

VI. Documents officiels

Agrégation de Mathématiques (Hommes)

Rapport de M. l'Inspecteur général DONTOT, Président du jury (SESSION 1953)

Le jury était composé de M. DONTOT, Inspecteur général de l'Instruction publique, président ; M. MILLOUX, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, vice-président ; M. GAUTHIER, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy ; M. CAGNAC, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Louis-le-Grand ; M. DOLLON, professeur de Mathématiques Supérieures au Lycée Louis-le-Grand.

ÉPREUVES ÉCRITES

Elles ont eu lieu les 1^{er}, 2, 4 et 6 juin.

Sur cent soixante-treize candidats inscrits, cent quarante-huit ont composé le premier jour, cent quarante-cinq le deuxième, cent trente-neuf le troisième, cent trente-six le quatrième et dernier jour.

Le jury, réuni le 1^{er} juillet, a proposé pour l'admissibilité les candidats ayant obtenu un total au moins égal à 32 (sur 80) pour l'ensemble des quatre épreuves. La liste des admissibles a compris 49 candidats, soit trois de plus qu'en 1952. La comparaison des épreuves avec celles de 1952 montre que la moyenne inférieure 8/20 est supérieure de 1 point à celle des épreuves de 1950, anormalement basse. Le nombre des candidats ayant effectivement remis quatre compositions a cessé de décroître ; il est de 136 en 1953, 137 en 1952, 167 en 1951, 170 en 1950. La diminution du nombre des candidats, sensible entre 1951 et 1952, semble due, comme l'indiquait M. ROBERT, Inspecteur général de l'Instruction publique, dans le rapport de l'année dernière, à la multiplication des concours de recrutement qui, de deux en 1950, sont passés à quatre en 1952. Le pourcentage des admissibles, pourcentage de candidats ayant subi les épreuves écrites en totalité, est passé de 25 % en 1950, à 36 % en 1953.

Cette augmentation du nombre des admissibles, en prolongeant la durée des épreuves orales, rend plus accablante encore la lourde charge du jury ; mais elle est la seule solution possible au problème du recrutement d'agrégés de Mathématiques en nombre d'ailleurs à peine suffisant pour pourvoir les seules chaires de Mathématiques Élémentaires et de classes préparatoires de nos établissements du Second Degré. Nul n'ignore les besoins dévorants de la recherche scientifique et de l'Enseignement Supérieur ; sur 11 élèves de l'Ecole Normale Supérieure reçus agrégés, un seul a demandé et obtenu un poste en 1953 ; il est donc indispensable, pour avoir des agrégés en nombre suffisant, d'allonger les listes de reçus, et ceci sans abaisser le niveau du concours ; il n'a paru possible de réaliser cette double condition qu'en permettant à un plus grand nombre de candidats d'affronter les épreuves orales, dans l'espoir qui s'est trouvé justifié que certains d'entre eux, placés dans de moins bonnes conditions de préparation que les élèves de nos Grandes Ecoles ou que les étudiants, soit parce qu'ils sont éloignés d'un centre, soit parce que professeurs déjà en exercice, instituteurs ou adjoints d'enseignement, ils poursuivent cette préparation en accomplissant leur tâche journalière, retrouveraient à l'oral une supériorité relative sur les autres candidats, due à leur expérience de l'enseignement et à des qualités pédagogiques brillantes.

La liste des admissibles en 1953 a compris sept professeurs des lycées, huit des collèges, quatre des établissements techniques, un des écoles normales, deux assistants des facultés, cinq stagiaires d'enseignement, un adjoint d'enseignement, un instituteur, soit au total vingt-neuf candidats participant à des charges d'enseignement ou de surveillance. Du côté des étudiants, onze élèves de l'Ecole Normale Supérieure de la

rue d'Ulm, un auditeur, cinq élèves de l'Ecole Normale Supérieure de St-Cloud, trois étudiants libres.

Parmi les quarante-neuf admissibles figuraient onze admissibles des sessions antérieures.

Les compositions écrites ont donné lieu aux observations qui suivent :

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Correcteur : M. DOLLON

I. — 1° Une tangente mobile à une conique à centre (Γ) rencontre en M et N deux tangentes fixes SA et SB touchant (Γ) en A et B, G et H sont les positions limites respectives de M quand N s'éloigne indéfiniment et de N quand M s'éloigne indéfiniment. Enfin F est l'un des deux foyers de (Γ).

Le théorème de Poncelet montrait sans peine que les triangles FGM et FNH sont directement semblables. Ayant choisi sur SG une direction d'axe quelconque, on sait ainsi lui associer sur SH une direction d'axe telle que $\overrightarrow{GM} > 0$ corresponde à $\overrightarrow{HN} > 0$ d'où la constance de $\overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{HN}$ (et même de $GM \cdot HN$) et occasionnellement le parallélisme de AB et GH.

Ainsi apparaît entre M et N une correspondance qui sera étendue à tout le plan.

Cette question fut traitée par la quasi-totalité des candidats avec des développements d'ailleurs plus ou moins opportuns.

