accorder aucune équivalence, soit d'accorder l'équivalence de toutes les épreuves théoriques (écrites et orales) du C.A.P.E.S., soit enfin d'accorder l'équivalence totale du C.A.P.E.S. (épreuves théoriques et pratiques).

Nos jurys ont reçu le plus aimable accueil dans les établissements où ils étaient appelés à siéger ; nous tenons à remercier ici les chefs d'établissements et le personnel qui leur ont ainsi grandement facilité la tâche.

#### ÉPREUVES ÉCRITES

|                                                 | Candidats | Candidates |
|-------------------------------------------------|-----------|------------|
| Nombre des inscrits .....                       | 110       | 94         |
| Présents à la 1 <sup>re</sup> composition ..... | 89        | 77         |
| Présents à la 2 <sup>e</sup> composition .....  | 84        | 73         |
| Admissibles .....                               | 57        | 48         |

Cinq candidats et cinq candidates ont dû leur admissibilité à la majoration de points prévue pour un Diplôme d'Études Supérieures (D.E.S.), obtenu avec la mention *Passable* (10 points), *Assez bien* ou *Bien* (12 points), ou *Très bien* (14 points).

Ces cinq candidats et deux de ces candidates ont d'ailleurs échoué à l'oral.

34 candidats et 20 candidates, titulaires d'un D.E.S., lui ont dû une simple amélioration de leur moyenne et de leur classement.

*Moyenne des notes d'écrit :*

|                               | Compte tenu du D.E.S. |            | Compte non tenu du D.E.S. |            |
|-------------------------------|-----------------------|------------|---------------------------|------------|
|                               | Candidats             | Candidates | Candidats                 | Candidates |
| Ensemble des composants ..... | 6,70                  | 5,85       | 6,14                      | 5,33       |
| Admissibles .....             | 8,74                  | 7,46       | 7,99                      | 6,86       |
| Non admissibles .....         | 3,07                  | 3,17       | 2,83                      | 2,80       |

La répartition des moyennes d'écrit est, pour les admissibles :

|                                | Candidats | Candidates |
|--------------------------------|-----------|------------|
| Notes de 10 et au-dessus ..... | 15        | 7          |
| dont, grâce au D.E.S. ....     | 6         | 3          |
| Notes de 7 inclus à 10 .....   | 28        | 17         |
| Notes de 5 inclus à 7 .....    | 14        | 24         |

La coupure d'admissibilité s'est faite à 5 (sur 20) pour les deux sections : le candidat classé 1<sup>er</sup> admissible avait pour moyenne 16,5 (et 17,5 compte tenu de son D.E.S.) ; la 1<sup>re</sup> des candidates avait elle-même une moyenne de 14,6 (sans D.E.S.).

#### PROVENANCE DES ADMISSIBLES

Aux 57 candidats et aux 48 candidates déclarés admissibles après les épreuves écrites vinrent se joindre, pour les épreuves orales, cinq élèves de l'Ecole Normale Supérieure (rue d'Ulm) et six élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles (Sèvres).

Dans l'ensemble, tous ces candidats se répartissent ainsi :

|                                                     | Candidats | Candidates |
|-----------------------------------------------------|-----------|------------|
| Maîtres auxiliaires .....                           | 17        | 21         |
| Adjoints d'enseignement et maîtres d'internat ..... | 16        | 4          |
| Instituteurs .....                                  | 4         | 1          |
| Professeurs titulaires d'un cadre extérieur .....   | 1         | 0          |
| Etudiants .....                                     | 18        | 21         |
| Anciens élèves d'une E.N.S. ....                    | 1         | 1          |
| Elèves d'E.N.S. ....                                | 5         | 6          |
|                                                     | <hr/> 62  | <hr/> 54   |

#### EPREUVES ORALES

a) *Candidats n'appartenant pas à une E.N.S.*

Tous les candidats admissibles passent leur épreuve orale selon le calendrier préétabli, sauf l'un d'eux qui demande à la subir en A.O.F. où il est adjoint d'enseignement et où il souhaite continuer à exercer, et un autre qui en est dispensé par le jury d'agrégation.

Les 48 candidates admissibles se présentent toutes pour l'oral à la date qui leur avait été individuellement fixée ; l'une d'elles a renoncé à préparer et à exposer la question de géométrie qui lui avait été proposée.

Les notes moyennes ont été les suivantes :

|                                               | Candidats | Candidates |
|-----------------------------------------------|-----------|------------|
| Pour les exposés .....                        | 7,5       | 11,1       |
| Pour les interrogations complémentaires ..... | 9         | 12,9       |
| En moyenne générale .....                     | 8,2       | 12         |

et ces notes moyennes s'échelonnent ainsi :

|                                               | Candidats | Candidates |
|-----------------------------------------------|-----------|------------|
| Pour les exposés .....                        | 1 à 16    | 3 à 18     |
| Pour les interrogations complémentaires ..... | 1 à 18    | 8 à 17     |
| En moyenne générale .....                     | 2 à 15,5  | 7 à 16     |

Les jurys ont dû éliminer après les épreuves orales 15 candidats et 9 candidates.

b) *Candidats des E.N.S.*

Les cinq élèves de l'E.N.S. (rue d'Ulm) n'ont pas eu à subir les épreuves orales du C.A.P.E.S., ayant été entre temps admissibles à l'agrégation et dispensés des dites épreuves orales. (Ils furent d'ailleurs tous admis à l'agrégation).

Les six élèves de l'E.N.S. (Sèvres), qui devaient aussi être toutes admises quelques jours plus tard à l'agrégation, ont obtenu les notes moyennes suivantes :

|                                               |      |
|-----------------------------------------------|------|
| Pour les exposés .....                        | 12,1 |
| Pour les interrogations complémentaires ..... | 14,1 |
| En moyenne générale .....                     | 13,1 |

avec l'échelonnement :

|                                           |             |
|-------------------------------------------|-------------|
| Pour les exposés .....                    | 10,5 à 14   |
| Pour l'interrogation complémentaire ..... | 12,5 à 16,5 |
| En moyenne générale .....                 | 12 à 15     |

#### ADMISSION DÉFINITIVE

En laissant à part les élèves des E.N.S., qui jouissent d'un régime spécial pour leur préparation pédagogique, les résultats définitifs des deux concours se présentent ainsi :

|                                                       | Candidats | Candidates |
|-------------------------------------------------------|-----------|------------|
| Nombre des postes offerts dans les C.P.R. ....        | 81        | 50         |
| Candidats présents à l'oral .....                     | 55        | 48         |
| Candidats reçus sur la liste normale de juillet ..... | 40        | 35         |
| Candidats reçus sur la liste supplémentaire .....     | 0         | 4          |

Il est à noter que la liste normale de juillet était destinée à pourvoir 70 % des postes offerts, 20 % étant réservés aux admissibles à l'agrégation dispensés de toutes les épreuves théoriques du C.A.P.E.S. et 10 % aux admissibles à l'agrégation dispensés des seules épreuves écrites et devant éventuellement subir les épreuves orales en octobre.

Parmi les candidats, un seul a obtenu ainsi l'équivalence des épreuves théoriques.

Aucune des candidates admissibles à l'agrégation n'ayant été rangée dans ces deux catégories, il n'y eut aucune difficulté pour admettre définitivement dans un C.P.R. les quatre candidates de la liste supplémentaire.

Les résultats définitifs concernant les 55 candidats et les 47 candidates ayant subi effectivement l'ensemble des épreuves théoriques (écrites et orales) se résument ainsi :

|                         | Candidats    |             | Candidates   |             |
|-------------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
|                         | 40 admis     | 15 ajournés | 39 admises   | 8 ajournées |
| Moyenne générale .....  | 9,46         | 5,67        | 9,50         | 6,50        |
| Echelonnement des notes | 16,33 à 6,60 | 6,23 à 4,33 | 14,90 à 7,54 | 6,87 à 5,80 |

#### RÉPARTITION DANS LES C.P.R.

A la suite des concours d'agrégation les listes d'admission dans les C.P.R. se sont trouvées quelque peu modifiées.

Un candidat admissible à l'agrégation, et n'ayant pas concouru pour le C.A.P.E.S., a reçu dispense complète des épreuves théoriques du C.A.P.E.S. ; il devait donc être admis dans un C.P.R. Les C.P.R. ont en définitive accueilli 41 candidats, alors qu'ils offraient 81 postes masculins, c'est dire que la plupart des candidats ont vu réaliser leur vœu n° 1 ou 2 : c'est dire aussi que le niveau du concours masculin fut nettement inférieur à ce qu'il est strictement légitime d'en attendre, et cela justifie, comme l'an dernier, l'attribution à certaines candidates de postes laissés vacants par la carence des candidats.

D'autre part, parmi nos 39 candidates figurant sur la liste d'admission aux C.P.R., deux ont été admises à l'agrégation, et deux autres ont, après admissibilité à l'agrégation, obtenu l'équivalence totale du C.A.P.E.S. Une autre candidate a d'ailleurs demandé et obtenu immédiatement un poste d'enseignement dans un collège de Tunisie, en application de l'article 5. 4° du décret du 1<sup>er</sup> avril 1950. Enfin, une

ancienne élève de l'E.N.S. de Fontenay, a été autorisée à passer une année supplémentaire dans cette école pour s'y préparer à l'agrégation. Il ne restait donc à répartir que 33 candidates entre les divers C.P.R., et il a été possible de leur attribuer, dans la plupart des cas, des postes répondant à leur vœu n° 1 ou 2.

#### OBSERVATIONS GÉNÉRALES SUR LA NATURE DES ÉPREUVES

Les observations, les suggestions que nous avons apportées l'an dernier sur le concours d'admission aux Centres Pédagogiques Régionaux en 1952, restent entièrement valables, et le concours de 1953 nous amène encore à souhaiter chez nos candidats une connaissance plus profonde, une aisance plus grande, en même temps que des vues plus générales dans tous les problèmes relevant des Mathématiques Élémentaires.

Les insuffisances en ce domaine ont été constatées, aussi bien dans les épreuves écrites que dans les exposés et les interrogations de l'oral, et nous voulons espérer que, grâce à une préparation plus méthodique et bien adaptée aux conditions mêmes des épreuves théoriques, nos futurs candidats nous rassureront plus complètement sur la qualité et sur la valeur éducative de l'enseignement qu'ils seront bientôt appelés à donner dans des classes importantes comme celle de Mathématiques.

Le stage qu'ils accompliront dans un Centre Pédagogique, sous la direction de maîtres excellents et dans des classes de divers niveaux, les conduira certainement à plus de réflexion, à plus de sûreté et de rigueur dans l'enseignement du programme des lycées, mais ce stage ne saurait remédier à une ignorance foncière des matières essentielles.

Il est à peine besoin de dire qu'en attirant leur attention sur ce point, nous ne croyons nullement détourner les éventuels candidats à l'agrégation de l'objectif plus élevé qu'ils se sont fixé, car les mêmes difficultés peuvent évidemment les y attendre.

#### ÉPREUVES ÉCRITES

Les observations relatives aux épreuves écrites sont présentées plus loin par les correcteurs des deux compositions; nous rappellerons seulement ici que, si les problèmes posés peuvent parfois paraître un peu longs, ils donnent aux candidats l'occasion de montrer leurs connaissances sous des formes et dans des domaines assez variés; le jury s'est d'ailleurs efforcé de poser des questions de difficulté croissante, et dans l'ensemble, accessibles à de bons bacheliers.

Il nous paraît, d'autre part, utile que des problèmes de quelque envergure apportent aux futurs candidats de précieux éléments pour leur propre préparation au concours.

#### ÉPREUVES ORALES

I. *L'exposé.* — Nos deux jurys ont marqué cette année, d'une manière un peu plus sensible, la tendance qu'ils désiraient imprimer à l'épreuve: il est entendu qu'il ne s'agit pas d'une « leçon » à traiter devant des élèves de telle ou telle classe, mais qu'on demande d'exposer correctement, — dans la forme comme dans le fond, — une question exigeant des connaissances, de la réflexion et de la culture.

C'est dans ce but que chaque candidat a reçu, en même temps que le texte du sujet à traiter, un avertissement ainsi conçu:

Le candidat s'efforcera de composer et de présenter, dans le délai d'une brève demi-heure, l'exposé, dont il trouvera ci-joint le libellé, relatif au programme des classes secondaires des lycées.

Il se placera en un centre d'intérêt et projettera sa lumière sur les divers aspects du sujet, au niveau de sa propre culture, avec des exemples adaptés.

Il pourra donc, tout en conservant une sage mesure, ne pas se limiter,

comme il le ferait d'une « leçon », au niveau strict d'une classe secondaire déterminée, ni se croire tenu à une progression pédagogique traditionnelle.

Il aura soin d'exprimer ses idées avec justesse et netteté et manifestera par son attitude, son écriture et son dessin, son aptitude à confirmer ensuite son orientation professionnelle dans les C.P.R.

Les candidats n'ont pas tous parfaitement compris ce qu'on attendait d'eux, soit qu'ils aient manifestement débordé du cadre du programme (en mécanique ou en analyse par exemple), soit qu'ils aient restreint leur étude à des cas exagérément particuliers, soit encore qu'ils aient ignoré à peu près complètement le sujet en cause : il est regrettable, par exemple, qu'on n'ait rien à dire de valable sur « les propriétés du cube », ou qu'on abandonne définitivement les épreuves parce qu'on a à parler des « problèmes relatifs à une hyperbole définie par ses asymptotes et un point ». Il y aurait aussi à noter que les questions d'arithmétique de mécanique et surtout de géométrie descriptive, n'obtiennent auprès des candidats qu'un succès assez médiocre, en général.

Nous indiquons ici quelques-uns des exposés qui, à côté de questions plus classiques, ont été proposés aux candidats :

— Diverses formes de la condition d'appartenance de quatre points à un même cercle.

— Exemples de construction de cercles assujettis à des conditions simples (point, droite tangente, cercle tangent, etc...).

— Étude des cercles tangents à un cercle et à une droite donnés.

— Pentagones et décagones réguliers.

— Faisceaux linéaires de cercles et propriétés s'y rattachant.

— Inverse d'un cercle et des régions qu'il détermine.

— Propriétés angulaires de l'inversion.

— Propriétés communes à l'inversion et à la symétrie par rapport à une droite (géométrie plane).

— Produit de deux déplacements (géométrie plane).

— Produit de deux symétries par rapport à deux droites parallèles ou sécantes. Application au produit de deux rotations planes.

II. *L'interrogation.* — La forme particulière donnée en 1952 à l'épreuve orale *unique*, fut encore adoptée cette année : l'interrogation qui doit suivre l'exposé du matin fut reportée à l'après-midi du même jour. Nous évitions ainsi aux candidats, et surtout aux candidates, une fatigue excessive, en ne leur imposant pas une demi-heure d'interrogation immédiatement après un exposé de même durée, précédé lui-même d'une préparation de trois heures. D'autre part, nous réduisions toujours ainsi à une seule journée la présence obligatoire de chaque candidat à Paris pour l'oral.

L'interrogation se rapporte parfois à l'exposé du matin même pour en préciser ou discuter les conclusions, mais elle porte le plus souvent sur des sujets entièrement différents permettant de contrôler les connaissances du candidat dans les diverses parties du programme, et surtout de voir dans quelle mesure il sait réagir aux questions posées par l'un des membres du jury sur un sujet peu classique, parfois délicat ou original : il va sans dire que l'interrogation apporte dans un tel cas des suggestions discrètes, ou, si cela devient nécessaire, plus appuyées, et laisse au candidat, dans toute la mesure possible, l'impression et le plaisir d'avoir gardé quelque initiative et abouti à des conclusions satisfaisantes.

Beaucoup de nos candidats sont encore très lents et assez gauches, souvent timides et tristes : quelques-uns cependant se présentent avec une vivacité, un entrain et une aisance fort sympathiques, ce qui n'implique pas chez le jury la moindre admiration ou approbation devant certaines énormités, comme il en est signalé plus loin, proclamées sur le ton le plus péremptoire.

*Un compte rendu plus détaillé des diverses épreuves, que plusieurs membres des jurys ont bien voulu nous préparer et que nous sommes heureux de pouvoir reproduire ici, exprimera mieux encore la physionomie du concours, avec ses faiblesses et ses bons côtés. Les futurs candidats doivent y trouver de précieux enseignements s'ils consentent à y prêter quelque attention et à faire leur profit de tant de remarques pertinentes sur des erreurs ou des maladresses si fréquentes dans tous nos concours.*

# PREMIÈRE COMPOSITION ÉCRITE

MM. Guaydier et Ramis

Le problème comportait essentiellement l'étude de la figure formée par trois cercles tangents deux à deux et admettant en outre une tangente commune ; les deux premières parties en demandaient l'étude géométrique, avec des recherches de lieux et d'enveloppes dans le cas où la tangente et deux de ses trois points de contact avec les cercles restent fixes ; la troisième était l'étude trigonométrique du triangle formé par les centres de ces trois cercles.

Ces données incitaient à l'emploi de l'inversion. On avait d'ailleurs le choix, pour simplifier la figure, entre plusieurs pôles possibles ; le point P (ou le point Q) était commode ; le cercle ( $\alpha$ ) devenait en effet une parallèle à  $\Delta$ , ce qui faisait apparaître très vite plusieurs des propriétés, lieux et enveloppes demandés. D'autres inversions pouvaient être utilisées. Toutefois le problème pouvait aussi se traiter sans jamais faire d'inversion. On avait donc souvent le choix entre plusieurs méthodes, plus ou moins élégantes suivant les questions, si bien que pour obtenir une solution du problème aussi rapide que possible, il était préférable de ne pas être esclave d'une méthode et de savoir au contraire frapper suivant les cas à diverses portes.

Le début du problème se prêtait particulièrement bien à l'emploi de cette inversion de pôle P ; la construction demandée devenait alors immédiate, ainsi que la propriété pour les quatre points  $UU'VV'$  d'être cocycliques. On pouvait aussi utiliser l'alignement de trois des centres d'homothétie des cercles pris deux à deux : le point  $W'$ , deuxième centre d'homothétie des cercles ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ), situé sur  $\Delta$ , et connu, était aligné avec U et V, et la relation  $\overline{W'V} \cdot \overline{W'U} = \overline{W'T}^2$  permettait la détermination immédiate du point T, d'où découlait la construction de ( $\gamma$ ) ; cette méthode donnait, par un calcul assez simple, les relations demandées ensuite. A dire vrai, si la plupart des candidats sont arrivés à établir ces relations, beaucoup ont utilisé des calculs manquant de généralité, et il est probable que si l'énoncé n'avait pas indiqué exactement le résultat, les formules obtenues n'auraient pas souvent été parfaitement justes.

Signalons, pour cette première partie, deux manières d'opérer incorrectes et utilisées assez fréquemment. Tout d'abord, le procédé analytique, nécessitant des calculs trop longs et nettement hors du programme de Mathématiques Élémentaires ; d'ailleurs les candidats qui ont voulu adopter cette méthode (trompés peut-être par un passage de l'énoncé conseillant l'emploi d'un axe pour repérer commodément des points remarquables) s'y sont rapidement noyés et n'ont jamais pu arriver au résultat. Ensuite le procédé ramenant la recherche du point C à l'intersection de deux paraboles (ou bien d'une parabole et d'une hyperbole) ; certes, la présence d'un cercle inconnu tangent à un cercle et à une droite en donnait l'idée, mais alors il fallait indiquer nettement comment la construction pouvait ici être réalisée, et surtout ne pas dire triomphalement, comme l'a fait plus d'une copie : « On sait que deux paraboles ont en général deux points communs !!! »

Dans la deuxième partie, on pouvait également, soit se servir des inversions, soit s'en passer en utilisant diverses propriétés classiques (alignement des centres d'homothétie de trois cercles pris deux à deux, faisceau harmonique ayant deux rayons homologues rectangulaires, etc...). L'inversion de pôle P et de puissance  $PQ^2$  était encore bien commode, surtout pour tout le début ; elle donnait notamment

le lieu de W (d'ailleurs évident sans elle), l'enveloppe des cercles  $\gamma$  et  $\gamma'$  (on obtenait par inversion deux demi-droites issues de Q et faisant avec  $\Delta$  un angle  $2\theta$  donné par  $\operatorname{tg} \theta = 1/2$ , donc  $\operatorname{tg} 2\theta = 4/3$ ), d'où le lieu de son centre (problème classique : cercle tangent à une droite et à un cercle). Elle donnait encore l'enveloppe du cercle inscrit, cercle qui n'était autre que le cercle UVW (après inversion, deux demi-droites analogues aux précédentes, donc initialement deux arcs de cercles).

Quelques remarques sur ces questions. Trop de candidats oublient de limiter les lieux et enveloppes, ou négligent de préciser les courbes obtenues : il est intéressant de savoir qu'un lieu est par exemple un cercle, mais il faut aussi, autant que possible, en préciser la position. Beaucoup ne semblent guère familiarisés avec le problème pourtant très classique : lieu du centre d'un cercle tangent à deux cercles, ou bien à un cercle et une droite. D'autres pensent que quand ils ont montré qu'un cercle est tangent à une droite, ils ont ainsi toute l'enveloppe, et ne cherchent rien d'autre, oubliant qu'un cercle doit tout de même avoir deux points caractéristiques. Ajoutons que les correcteurs ont été surpris de lire dans plusieurs copies que, si deux cercles sont inverses l'un de l'autre, les centres se correspondent dans l'inversion. Et que dire de la phrase : « dans une inversion de pôle O, le point O est invariant » ?...