2° Par contre, bien des candidats, et non des moins sérieux, furent arrêtés par cette question.

Nous adoptons les notations de l'énoncé. L désignant le point de rencontre autre que J de la droite JO avec le cercle (C), les points I, L, G, H formant sur ce cercle une division harmonique. Toute la suite découle de cette remarque.

Le théorème qu'on demandait d'établir n'est autre que le théorème de Faure : pour qu'un cercle soit harmoniquement circonscrit à une conique à centre, il faut et il suffit qu'il soit orthogonal à un cercle fixe concentrique à la conique, lieu des points de rencontre de deux tangentes rectangulaires à cette conique. Nous en donnerons plus loin une raison simple.

II. — 1° La recherche des invariants signalés par l'énoncé était du domaine le plus scolaire. Il est navrant de constater qu'au niveau de l'agrégation les connaissances les plus répandues sur les angles de droites et les angles de vecteurs soient aussi méconnues. Il serait au moins d'une probité élémentaire de ne pas escamoter les difficultés, ce qui a été le cas dans un trop grand nombre de copies.

2° La transformation ponctuelle ($\mathcal{C}$) se décomposait aisément en le produit d'une inversion de pôle G par une rotation bien déterminée. Bien des candidats ont alourdi cette décomposition de ($\mathcal{C}$) d'une similitude hors de propos.

($\mathcal{C}$) conserve les angles de cercles ou droites, mais change leur orientation : cela vient du fait que l'inversion positive utilisée possède cette propriété et que la rotation conserve simultanément les angles et leur orientation.

L'énoncé ne précisant rien sur l'angle de deux cercles sécants donnés, le correcteur acceptait à l'avance les hypothèses adoptées par les candidats pourvu qu'elles soient clairement formulées.

($\mathcal{C}$) transforme la droite GS en la droite HS. Le cercle (C) circonscrit au triangle SGH et la droite AB s'échangent mutuellement dans la transformation ($\mathcal{C}$). La réduction de ($\mathcal{C}$) à laquelle il est fait allusion plus haut met facilement en évidence ce résultat.

Rarement cette étude a été menée à bien pour l'excellente raison que l'analyse initiale de ($\mathcal{C}$) avait été faite très superficiellement.

3° La droite AB est supposée couper le cercle (C) en deux points distincts I et J.

Deux cas de figures à examiner, selon que GH et SI (ou SJ) se coupent à l'extérieur du cercle (C) ou non. Le retour à la définition de $(\mathcal{C})$ montre que I et J sont deux points doubles de cette transformation, et les seuls, les conditions écrites pour leur existence étant nécessaires et suffisantes.

Nous savons que dans $(\mathcal{C})$ la rotation ne modifie pas les relations angulaires et métriques imposées par l'inversion (cf. II, 1°) ; ainsi, choisissant le groupe des quatre points I, J, m , m_1 , dont les transformés sont les points I, J, n , n_1 par $(\mathcal{C})$, m_1

étant donné et m arbitraire, la constance de $(\overrightarrow{mI}, \overrightarrow{mJ}) + (\overrightarrow{nI}, \overrightarrow{nJ})$ et $\frac{\overrightarrow{mI}}{\overrightarrow{mJ}} : \frac{\overrightarrow{nI}}{\overrightarrow{nJ}}$ apparaît immédiatement.

Signalons maintenant que les points M et N (I, 1°) situés sur la tangente mobile à (Γ) sont tels que $GM.HN = GI.HJ$ et $(\overrightarrow{GM}, \overrightarrow{GI}) = (\overrightarrow{HI}, \overrightarrow{HN})$.

Les triangles GHI, NHI sont indirectement semblables. Les bissectrices des couples de côtés homologues ont même direction et les bissectrices de (IM, IN) restent invariables. Quand IM a la direction d'une telle bissectrice elle est confondue avec une tangente IMN à (Γ) . Donc, dans le cas actuel, il existe deux tangentes réelles et rectangulaires à (Γ) issues de I (ou de J) et I, J sont deux points du cercle orthoptique de (Γ) .

Revenant maintenant à l'énoncé on proposait l'étude du transformé par $(\mathcal{C})$ d'un cercle (U) passant par I et J.

Il était commode de repérer le cercle (U) par l'angle polaire de sa tangente par rapport à l'axe IJ. La réduction canonique de $(\mathcal{C})$ fait apparaître le cercle de diamètre $\Omega\Omega'$ (Ω , Ω' extrémités sur (C) du diamètre perpendiculaire à IJ). Le rôle de ces tangentes a été vu par bien peu de candidats.

Les cercles de centres respectifs Ω et Ω' passant par I et J sont globalement invariants ; les cercles (U) et (V) sont échangés par chacune des inversions positives ayant les deux cercles invariants comme cercles d'inversion.

Une figure correcte montrait que la transmuée de $(\mathcal{C})$ par l'inversion de pôle I et de puissance IJ^2 est une similitude indirecte, produit d'une symétrie par rapport à un axe fixe par une homothétie positive de point double J.

4° La droite AB n'est désormais, ni sécante, ni tangente au cercle (C).