La troisième partie n'a été abordée que par peu de candidats. L'équivalence des relations (2) et (3) était évidente à l'aide de la formule  $r_k = p \operatorname{tg} \frac{A}{2}$  ; il suffisait donc d'établir au choix l'une de ces deux relations, ce qui pouvait se faire à partir de (1)

par un calcul assez simple, en utilisant les formules  $R_1 = p - a = \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{A}{2}}$  et en se

rappelant (ou en établissant) que dans un triangle on a la relation  $\Sigma \operatorname{tg} \frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{C}{2} = 1$  ; la relation (4) pouvait s'en déduire par un calcul trigonométrique.

Pour obtenir les trois angles d'un triangle (T), le plus simple était de former une équation du troisième degré ayant pour racines  $\operatorname{tg} A/2$ ,  $\operatorname{tg} B/2$  et  $\operatorname{tg} C/2$  ; cette équation s'écrivait immédiatement à l'aide des fonctions symétriques élémentaires et donnait  $t^3 - 2t^2 + t - k = 0$  ; on la discutait en coupant la courbe représentative des variations de la fonction  $y = t^3 - 2t^2 + t$  par des droites  $y = k$  ; cette discussion graphique, très simple, faisait apparaître automatiquement les angles  $\theta$  et  $\varphi$  de l'énoncé. Quelques candidats, pour traiter cette question, ont cru bien faire d'éliminer une des tangentes pour n'avoir qu'une équation du second degré ayant pour racines les deux autres tangentes ; ce procédé avait l'inconvénient, d'abord de rompre la symétrie entre les trois angles, ensuite de conduire à une discussion beaucoup plus compliquée.

Le problème étant relativement long, les correcteurs ont adopté un barème assez généreux. Pour l'épreuve masculine, la moyenne des 89 copies effectivement remises a été de 6,2 sur 20. Pour les 57 admissibles, cette moyenne s'élève à 8,07. La note 18 a été donnée à une très bonne copie, la seule à avoir traité correctement presque toute la géométrie, mais sans avoir eu le temps d'achever la troisième partie ; deux copies ont obtenu la note 14, 7 ont eu de 10 à 12, 18 de 8 à 10, 21 de 6 à 8, 16 de 4 à 6, 13 de 2 à 4 et 11 moins de 2. Pour l'épreuve féminine, où la notation était exactement la même, une copie a eu 14, 2 ont eu de 10 à 12, 13 de 8 à 10, 18 de 6 à 8, 23 de 4 à 6, 7 de 2 à 4, et 13 moins de 2, soit un total de 77 copies représentant la moyenne de 5,41 sur 20. Cette moyenne atteint 6,96 pour les 48 candidates admissibles.

Comme on le voit, les notes obtenues sont, dans l'ensemble, assez médiocres. Certes, la faiblesse de ces notes correspond, dans beaucoup de cas, à un manque exagéré de connaissances géométriques, même élémentaires, et en même temps à

une impuissance presque complète à raisonner sur des données simples ou à conduire correctement un calcul trigonométrique. Toutefois, pour un bon nombre de copies, elle semble plutôt indiquer un manque de pratique : beaucoup de candidats, au cours de leurs études de licence, ont dû abandonner pratiquement la géométrie pure et, n'ayant plus l'habitude de ses raisonnements, n'avancent que lentement ; ils semblent capables, avec un peu de réadaptation, de bâtir plus vite des solutions correctes et de faire bientôt des professeurs satisfaisants.

## SECONDE COMPOSITION ÉCRITE

*M. Anglade.* — Le sujet de la deuxième composition se décomposait en trois parties à peu près indépendantes et de difficulté sensiblement égale. Les bons candidats l'ont abordé dans l'ordre proposé, sans se laisser intimider par les questions d'arithmétique introduites dès le début. Les candidats pourvus de moins d'assurance ont préféré porter leur effort presque exclusivement sur la troisième partie de nature géométrique.

La correction a mis en relief quelques bonnes solutions attestant des connaissances sûres et un esprit clair. Mais, hélas ! d'autres copies, trop nombreuses, ont prouvé que certains abordent le concours avec une préparation nettement insuffisante.

I. — Dans la recherche des substitutions linéaires

$$\begin{cases} x' = ax + by, \\ y' = cx + dy, \end{cases}$$

laissant invariante une forme quadratique  $px^2 - qy^2$ , on obtient, en général, le système homogène en  $p$  et  $q$

$$\begin{cases} p(a^2 - 1) - qc^2 = 0, \\ pb^2 - q(d^2 - 1) = 0, \\ pab - cdq = 0, \end{cases}$$

sans réussir à donner aux conditions d'existence de solutions distinctes de  $p = 0$ ,  $q = 0$ , la forme simple

$$\begin{cases} a = \varepsilon d, \\ bc = \varepsilon(a^2 - 1), \quad (\varepsilon = \pm 1). \end{cases}$$

L'énoncé restreignait ensuite le choix possible des coefficients  $a, b, c, d$ , en leur imposant la double condition d'être positifs et entiers, ce qui réduisait le système précédent à

$$(1) \quad \begin{cases} a = d, \\ bc = a^2 - 1. \end{cases}$$

C'est la relation  $bc = a^2 - 1$  qui permet de montrer que les nombres  $a, b, c, d$  sont premiers entre eux dans leur ensemble. A ce propos, certains candidats ont manifesté une ignorance totale des éléments de l'arithmétique. Voici quelques-unes de leurs affirmations :

«  $a = d$ , donc  $a$  et  $d$  sont premiers entre eux. »

« Si un nombre divise un produit, il divise l'un des facteurs. »

«  $b$  et  $c$  sont premiers avec  $a$ , parce qu'ils ne sont pas multiples de  $a$ . »

«  $a + 1$  et  $a - 1$  sont premiers entre eux. »

« Si  $a, b, c, d$  sont premiers entre eux dans leur ensemble,  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux. »

« Puisque  $a = d$ , les nombres  $a$  et  $d$  ne sont divisibles que par eux-mêmes et par l'unité. »

La détermination des solutions du système (1), telles que  $b = c + 7$  se ramène à la recherche des solutions entières de  $(2c + 7 - 2a)(2c + 7 + 2a) = 45$  en appliquant une méthode qui réussit fréquemment en arithmétique et qui consiste à écrire une équation sous la forme  $AB = m$ , les facteurs  $A$  et  $B$  contenant seuls les éléments inconnus.

Si on donne  $a$ , pour obtenir les solutions de (1), il suffit de faire apparaître les

diviseurs de  $(a^2 - 1)$  parmi lesquels figurent 1,  $(a - 1)$ ,  $(a + 1)$  et  $(a^2 - 1)$ . Une fois  $b$  et  $c$  connus, la recherche des coefficients  $p$  et  $q$  dépend de l'équation classique  $bp = cq$ . Ainsi, pour  $a = 2$ , on parvient à la substitution linéaire

$$(2) \quad \begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = x + 2y, \end{cases}$$

à laquelle on peut associer la forme quadratique  $x^2 - 3y^2$ .

II. — La deuxième partie du problème comportait l'étude des formules de récurrence

$$(F) \quad \begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 3v_n, \\ v_{n+1} = u_n + 2v_n, \end{cases}$$

auxquelles il était utile d'associer

$$(F') \quad \begin{cases} u_n = 2u_{n+1} - 3v_{n+1}, \\ v_n = 2v_{n+1} - u_{n+1}. \end{cases}$$

De l'identité, aux notations près, des systèmes (2) et (F) résulte la relation

$$u_{n+1}^2 - 3v_{n+1}^2 = u_n^2 - 3v_n^2,$$

dont le caractère inductif permet d'écrire

$$(3) \quad u_n^2 - 3v_n^2 = u_0^2 - 3v_0^2 = 1.$$

L'équation vérifiée par  $x = u_n$  et  $y = v_n$  est donc (E)  $x^2 - 3y^2 = 1$ .

L'égalité (3) prouve que  $u_n$  et  $v_n$  sont premiers entre eux. Les systèmes (F) et (F') se prêtent à un raisonnement par récurrence qui conduit au même résultat en montrant que  $u_{n+1}$  et  $v_{n+1}$  admettent les mêmes diviseurs que  $u_n$  et  $v_n$ .

La formule (ou son analogue en  $v$ )

$$(4) \quad u_{n+1} + u_{n+1} = 4u_n$$

se déduit par addition des égalités

$$\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 3v_n, \\ u_{n+1} = 2u_n - 3v_n, \end{cases}$$

du type (F) ou du type (F').

De nombreux candidats sont parvenus au résultat par hasard, en combinant les égalités les plus imprévues. Il était pourtant évident que la formule (4) devait se former en exprimant  $u_{n+1}$  et  $v_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  et de  $v_n$ .

Pour généraliser (4) en lui donnant la forme

$$(5) \quad u_{n+k} + u_{n-k} = m_k u_n,$$

il est encore commode de procéder par récurrence. On doit d'abord s'assurer de l'exactitude de (5) pour  $k = 0$  ( $m_0 = 2$ ) et pour  $k = 1$  ( $m_1 = 4$ ), puis, après avoir supposé que pour  $k = p - 1$  et pour  $k = p$  l'on a

$$\begin{cases} u_{n+p-1} + u_{n-p+1} = m_{p-1} u_n, \\ u_{n+p} + u_{n-p} = m_p u_n, \end{cases}$$

il suffit de combiner ces égalités membre à membre, en tenant compte de (4), pour aboutir au résultat en vue  $u_{n+p+1} + u_{n-p-1} = (4m_p - m_{p-1}) u_n$ .

Rares ont été les candidats ayant nettement vu le lien existant entre (4) et (5). Plus rares encore sont ceux qui ont compris que la relation

$$(6) \quad m_k = 2u_k$$

dérive des égalités  $m_0 = 2u_0$ ,  $m_1 = 2u_1$ , et du fait que  $m$  et  $u$  suivent la même loi de formation linéaire homogène.

Il fallait, bien entendu, pour donner une démonstration inductive complète, supposer (6) vérifiée pour  $k = p - 2$ ,  $k = p - 1$  et montrer, ce qui n'entraînait aucune complication, que cette relation avait encore lieu pour  $k = p$ .

En partant de  $v_n > 2v_{n-1}$ ,  $u_n > v_n$  et  $v_n^2 - 3 = \frac{1}{v_n^2}$ , beaucoup de candidats ont trouvé les limites vers lesquelles tendent  $v_n$ ,  $u_n$  et  $v_n$ , quand  $n$  devient infini. Par contre, seuls les meilleurs parviennent aux limites de  $\frac{v_{n+1}}{v_n}$  et de  $f_n$  en notant que

$$f_1 = \frac{1}{4}, \quad z_1 = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{4}$$

puis en établissant les formules 
$$z_n = \frac{v_n}{v_{n+1}} = \frac{1}{4 - z_{n-1}}, \quad f_n = \frac{1}{4 - f_{n-1}}$$

qui prouvent que 
$$f_n = z_n = \frac{1}{2 + w_n}.$$

Après avoir donné, à l'aide de la formule du binôme ou d'un raisonnement par récurrence, à  $(r + s\sqrt{t})^n$  l'expression  $\alpha_n + \beta_n \sqrt{t}$ , on peut établir les formules analogues à (F)

$$(7) \quad \begin{cases} \alpha_{n+1} = r\alpha_n + st\beta_n \\ \beta_{n+1} = s\alpha_n + r\beta_n \end{cases}$$

en notant que si  $t$  n'est pas carré parfait et si  $m, n, p, q$  sont entiers, une égalité telle que  $m + n\sqrt{t} = p + q\sqrt{t}$  entraîne  $m = p, n = q$ .

Pour  $r = 2, s = 1, t = 3$ , les systèmes (7) et (F) deviennent identiques. De plus, on observe que  $u_0 = \alpha_0 = 1, v_0 = \beta_0 = 0$ . Il est alors légitime d'écrire  $u_n = \alpha_n, v_n = \beta_n$ , c'est-à-dire  $u_n + v_n\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^n$ .

Les deux égalités conjuguées

$$\begin{cases} u_n + v_n\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^n, \\ u_n - v_n\sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^n, \end{cases}$$

permettent ensuite d'exprimer  $u_n$  et  $v_n$  en fonction de  $n$

De  $u_{nk} + v_{nk}\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^{nk} = (u_n + v_n\sqrt{3})^k$  on tire les expressions de  $u_{nk}$  et de  $v_{nk}$  en fonction de  $u_n$  et de  $v_n$ . Par exemple, pour  $k = 2$ ,

$$\begin{cases} u_{2n} = u_n^2 + 3v_n^2, \\ v_{2n} = 2u_nv_n. \end{cases}$$

On devait ensuite considérer deux nombres  $x = a > 1$  et  $y = b > 0$  formant une solution entière de l'équation (E), c'est-à-dire tels que

$$(8) \quad a^2 - 3b^2 = 1.$$

Le rapport

$$\frac{a + b\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = (a + b\sqrt{3})(2 - \sqrt{3}),$$

s'écrit sous la forme  $i + j\sqrt{3}$  en prenant

$$(9) \quad \begin{cases} i = 2a - 3b, \\ j = 2b - a, \end{cases} \quad \text{et} \quad (10) \quad \begin{cases} a = 2i + 3j, \\ b = i + 2j. \end{cases}$$

On vérifie immédiatement que  $i^2 - 3j^2 = a^2 - 3b^2 = 1$ , ce qui montre que (E) admet la nouvelle solution  $x = i, y = j$ .

La plupart des candidats n'ont pas su terminer l'étude et ont préféré utiliser le reste du temps disponible à la recherche de la troisième partie du problème.

Des relations (8), (9) et (10) découlent les inégalités

$$i > 0, j > 0 \text{ si } b > 1, i < a, j < b.$$

En divisant  $(a + b\sqrt{3})$  par les puissances successives de  $(2 + \sqrt{3})$  on fait apparaître des solutions positives de (E) de plus en plus petites. Il est donc certain que l'on finira, par ce procédé, au bout de  $(n - 1)$  opérations, pour aboutir à la plus petite solution positive  $x = 2, y = 1$  et que l'on pourra écrire

$$\frac{a + b\sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})^{n-1}} = 2 + \sqrt{3}$$

ou 
$$a + b\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^n = u_n + v_n\sqrt{3},$$
 ce qui implique  $a = u_n, b = v_n$ .

Ce sont donc les formules

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{[(2 + \sqrt{3})^n + (2 - \sqrt{3})^n]}{2} \\ y = \frac{[(2 + \sqrt{3})^n - (2 - \sqrt{3})^n]}{2\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

qui fournissent toutes les solutions positives et entières de  $x^2 - 3y^2 = 1$ .

III. — La troisième partie de l'énoncé demandait aux candidats l'étude de la transformation ponctuelle (T) qui associe, à tout point M de coordonnées rectangulaires  $x, y$ , le point M' dont les coordonnées  $x', y'$  sont données par

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = 2x + 3y, \\ y' = x + 2y. \end{array} \right.$$

La recherche des coordonnées des points invariants conduit à la résolution du système

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3y = 0, \\ x + y = 0, \end{array} \right.$$

qui n'admet que la solution  $x = 0, y = 0$ . La transformation (T) laisse invariante l'origine et seulement ce point.

Des candidats ont affirmé que les droites  $x + 3y = 0, x + y = 0$  étaient elles-mêmes invariantes. D'autres ont prétendu que l'origine étant invariante, les droites globalement invariantes cherchées devaient passer par O. Il serait bien imprudent d'attribuer la même propriété aux coniques globalement invariantes ! Et pour quel motif ne pas raisonner ainsi à propos de l'inversion positive ? Tout cercle globalement invariant contient-il le cercle d'inversion ? En réalité, il faut toujours soigneusement distinguer les figures invariantes point par point de celles dont les points s'échangent.

Certains candidats ont éprouvé des difficultés pour exprimer que les droites

$$Ax + By + C = 0 \text{ et } (2A - B)x + (2B - 3A)y + C = 0$$

étaient confondues. Faut-il rappeler que la proportionnalité des coefficients traduit cette propriété ?

A plusieurs reprises, au cours de l'étude demandée, on constatait que les hyperboles (H) d'asymptotes (X) et (Y) étaient invariantes globalement. Puis on demandait la détermination de toutes les coniques ayant la même propriété. Les candidats n'ont vu que des solutions algébriques, parfois élégamment présentées, alors qu'une étude géométrique conduisait plus simplement au but.

En effet, soit (G) une conique globalement invariante dans la transformation (T). Par l'un de ses points M, non situé sur (X) ou sur (Y), il passe une hyperbole (H) elle-même globalement invariante. Un produit de  $p$  transformations (T) transforme M en  $M_p$  commun à (G) et (H). Ce point  $M_p$  s'éloigne à l'infini quand  $p$  devient infini. Puisqu'il appartient à l'hyperbole (H) sa distance à (Y) tend vers zéro ce qui prouve que la conique (G) admet elle aussi la droite (Y) pour asymptote.

En introduisant la transformation inverse de (T), on montrerait que (X) est la seconde asymptote de (G).

Ainsi, (G) et (H) sont deux hyperboles ayant les mêmes asymptotes et passant par un même point : elles sont confondues. On ne peut donc trouver d'autres coniques invariantes que les hyperboles (H).

Signalons que, pour établir qu'une transformation ponctuelle est une similitude, on procède couramment comme il suit :

On transforme un point fixe A et un point variable M en A' et M', puis on prouve que l'angle  $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'M'})$  et le rapport  $\frac{A'M'}{AM}$  restent constants.

En général, les candidats commettent des fautes graves toutes les fois qu'ils

essaient de préciser la nature d'une correspondance parce qu'ils ignorent les propriétés qui la caractérisent.

Malgré la générosité du barème appliqué pour la correction de cette seconde composition, les notes furent dans leur ensemble peu satisfaisantes et correspondent trop souvent à autant d'ignorance que de maladresse.

Pour les candidats les deux meilleures copies ont obtenu 15 et 14,5.

Pour les candidates les trois meilleures copies ont obtenu 16, 15,5 et 15.

Voici d'ailleurs la répartition plus précise des notes attribuées :

|             |          | Candidats | Candidates |
|-------------|----------|-----------|------------|
| au moins    | 14       | 2         | 3          |
| 12 inclus à | 14 exclu | 5         | 2          |
| 10 —        | 12 —     | 8         | 1          |
| 8 —         | 10 —     | 12        | 7          |
| 6 —         | 8 —      | 15        | 12         |
| 4 —         | 6 —      | 17        | 20         |
| 2 —         | 4 —      | 17        | 24         |
| moins de    | 2        | 8         | 4          |
|             |          | 84        | 73         |

Les moyennes générales s'établissent à 6,33 pour les candidats et à 5,47 pour les candidates.

Si l'on ne considère que les seuls admissibles ces moyennes sont respectivement portées à 7,87 et à 6,71.

## EPREUVES ORALES

*M. Dixmier.* — Quelques conseils de forme : s'exprimer devant le jury au rythme de sa propre pensée, qui doit être plus prompte que l'aptitude d'une classe moyenne à la suivre.

Eviter de dire « plus petit ou égal », ou bien « ce terme change de signe », alors qu'il est exactement multiplié par  $-1$  : éviter d'écrire  $\overline{AA'}$  tant qu'on n'a pas orienté le support du vecteur  $\overrightarrow{AA'}$  ; employer de la craie de couleur dès que c'est opportun ; mettre les barres de fraction *d'abord*, au niveau de la ligne d'écriture et en particulier des signes d'égalité ; ne pas baptiser indices les accents « prime, seconde ».

Apprendre à mettre en forme un raisonnement par l'absurde, ou un raisonnement par récurrence ; éviter le premier si l'on peut s'en passer, il contraint l'esprit plus qu'il ne le satisfait, sans doute parce qu'il procède de l'inconnu présumé vers le connu.

Signaler, en algèbre comme en géométrie, les symétries dans les données d'un problème, et savoir les utiliser ; en particulier, réfléchir aux fonctions symétriques entières de deux variables ou de deux nombres.

Pour résoudre l'équation  $2x^2 + (2 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$ , utiliser un groupement évident de termes et éviter de calculer le discriminant, surtout s'il ne semble pas facile d'y reconnaître le carré d'une irrationnelle du second degré. A propos d'irrationnelles, rester dans le domaine réel et donc éviter de dire que  $(x^2 + y^2)^2 = p^2 + q^2$  entraîne  $x^2 + y^2 = \pm \sqrt{p^2 + q^2}$ .

En trigonométrie, dans l'exposé relatif à l'expression rationnelle de  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$  en fonction de  $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ , il est inutile de reprendre la démonstration de la formule

exprimant  $\cos(a + b)$ , mais il convient de prévoir l'existence des formules cherchées, comme d'en écarter explicitement le cas  $x = \pi + 2k\pi$  ; cette restriction n'est pas moins nécessaire dans la résolution de  $a \cos x + b \sin x + c = 0$ . Ne pas dire

que si une équation trigonométrique ne contient que  $\sin x$ , et si on pose  $\sin x = X$ , elle se ramène à une équation *algébrique* en  $X$ .

En géométrie, mieux réfléchir à la notion d'angle orienté dans le plan ; deux droites admettent deux bissectrices qui jouent le même rôle ; mais deux axes admettent une bissectrice intérieure et une bissectrice extérieure.

Distinguer la part de l'algèbre et celle de l'arithmétique dans les formules de géométrie : ainsi, quand un point variable  $M$  se trouve rattaché à un point fixe  $O$  par la relation  $OM^2 = k$ ,  $k$  étant une constante qui résulte d'un calcul, il faut discuter suivant le signe de  $k$ . De même, la formule classique liant les distances de deux couples de points homologues dans une inversion de puissance  $k$ , comporte le symbole  $|k|$ , tant qu'on ne peut en faire une formule d'algèbre pour quatre points alignés.

Pour l'inversion encore, la transformation d'une ligne en ligne est bien étudiée, mais non la transformation d'une région en une région ; si un cercle  $C$  est intérieur à un cercle  $C'$  et si on les transforme par inversion, on peut obtenir deux cercles extérieurs. Enfin le théorème de Ptolémée doit être énoncé et démontré comme une condition nécessaire et suffisante.

Pour le cercle-lieu des points  $\frac{MA}{MB} = k$ , il convient de savoir placer son centre et calculer son rayon ; il convient aussi de suivre sa variation quand,  $A$  et  $B$  restant fixés,  $k$  varie.

Pour l'équivalence des deux définitions monofocale et bifocale d'une conique à centre, il est superflu de commencer par parler de la parabole ; quand on part de la définition de l'ellipse par  $F, D$ ,  $e < 1$  et qu'on aboutit à montrer que les points de l'ellipse vérifient  $MF + MF' = 2a$ , il reste encore à montrer que les points vérifiant cette relation sont tous sur l'ellipse, et il reste enfin à revenir de la définition bifocale à la définition monofocale. Rappelons aussi que le lieu  $MF' - MF = 2a$  n'est pas une hyperbole entière, mais seulement une branche.

A propos de la section hyperbolique du cône de révolution, le tracé même de la figure nécessite des démonstrations (points de contact des sphères inscrites, etc...). les soustractions de longueurs nécessitant un examen des cas de figure, enfin il ne suffit pas de démontrer que tout point de l'intersection se trouve sur une hyperbole, on attend la réciproque. Et si l'on définit la conique-section par  $F, D, e$ , l'on doit vérifier que l'excentricité  $e$  est supérieure à 1 avant d'affirmer qu'il s'agit d'une hyperbole.

Enfin le jury souhaite que les quelques questions où il tient à lier la géométrie pure et la géométrie descriptive soient mieux accueillies ; les symétries du cube et la représentation d'un cube à diagonale verticale constituent un tout qu'on ne doit pas ignorer, plus intéressant et aussi plus facile que la représentation d'un cube placé d'une façon absolument quelconque.

La formule du binôme peut être démontrée par récurrence ; ne pas la faire alors tomber du ciel ; justifier la structure du triangle de Pascal si l'on juge utile de l'évoquer ; de même pour l'interprétation des coefficients du binôme comme dénombrant des combinaisons ; enfin, proposer des applications plus opportunes à ce niveau que la formule de Leibniz, relative à la dérivée  $n^{\circ}$  d'un produit, ou que le développement limité de  $(1+x)^n$  pour  $n$  fractionnaire.

Dans l'exposé relatif au P.G.C.D. de deux nombres  $a$  et  $b$ , il ne sert à rien de décréter de prime abord  $b < a$ . Le candidat peut adopter la méthode consistant à étudier les nombres  $u = ax + by$ , mais non pas  $u = |ax + by|$ , ce qui rend douteuses ses démonstrations relatives à la somme de deux nombres  $u$ , etc..., ni affirmer que  $u \geq 1$ , ce qui serait faux ; le candidat ne prouve pas que les diviseurs communs à  $a$  et  $b$  sont exactement ceux du P.G.C.D. ; il ne prouve pas non plus le théorème  $(\lambda a, \lambda b) = \lambda (a, b)$ , s'il écrit seulement  $(a, b) = |ax + by|$  donc  $\lambda (a, b) = |\lambda ax + \lambda by|$ .

*M. Lefrançois.* — Limite de  $\frac{\sin x}{x}$  et applications. — Dès le début,  $x$  mesure, tan-

tôt l'arc  $\widehat{AM}$ , tantôt l'angle au centre  $\widehat{AOM}$ . Le candidat prend l'extrémité  $M$  de l'arc  $x$  sur le premier quadrant, en tire toutes les conséquences sans poser les conditions

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ , puis sur notre objection il semble ne pas imaginer qu'une variable puisse ten-

dre vers zéro par valeurs négatives. L'énoncé précisait que les applications demandées aux formes indéterminées ne comportant pas la dérivation des fonctions circulaires,

il est alors regrettable que le candidat cherche la limite de  $\frac{\sin x - \sin x_0}{x - x_0}$  quand  $x$

tend vers  $x_0$  et s'en tienne à ce seul exemple.

Correspondance par inversion entre deux cercles d'un même plan. — Le candidat se borne à « parler » de l'inversion pendant une demi-heure et le sujet proposé passe avec le reste, sans aucune réciprocité valable, dans un fatras désordonné. *In extremis*, le candidat reconnaît qu'il a omis de parler des cercles égaux et des cercles tangents.

Représentation descriptive et propriétés diverses du tétraèdre régulier. — Le jury attendait une définition constructive, puis une représentation descriptive dans une position privilégiée à partir de laquelle bien des propriétés géométriques sauteraient aux yeux. Or, le candidat a fait un long préambule sur le centre de gravité d'un tétraèdre quelconque, sur le tétraèdre orthocentrique, mais il a peu parlé du tétraèdre régulier, pas du tout de ses symétries, guère de sa sphère circonscrite, mal de sa sphère inscrite et une question du jury, sur les autres sphères tangentes aux plans des quatre faces, fut malheureuse ; enfin, il n'a pas présenté d'épure.

La notion de fraction. — Le candidat se sert d'une tarte, la coupe en deux, puis en quatre parts égales, dont il prend une, puis deux parts ; de ce modeste départ, il croit déduire la définition d'une fraction et les règles opératoires. L'instituteur, parlant pour la première fois à des enfants de sept à huit ans, se place probablement sur un plan plus élevé. Sans désirer particulièrement que le candidat s'élève jusqu'aux abstractions de l'axiomatique, nous souhaitons que son exposé nous donne la mesure d'une logique dont il estime lui-même se satisfaire, quel que soit le moyen qu'il mette en œuvre pour sa construction ; de ce point de vue, l'exposé précédent, qui pouvait être si probant, s'est avéré très décevant.

Racine carrée d'un entier à une unité près. — Le candidat n'ignorait pas la question, il en a dit l'essentiel, mais il a recommencé plusieurs fois les mêmes démonstrations faute de dégager les théorèmes fondamentaux ; il a résolu avec peine certaines inégalités et a donné une impression de lourdeur et de confusion ; nous espérons une discrimination entre les propriétés générales, indépendantes du système de numération et établies comme telles, et la technique d'extraction dans le système de base donnée, singulièrement de base 10 ; le candidat ferait au mieux la preuve qu'il a compris cette distinction, s'il achevait son exposé par une extraction de racine dans le système binaire par exemple, qui est à la base de nos machines à calculer.

Etude de  $y = \sqrt[n]{x}$ . — Après avoir donné une définition correcte à partir de la fonction  $Y = X^n$ , le candidat pouvait admettre les théorèmes généraux sur les fonctions inverses, les énoncer correctement et les appliquer à ce cas particulier, ou, mieux, étudier directement la fonction puisque c'est ici possible et naturel. Au lieu de faire un choix, le candidat entremêle d'abord les deux méthodes, puis ne pouvant venir à bout de la continuité, il se rabat sur la dérivation. Il se montre peu solide également sur les règles de calcul des radicaux, puis sur celles des exposants fractionnaires qui, d'ailleurs, ne faisaient pas partie de l'exposé demandé.

*M. Euvrard.* — Progressions géométriques. — Il n'est pas légitime dans cette étude d'écarter les progressions dont la raison  $q$  est négative, ni suffisant de dire qu'on se ramènerait à  $q > 0$  en changeant le signe de la raison.

Dans l'étude des faisceaux harmoniques, un théorème d'existence, puis une propriété d'invariance précèdent logiquement la définition ; il convient d'utiliser toujours des relations algébriques, donc des triangles qualifiés d'homothétiques et non de semblables ; pour les figures, dessiner des éléments du faisceau qui soient des droites et non des demi-droites ; pour énoncer les quatre droites, les séparer en deux couples ; donner des applications, et en particulier une construction de la quatrième droite connaissant les trois premières, ce qui peut être une occasion de revenir sur le rôle privilégié d'une sécante parallèle à l'une des droites du faisceau, sécante introduite un peu *a priori* dans la démonstration fondamentale.

Dans l'exposé entendu sur la notion de primitive, la définition est bien vague ; le candidat paraît l'appliquer à un intervalle  $(a, b)$ , où la fonction est définie, mais n'existe pas nécessairement ; il semble croire qu'on peut toujours partager  $(a, b)$  en un nombre fini d'intervalles partiels dans chacun desquels  $f(x)$  est monotone ; il admet que si l'aire  $S(x)$  est une primitive dans chacun d'eux, elle le sera dans  $(a, b)$  total, alors qu'une portion d'aire entièrement comptée devient une constante additive à l'aire  $S_1(x)$  relative à l'intervalle suivant.

Perpendiculaire commune à deux droites, représentation cotée, application. — Il convient de donner une définition de la perpendiculaire commune, d'en faire une recherche méthodique comportant, comme tout problème de construction, une phase d'analyse et une phase de synthèse, avec discussion ; si l'on se borne à donner une recette de construction *a priori*, il est vain de penser qu'on démontre l'unicité de la perpendiculaire commune en constatant que cette recette conduit en effet à une solution unique. Quant à la représentation cotée, elle est destinée à illustrer et concrétiser la construction, et après le cas où le plan de projection est pris parallèle aux deux droites à la fois, on attend au moins le cas où il est perpendiculaire à l'une des droites. Il n'est pas difficile enfin de donner une application d'un réel intérêt.

Etude de la figure formée par deux cercles cosphériques. — Cette étude ne peut sembler creuse à qui l'a vraiment préparée, le candidat ne doit donc pas se complaire à des évidences préliminaires. Si, dans son esprit, les deux axes sont évidemment concourants, mieux vaut le dire explicitement, sous peine d'énoncer une condition inexacte de cosphéricité. De même, dans l'étude des cercles orthogonaux sur une sphère, la remarque essentielle que les cônes, sur lesquels raisonne le candidat, sont de révolution, n'apparaît que bien tard. Le candidat donne d'ailleurs l'impression de ne jamais savoir au juste s'il a énuméré assez d'arguments pour prouver ce qu'il veut prouver. L'étude des inversions échangeant deux cercles est bien écourtée, il ne faut pas minimiser le cas de deux cercles égaux ou tangents.

Vecteur-vitesse et vecteur-accélération dans un mouvement curviligne : application au mouvement circulaire uniforme. — Le candidat n'a pas prononcé dans son étude un véritable mot de mécanique, mouvement, sens du mouvement, etc... Il peine longuement à obtenir analytiquement la limite  $\overrightarrow{M_0 N_0}$  du vecteur-vitesse moyenne  $\overrightarrow{M_0 N}$  en montrant que  $N_0 N^2$  tend vers zéro, mais plus loin il admet sans inquiétude la limite du produit d'un vecteur par un scalaire. Le vecteur-accélération est tout juste défini, le mouvement curviligne uniforme ne l'est point, et le mouvement circulaire uniforme est traité uniquement en coordonnées rectangulaires, la vitesse angulaire étant un simple nom donné à la constante  $\omega$ , sans signification concrète. A combien de reprises pourtant le candidat est-il censé avoir étudié tout cela, en mathématiques élémentaires (mathématiques et physique) d'abord, puis en mathématiques spéciales, en physique générale et en mécanique rationnelle !

Actions de contact, lois du frottement, équilibre d'un point sur un cercle ou une sphère. — Les lois du frottement sont à peine énoncées pour un point sur une

surface, pas du tout pour un point sur une courbe, dans l'abstrait et sans aucun rattachement au concret par un rappel des expériences classiques qui ont conduit à ces lois. Comment justifier cette assertion, « quand deux solides sont en contact, comme les forces intérieures doivent disparaître, *on en déduit* le principe de l'action et de la réaction » ? Il semble simplement que  $\vec{R}$  se décompose en  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$  et que  $\vec{T}$  constitue la force de frottement. Les exemples sont pauvres et le candidat a oublié qu'en composant un poids et une force centrale attractive proportionnelle à la distance, on ne fait que déplacer le centre d'attraction. Vraiment la mécanique est appelée à nous décevoir.

*M. Guaydier.* — Mouvement vibratoire simple. — Leçon de Mécanique encore, et tout aussi décevante que les leçons de Mécanique précitée, malgré sa fantaisie. On y peut apprendre que pour qu'un mouvement soit vibratoire simple, il suffit que le mobile oscille entre deux positions extrêmes, ou encore que  $y$  et  $x$  soient de signes contraires. Pour que deux sinus soient égaux, il faut et il suffit que les angles diffèrent de  $2k\pi$ . Pour qu'un mouvement circulaire soit uniforme, il suffit qu'il y ait la proportionnalité  $\widehat{AM} = R\theta$ , etc...

Fonction logarithmique définie comme primitive de  $\frac{1}{x}$  s'annulant pour  $x = 1$ . — On ne nous dit pas pourquoi  $\frac{1}{x}$  a une primitive ; celle-ci est désignée d'une manière fort défectueuse par  $F\left(\frac{1}{x}\right)$  ; on ne sait pas pourquoi  $Lx$  n'est pas définie pour  $x \leq 0$  ; l'étude pour  $x$  tendant vers 0 ou vers plus l'infini n'est même pas envisagée ; la courbe représentative n'est pas dessinée ; la propriété fondamentale  $Lab = La + Lb$  n'est pas démontrée ; l'existence de logarithmes de bases diverses n'est pas signalée, non plus que les rapports entre la fonction logarithmique ainsi définie et les associations de deux progressions géométrique et arithmétique.

Branches infinies, directions asymptotiques et asymptotes de l'hyperbole. — En libellant ainsi le sujet, le jury souhaite que le candidat marque lui-même trois étapes comme il le fait dans l'étude des courbes  $y = f(x)$  et qu'il aborde cette recherche directement à partir de la définition et non pas comme corollaire de l'étude de l'intersection de la courbe avec une droite ou de la tangente en un point. Au contraire, c'est la possession préalable des asymptotes qui permet de mettre de l'ordre dans la discussion de l'intersection de la courbe et d'une droite, ou des tangentes issues d'un point ou parallèles à une direction donnée. Et c'est avec le souci de régulariser certains lieux ou enveloppes, ainsi que certains théorèmes comme les théorèmes de Poncelet, que l'on montre, après coup, que les asymptotes ont toutes les propriétés des tangentes sauf d'avoir un point de contact et qu'on pose la convention commode d'intégrer les asymptotes dans la famille des tangentes, ce qui permet de considérer désormais comme cas de *transition* tout ce qui jusque-là était cas d'*exception*. Tout cela n'a pas été mis en relief par le candidat, qui a en outre tendance à ne raisonner que sur une branche et qui parle des diamètres comme lieux de milieux de cordes, sans en donner une limitation éventuelle.

Les déplacements dans le plan. — Si l'on suppose au départ que la translation et la rotation ont fait préalablement l'objet, non seulement d'une définition, mais d'une étude approfondie avec toutes leurs propriétés caractéristiques, ce qui est soutenable, l'exposé se réduit alors à rappeler proprement la définition de deux figures directement égales et à démontrer que deux telles figures se correspondent par translation ou rotation. Or notre candidat ne recherche même pas cette rotation, il a souvent tendance à mélanger les propriétés et leurs réciproques, il semble même parfois confondre les déplacements, transformations ponctuelles étudiées en géométrie, et les mouvements, étudiés en cinématique. Quant aux applications, dans l'horaire laissé libre par une telle limitation de la leçon, elles pourraient être nombreuses et variées, tout en laissant hors programme les produits de déplacements.

La similitude directe plane, définition, propriétés. — Le candidat part de la définition « produit d'une homothétie et d'une rotation de même centre », c'est son droit, mais il omet d'examiner ensuite le cas où les deux centres sont différents, et, interrogé sur ce point, il paraît ne s'être jamais posé la question. Pour trouver le centre de similitude, il réduit la figure et sa transformée, chacune à un vecteur, ce qui conduirait à démontrer qu'on peut toujours passer d'une figure à une autre par similitude. Les cas particuliers ne sont en général pas mentionnés. Ajoutons que toutes les figures — construction du centre de similitude, transformé d'un vecteur ou d'un cercle, — sont grossièrement fausses, ce qui risquerait fort de donner des idées fausses à un auditoire et l'on en vient même à se demander si certaines de ces idées fausses n'existent pas déjà dans l'esprit du candidat.

La projection stéréographique, définition, propriétés, applications géométriques et cartographiques. — L'exposé présente de grosses lacunes, les propriétés purement géométriques sont fort peu nombreuses, la position d'un point sur une carte d'après sa longitude et sa latitude n'est même pas esquissée, le pôle d'inversion est toujours placé à l'un des pôles géographiques, etc... Des idées fausses apparaissent sur le problème de la représentation plane de la sphère : non seulement on ne signale pas l'impossibilité de conserver les distances, mais on considère même comme possibles des représentations qui conserveraient les distances sans conserver les angles !

M. Lesieur. — Ne pouvant reprendre ici chaque exposé, ni chaque candidate séparément, je vais grouper mes observations autour de quelques idées générales valables pour tout l'enseignement élémentaire des mathématiques.

Il semble superflu d'insister sur l'importance des définitions, et pourtant ! Si l'on parle de la continuité de la fonction  $y = \sqrt{-2x^2 + 5x + 3}$  pour  $x = x_0$ , il faut savoir exactement ce qu'on entend par là. Ce n'était pas le cas d'une candidate, cependant normalienne et maintenant agrégée, qui abordait cette question (qu'on ne lui demandait d'ailleurs pas). La notion de continuité est peut-être difficile à faire comprendre dans les classes élémentaires, et les méthodes employées pour y parvenir peuvent être différentes, mais la définition elle-même de la continuité pour  $x = x_0$ , ainsi que sa démonstration, doivent toujours être données avec la plus extrême précision et la plus grande clarté, qualités qui sont de rigueur en mathématiques, et surtout en analyse.

Un médiocre exposé sur la fonction  $\text{Log } x$  est dû aussi, en grande partie, à l'absence de toute définition claire. Il était précisé cette année que les sujets ne se plaçaient pas dans une classe déterminée de l'Enseignement du Second Degré (Mathématiques Supérieures et Spéciales exclues) et que la candidate avait une grande liberté de composition en adaptant ses connaissances à l'enseignement élémentaire en général. Mais quel que soit le point de vue adopté : définition par une aire, par une primitive, par la fonction inverse de  $e^x$ , il y a toujours un ordre logique à respecter, qui consiste à bien préciser ce qui est supposé connu, puis à poser une définition, enfin à étudier l'objet défini.

Un autre exemple d'exposé boiteux pour manque de définition a porté sur la racine carrée approchée à  $1/10$  près d'un nombre rationnel, la racine carrée d'un nombre entier étant supposée connue. La candidate part d'emblée en décrivant  $\sqrt{78}$ , comme s'il s'agissait d'une quantité connue ; elle ne songe pas à introduire une définition *arithmétique* de la racine demandée, c'est-à-dire à poser une définition s'appuyant sur les éléments précisés pourtant par le texte, à savoir : les nombres rationnels, les fractions décimales  $\frac{p}{10^n}$ , et la racine carrée à 1 près d'un nombre entier.

Lorsque la définition demandée plus ou moins explicitement par le texte n'est pas donnée par la candidate, la note obtenue est certainement inférieure à la moyenne, ce qui fut le cas des deux exemples précédents.

On ne peut devenir un bon professeur de mathématiques sans avoir l'esprit logique, qui se manifeste (entre autres) dans l'étude des *lieux géométriques*. On a mille fois répété, et le futur professeur devra le répéter bien des fois encore : un lieu géométrique est un ensemble de points ayant une propriété  $P$  ; pour trouver un lieu géométrique  $L$  on démontre d'abord que  $L$  est un sous-ensemble de  $L'$  (constitué par une droite ou un cercle ou toute autre courbe ou surface), et on conclut  $L \subset L'$  ; on recherche ensuite si tous les points de  $L'$  sont des points de  $L$  (cas  $L = L'$ ) ou si une partie seulement des points de  $L'$  sont des points de  $L$  (cas  $L \subsetneq L'$ ) ; dans ce dernier cas, il faut alors préciser cette partie  $L$ . Bien entendu, ce schéma, de raisonnement n'est pas le seul : on peut, par exemple, remplacer la propriété  $P$  par une propriété équivalente  $P'$ , ou ramener la recherche de  $L$  à la recherche d'un autre lieu au moyen d'une *transformation*, de même qu'on se dispense souvent d'une *reciproque* en procédant par *conditions nécessaires et suffisantes*, ou par *propriétés caractéristiques*. Toutes ces notions relèvent du bon sens ou de la logique, autant que des mathématiques, mais elles sont fondamentales dans le raisonnement mathématique.

Voici quelques-uns des exemples de lieux entendus dans les exposés : lieu géométrique des sommets des cônes de révolution passant par une conique donnée ; cercle orthoptique d'une conique ; lieu des points dont le rapport des distances à deux droites fixes concourantes en  $O$  est constant (noter ici l'invariance du lieu par les homothéties de centre  $O$ ), lieux des points  $M$  d'où l'on voit deux points fixes  $A$  et  $B$  sous un angle orienté de vecteurs constant ou sous un angle orienté de droites constant (noter ici la connaissance nécessaire des angles orientés de droites et de vecteurs). Les candidates n'ont pas montré, dans ces exposés, une grande aptitude au raisonnement mathématique.

Cette aptitude peut aussi bien se contrôler dans les réponses aux questions posées par le jury, spécialement dans certaines d'entre elles choisies pour faire appel au minimum de connaissances et d'automatisme, par exemple, en arithmétique, étude de l'ensemble  $A$  des entiers  $ma$ ,  $m$  étant un entier quelconque et  $a$  un entier fixé ; en analyse, étude de certaines propriétés communes aux fonctions  $x^2$  et  $ax$  ; en algèbre, recherche des transformations  $x' = ax + by$ ,  $y' = bx + cy$ , dont le carré est la transformation identique ; en géométrie, recherche du déplacement  $X$  tel que l'on ait  $A.B = X.B.A$ ,  $A$  et  $B$  étant deux déplacements donnés, etc.. Les réponses à ces questions ont été en général assez satisfaisantes.

En ce qui concerne les transformations, il me semble important de souligner certaines erreurs commises, même par de bonnes candidates. Le sujet d'exposé : propriétés communes à l'inversion et à la symétrie par rapport à une droite (géométrie plane), invitait naturellement à faire jouer un rôle important à la propriété caractéristique suivante : pour qu'une transformation plane soit une inversion ou une symétrie par rapport à une droite, il faut et il suffit qu'un couple de points  $A, M$  et le couple de points inverses  $A', M'$  soient sur un même cercle, *quel que soit le couple  $A, M$  choisi*. Le jury a été étonné de voir la candidate se contenter pour sa démonstration de deux couples  $A, M$  et  $A', M'$  et affirmer : si la droite  $MM'$  coupe la droite  $AA'$  en  $O$ , la transformation est l'inversion de centre  $O$  et de puissance  $OA.OA'$ . Elle n'a pas songé à montrer que ce point  $O$  était un élément fixe indépendant du choix de  $M$ , ce qui conduit à introduire un troisième couple  $B, B'$ . Les mêmes fautes ou imprécisions se reproduisent quand il s'agit des propriétés caractéristiques d'un déplacement, d'une homothétie ou d'une similitude. Je pense qu'elles seraient évitées si l'on ne perdait pas de vue que toutes ces transformations sont des transformations *ponctuelles* et que, même si la propriété caractéristique dont il s'agit porte sur une figure, il faut toujours, en définitive, utiliser cette propriété pour définir avec précision la transformation ponctuelle, c'est-à-dire pour savoir *construire* le transformé  $M'$  d'un point  $M$  quelconque donné.

Je n'insisterai pas sur quelques fautes grossières et inattendues qui marquent chez

leurs auteurs une ignorance parfois inconsciente : l'inverse d'un angle serait un angle ! Le cône à directrice circulaire posséderait un axe ! Le cône de frottement a été maltraité d'horrible façon. La discussion de l'intersection d'une droite et d'une parabole a été des plus fantaisistes. Signalons encore une méprise sur la résolution graphique d'une inéquation, demandée pour le premier degré, et qui a été très vaguement esquissée pour le deuxième degré seulement.

*M. Anglade.* — L'exposé d'une candidate sur l'inverse d'un cercle et des régions du plan qu'il sépare, contenait de multiples erreurs dans sa seconde partie. Il semble utile de préciser cette question.

Un cercle (C) divise le plan en deux régions (A) et (B) ; son homologue (C') le divise lui-même en deux régions (A') et (B'). On conviendra de désigner par (A) la région contenant l'inverse I' d'un point I de (A) et il restera à prouver que (A) et (A') se correspondent dans leur totalité.

Un point quelconque M de (A) peut être relié au point I par un arc de cercle ( $\Sigma$ ) n'admettant aucun point commun avec (C) et ne contenant pas le pôle S. ( $\Sigma'$ ) relie I' à M' sans rencontrer (C'). Cela prouve que M' et I' appartiennent à la même région (A').

Ainsi, tout point de (A) se transforme en un point de (A'). La réciprocity de l'inversion intervient ensuite pour prouver que tout point de (A') a son homologue dans (A) ou est l'homologue d'un point de (A).

Les deux régions (A) et (A') sont donc effectivement associées. Il en résulte que (B) et (B') le sont également.

Une fois ce point établi, il reste à déterminer l'homologue de l'intérieur du cercle (C). Montrons que ce n'est pas toujours l'intérieur de (C'), comme le prétendait la candidate chargée d'exposer ce problème.

Dans une translation, une rotation, une homothétie ou une similitude, le centre du cercle (C) a toujours pour homologue le centre du cercle (C'). L'intérieur du cercle (C) et l'intérieur du cercle associé (C') se correspondent quelle que soit la disposition de la figure initiale.

Envisageons maintenant le cas de l'inversion et supposons le pôle S non situé sur (C). On sait que l'inverse de S est rejeté à l'infini. La région limitée par (C) et contenant S, doit donc être associée à l'extérieur de (C'), tandis que l'intérieur de (C') est l'homologue de la région limitée par (C) qui ne contient pas S.

Quand S se trouve sur (C), (C') partage le plan en deux demi-plans. Celui qui contient S est l'inverse de l'extérieur de (C).

Voici quelques remarques suggérées par un exposé d'arithmétique.

Quand on veut déterminer le reste de la division par  $n$  de la différence de deux nombres entiers  $a$  et  $b$ , on commence par diviser ces nombres, ce qui donne :

$$\begin{cases} a = na_1 + \alpha, & \alpha < n, \\ b = nb_1 + \beta, & \beta < n, \end{cases}$$

Il n'est ensuite permis d'écrire, si  $\alpha \geq \beta$ ,  $a - b = n(a_1 - b_1) + (\alpha - \beta)$ , qu'une fois l'inégalité  $a_1 \geq b_1$  établie.

Dans le cas  $\alpha < \beta$  c'est l'inégalité  $a_1 > b_1$  qu'il faut justifier avant de poser

$$a - b = n(a_1 - b_1 - 1) + (n + \alpha - \beta).$$

## CONCLUSIONS

Les épreuves théoriques du C.A.P.E.S. ne prétendent nullement constater et garantir que les candidats admis dans les Centres pédagogiques régionaux sont aptes à enseigner dans les lycées et collèges ; il manque encore à la plupart d'entre eux la formation nettement pédagogique qu'ils trouveront dans ces Centres, mais ils doivent aussi se convaincre qu'ils ont encore beaucoup à apprendre dans le domaine de leur propre culture, et qu'au cours d'un enseignement, même très élémentaire, ils rencon-

treront de nombreuses occasions de réflexion, de recherche et de perfectionnement. Leur succès aux épreuves théoriques permet seulement d'espérer qu'étant reconnus capables d'un tel effort, ils pourront sans doute devenir assez rapidement des maîtres très honorables et très efficaces.

En terminant, nous sommes très heureux de pouvoir exprimer ici notre profonde reconnaissance pour tous les membres de nos jurys qui ont assumé une lourde charge avec tant de conscience et de distinction.

P. DEDRON et L. THIBERGE.

*P.-S.* — Le rapport précédent, sur les épreuves théoriques du concours d'admission dans les Centres Pédagogiques Régionaux en 1953, nous paraît devoir être complété par nos observations sur les épreuves pédagogiques subies en mai 1953 par les candidats et candidates admis dans les C.P.R. en 1952.

Nous avons donc réuni dans un deuxième rapport, joint ci-après, nos propres impressions et celles de nos collègues, Présidents des divers jurys régionaux, sur les épreuves pédagogiques de mai 1953, faisant suite aux épreuves théoriques de 1952.

### **Certificat d'aptitude au Professorat de l'Enseignement du Second Degré Section F. — Mathématiques**

SESSION DE 1952-53

#### **Epreuves pratiques (mai 1953)**

La seconde année de fonctionnement du nouveau régime du C.A.P.E.S. voyait s'ouvrir les épreuves pratiques pour la première promotion de stagiaires des C.P.R. Le fonctionnement de ces épreuves pratiques fut, en tout point, parfaitement satisfaisant et a donné lieu aux résultats suivants concernant l'ensemble des stagiaires métropolitains ainsi répartis :

*Hommes* : Paris : stagiaires, 6 ; E.N.S., 9 ; — Aix, 3 ; — Alger, 0 ; — Bordeaux, 2 ; — Clermont, 1 ; — Grenoble, 1 ; — Lille, 2 ; — Lyon, 0 ; — Montpellier, 2 ; — Nancy, 2 ; — Rennes, 5 ; — Strasbourg, 1 ; — Toulouse, 3.

*Femmes* : Paris : stagiaires, 4 ; E.N.S., 7 ; — Aix, 2 ; — Alger, 3 ; — Bordeaux, 2 ; — Clermont, 2 ; — Grenoble, 1 ; — Lille, 1 ; — Lyon, 4 ; — Montpellier, 1 ; — Nancy, 4 ; — Rennes, 1 ; — Strasbourg, 3 ; — Toulouse, 1.

Tous les candidats et toutes les candidates, sauf une, ont été définitivement reçus et les mentions obtenues se répartissent ainsi :

*Pour les hommes* : T.B., 2 ; — B., 15 ; — A.B., 12 ; — P., 8.

*Pour les femmes* : T.B., 9 ; — B., 16 ; — A.B., 6 ; — P., 4.

Il convient d'ajouter que quatre candidats admis dans les C.P.R. ont préféré enseigner en Tunisie ou en A.O.F., conformément aux dispositions réglementaires, ainsi qu'une candidate au Maroc, et que, déjà, trois d'entre eux, ayant accompli trois ans d'enseignement, et ayant subi une inspection générale favorable en 1953, ont pu être déclarés certifiés et titularisés dans le cadre métropolitain.

Le mécanisme des épreuves concerté entre l'Inspecteur général, président du jury académique, et le Directeur du C.P.R. était d'ordinaire le suivant, d'ailleurs susceptible de quelques variantes d'un centre à l'autre comme de retouches plus importantes pour l'avenir, dans le cadre du règlement :

a) une séance d'une heure dans une classe du second cycle, de préférence une classe de Mathématiques et une séance d'une heure dans une classe du premier cycle ;

b) dans l'une comme dans l'autre, le stagiaire avait à mettre en évidence les activités normales d'une classe, mais, à insister particulièrement, dans l'une, sur le

corrigé d'un devoir, et dans l'autre sur l'élaboration d'une leçon nouvelle ; le devoir était d'ordinaire celui de la semaine, la leçon celle du jour, et pour cette raison il ne convenait pas en général de fixer à l'avance dans laquelle des deux classes -- premier ou second cycle -- aurait lieu l'une ou l'autre de ces épreuves ; de cette façon on évitait au mieux toute solution de continuité, tout caractère artificiel imposé à ces épreuves, tant aux yeux des candidats qu'à ceux des élèves ; en fait, comme ces épreuves survenaient dans le courant de mai, c'est-à-dire au moment où s'achève le cours dans les classes de Mathématiques, c'est assez souvent le corrigé de devoir qui eut lieu dans ces dernières ;

c) un entretien prolongé du jury avec le candidat, qui justifiait au mieux les intentions de ses leçons et présentait ses cahiers de travaux et préparations de l'année.

La composition du jury académique, laissée dans une large mesure par le règlement à l'initiative de son Président, comportait obligatoirement un conseiller pédagogique qui pouvait être ou non l'un de ceux dont le candidat avait été le pupille dans son C.P.R. ; certains jurys ont préféré faire appel à un ou deux des conseillers du candidat ; ceux-là même dans les classes desquels avaient lieu les épreuves, afin de moins désorganiser le service des établissements en cause ; d'autres jurys avaient préféré faire appel à des conseillers extérieurs et, dans ce dernier cas, il va sans dire que les conseillers du candidat ont été soigneusement appelés à donner leur avis sur la valeur et les travaux du candidat. Il est même fort touchant de voir quelle intimité de pensée intellectuelle et de sentiments affectifs, liait les conseillers et leurs pupilles, à la suite d'une coopération active de plusieurs mois, et quels plaidoyers empreints d'une parfaite connaissance de leur cause nos conseillers ont prononcés pour leurs pupilles qui, hâtons-nous de le dire, n'étaient que bien rarement en danger.

D'ailleurs, les cahiers de stage étaient d'ordinaire d'irrécusables témoins du travail intelligent et assidu des candidats, tout au long de leur année scolaire ; d'ordinaire tenus avec lucidité et sobriété, ils mentionnaient d'une part leur propre préparation de leçons, puis avec une fraîcheur d'impression charmante, les réactions de la classe avec ses menus incidents révélateurs, et enfin les retouches qui résultaient de cette expérience vécue et du débat instauré entre les co-stagiaires par leur conseiller. On a vraiment toute sécurité après la lecture de ces cahiers et après les questions posées aux stagiaires à leur sujet : nos stagiaires savent organiser leur travail, préparer une leçon au plan vigoureux, l'exposer clairement, puis consigner les retouches opportunes pour une nouvelle utilisation ultérieure.

Si la plupart de ces cahiers de stage présentaient les précieuses qualités dont nous venons de parler, il faut remarquer cependant que certains de nos stagiaires se sont confinés dans un rôle un peu trop scolaire ; certains cahiers contenaient notamment la rédaction complète, très détaillée, et d'ailleurs très soignée, de plusieurs longs problèmes (proposés par exemple au Concours général) ; un tel travail est très recommandable ; mais il convient de le limiter à un ou deux problèmes bien choisis, si l'on ne veut pas lui consacrer un temps excessif ; pour les autres, il serait plus intéressant et plus instructif d'analyser le texte, d'y chercher le fil directeur, l'articulation et l'interdépendance des divers paragraphes.

Cette même remarque est encore plus valable pour certains comptes rendus de visites, d'études du milieu, ou même de conférences diverses : le stagiaire devrait s'attacher surtout à dégager, à l'occasion de telles activités, les faits essentiels, les idées directrices, la discussion résumée des différents points de vue, plutôt qu'à relater avec minutie le déroulement de la visite ou le détail de la conférence.

Les leçons elles-mêmes, dans le cadre d'une classe vivante que les candidats connaissent bien, ont été professées en général selon les méthodes actives et avec une sûreté mathématique fort acceptable. Nous sommes vraiment loin, surtout pour la classe de Mathématiques, des balbutiements dont nous étions témoins lors du concours d'admission desdits candidats dans les C.P.R. en 1952 et dont la première section de ce rapport a dû faire tristement état pour cette année 1953 encore. Nous

devons ce progrès considérable au fait que nos stagiaires ont tous passé un semestre dans une classe de Mathématiques et qu'ils y ont appris, avec une intelligence mûrie, tout ce qu'ils n'avaient entendu autrefois que comme modestes élèves et que la Faculté, orientée vers un programme totalement divergent, n'a jamais eu la possibilité de reprendre d'un point de vue plus élevé. Nous attachons à ce progrès un prix particulier, car une majorité de nos stagiaires masculins, dès leur admission définitive, se trouvera appelée à exercer d'emblée dans une classe de Mathématiques ; nous nous félicitons en particulier de la renonciation à la formule du C.A.P.E.S. 1 qui, pour confier directement aux stagiaires la responsabilité totale d'une classe, les privait nécessairement de cette fréquentation prolongée d'une classe de Mathématiques, de son programme et de son professeur, pour les cantonner dans les classes du premier cycle où la virtuosité pédagogique prévaut souvent sur le « tonus » de la pensée mathématique.

Quant aux corrigés de devoirs, qui paraissaient moins dangereux aux stagiaires que les leçons, ils ont été, en fait, beaucoup moins réussis et ont déterminé un assez large échelonnement des mentions accordées comme sanction des épreuves. Nous souhitions d'abord, dans une certaine mesure, que les stagiaires eussent participé à l'élaboration même du problème proposé aux élèves et que ce problème ne fût pas extrait simplement de leur manuel ou de leurs *Annales du Baccalauréat* ; c'est que le devoir nous paraît être le prolongement même de notre enseignement, insistant sur les points où la classe aura manifesté une résistance, complétant ceux où le temps nous aura manqué lors de nos exposés en séance, ouvrant parfois une échappée pour nos meilleurs élèves, etc... ; le devoir n'est donc pas « la confection » d'un numéro ou d'un millésime de baccalauréat, mais le « sur mesure » d'un professeur averti de toutes les lacunes de ses élèves, comme de leurs besoins et de leurs possibilités, et qui compose à leur intention un texte personnel, à l'instar d'un bon médecin qui préfère formuler une ordonnance adaptée au tempérament de son patient, plutôt que de prescrire des spécialités passe-partout.

En outre, nous souhitions que la séance consacrée au corrigé ne consiste pas en la production d'une solution-type, mais qu'elle prouve la parfaite connaissance que le maître a acquise des copies de ses élèves et qu'elle soit un compte rendu organisé de tout ce qu'il a pu y rencontrer de bon et de varié ; citant à l'ordre du jour les auteurs de ces initiatives heureuses et les appelant quelques instants au tableau pour s'exprimer eux-mêmes à leur sujet, donnant à tous les élèves confiance dans l'efficacité de leur cours envisagé comme outil de recherche pour leur devoir, et montrant qu'en moyenne, à ce niveau, tout démarrage leur est bon, et que l'essentiel est qu'ils persévèrent dans leur effort jusqu'à ce que, portant leur attention sur certains indices, ils se trouvent amenés à rectifier leur voie.

Quant aux observations individuelles, d'ordinaire plus critiques que constructives, elles nous paraissent trouver meilleure place dans les annotations marginales des copies, qu'oralement, en classe même, à moins qu'une même observation concerne la grande majorité de la classe, ce qui oblige naturellement à remettre en cause avec insistance un passage particulier de l'enseignement antérieur.

Disons à ce sujet que la correction personnelle apportée aux copies par les stagiaires nous a paru fort soignée, dépassant parfois le soin matériel apporté par les élèves à leur rédaction ; nous ne saurions nous montrer, dès le début, trop exigeants pour la perfection formelle des copies, c'est une discipline nécessaire et facile à obtenir d'ailleurs, si nous savons réduire à une juste mesure l'ampleur de nos devoirs.

Nos jeunes gens ont d'ailleurs témoigné de qualités très variées : les uns, qui s'étaient montrés peu brillants aux épreuves théoriques, ont fait preuve d'une véritable vocation pédagogique et ont en particulier, fort bien réussi dès leurs débuts dans le premier cycle ; d'autres se sont moins bien adaptés aux auditoires les plus jeunes et étaient nettement plus à l'aise dans une classe de Première ou de Mathématiques ; mais tous, ou presque tous, ont apporté beaucoup de dévouement et de conviction

dans l'accomplissement de leur tâche, et nous voyons là une excellente garantie de leur succès futur.

En définitive, nous devons féliciter nos stagiaires pour leurs progrès, certes, mais surtout pour le goût du travail et pour l'esprit d'équipe qu'ils ont manifestés pendant leur année de stage : dès cette première année de fonctionnement des C.P.R., il nous a paru qu'en ce qui concerne les mathématiques, une mise au point a été réussie, et une tradition créée ; cet effort a même pu être orienté sans peine vers l'agrégation, à laquelle ont été reçus, dès cette année, quatre stagiaires masculins et une stagiaire féminine ; c'est sans doute en 1954 que se fera sentir complètement l'heureux effet de cette orientation.

Nous devons surtout exprimer notre gratitude aux Directeurs des Centres Pédagogiques Régionaux, à leurs collaborateurs et à nos conseillers pédagogiques qui ont accepté avec ferveur une lourde charge, dans leur désir de former pleinement nos stagiaires et de leur éviter les difficultés qu'ils avaient pu connaître eux-mêmes à leurs débuts ; les uns et les autres, ainsi que les membres de nos jurys académiques, ont apporté également une expérience pleine de soin, de bon sens et de dévouement à l'organisation parfois laborieuse de nos épreuves pratiques ; nous devons enfin des remerciements particuliers aux chefs d'établissements qui, tout au long d'une première année, que sans doute bien d'autres suivront, ont accepté d'assouplir leurs horaires et leurs consignes traditionnelles en faveur des stagiaires nombreux, ressortissant à toutes les disciplines, accaparant l'activité des conseillers pédagogiques, et faisant converger sur eux, dans la première quinzaine de mai, des jurys nombreux aussi et bien désorganisés.

P. DEDRON et L. THIBERGE.