$(\mathcal{C})$ transforme la droite AS en la droite BS, change A en S, change la droite AB en un cercle passant par G et S : en précisant la tangente en S à ce cercle on constate qu'elle coïncide avec la tangente en S au cercle (C). Ainsi $(\mathcal{C})$ change la droite AB en le cercle (C). On peut de même appliquer $(\mathcal{C})^{-1}$ au cercle (C).

Envisageons le faisceau de cercles déterminé par (C) et AB : l'opération $(\mathcal{C})$ le conserve globalement. Les points limites I_1 et J_1 de ce faisceau sont, ou bien invariants, ou bien échangés. Un raisonnement direct, fondé sur des considérations angulaires, montre qu'il faut écarter l'invariance et les points I_1 et J_1 sont échangés.

La vérification directe de cette propriété, à partir des relations démontrées au II, 2°, est assez pénible, mais accessible.

Ces mêmes relations, appliquées au groupe de points I_1, J_1, m, m_1 et J_1, I_1, n, n_1 , fournissent une construction du transformé n d'un point m donné connaissant I_1, J_1, m_1, n_1 .

Enfin, par une inversion de pôle I_1 et de puissance $I_1J_1^2$ la transmuée de $(\mathcal{C})$ est le produit d'une rotation de centre J_1 par une inversion de même pôle J_1 (on peut d'ailleurs généraliser en envisageant une inversion de pôle I_1 et de puissance quelconque). Inversion et rotation sont permutables.

L'inversion de pôle J_1 peut être supposée positive en augmentant au besoin de π l'angle de la rotation. Il n'y a qu'un cercle invariant, donc dans $(\mathcal{C})$ également :

en effet, l'inversion de pôle I_1 remplace tous les cercles du faisceau de points limites I_1 et J_1 par des cercles concentriques de centre J_1 ; le cercle invariant dans la transmuée est l'un des cercles de centre J_1 et par suite dans $(\mathcal{C})$ un des cercles du faisceau de points limites I_1 et J_1 .

III. — 1° Nous avons signalé (I, 1°) la constance du produit scalaire $\vec{GM} \cdot \vec{HN}$ quand MN enveloppe (Γ) .

Reprenant la construction des tangentes à (Γ) issues de G au moyen du cercle directeur de centre F' et du cercle de centre G passant par F, φ désignant le symétrique de F par rapport à l'une de ces tangentes, on a : $\vec{GM} \cdot \vec{HN} = -\vec{G\varphi} \cdot \vec{GF'}$, et comme :

$$F'\varphi^2 = 4a^2 = G\varphi^2 + GF'^2 - 2\vec{G\varphi} \cdot \vec{GF'},$$

$$\text{ou} \quad -\vec{G\varphi} \cdot \vec{GF'} = 2a^2 - \frac{GF^2 + GF'^2}{2} = 2a^2 - \frac{2GO^2 + 2c^2}{2}.$$

La puissance de G par rapport au cercle orthoptique étant : $\overline{w} = GO^2 - R^2$ la propriété demandée est établie en prenant, soit $R^2 = a^2 + b^2$ (ellipse), soit $R^2 = a^2 - b^2$ (hyperbole).

2° Il suffit ici de construire la figure et d'utiliser par exemple le fait que la puissance d'un point M par rapport à un cercle de diamètre EF est égale à $\vec{ME} \cdot \vec{MF}$ pour établir rapidement la relation demandée.

Dès II, 3°, la plupart des candidats se sont trouvés à bout de souffle, aussi II, 3° et III n'ont-elles été traitées que par un nombre restreint de candidats. Dans l'ensemble cependant cette composition a donné une impression satisfaisante et a joué son rôle sélectif ; l'échelle des notes allant de 2 à 18.

Cependant, en dépit des observations déjà formulées dans les précédents rapports l'écriture est trop souvent négligée, l'orthographe scandaleusement méprisée ; il est nécessaire qu'une rédaction soit claire, intelligible, illustrée de figures soigneusement exécutées. Hélas ! les figures, ou bien ont été systématiquement supprimées, ou bien tracées à la hâte et sans aucun soin. Trop de copies sont, à proprement parler, si négligées qu'il est difficile d'admettre qu'elles sont l'œuvre de professeurs en exercice ou de candidats professeurs. Les notes se répartissent ainsi : 61 notes égales ou supérieures à la moyenne 10 ; 27 notes inférieures ou égales à 5,5. Les meilleures copies ont obtenu 18, 17, 16, 14, 14, 14.

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

Correcteur : M. CAGNAC

Une droite Δ coupant un cercle $\mathcal{C}$ en deux points P et Q, on demandait d'étudier la correspondance entre la droite Δ et l'orthocentre M du triangle OPQ (O non situé sur $\mathcal{C}$, ni confondu avec le centre Ω de $\mathcal{C}$).

**

1° L'existence de M, évidemment acquise par voie élémentaire, lorsque Δ est sécante à $\mathcal{C}$, demandait à être justifiée dans les autres cas, soit que Δ soit une droite réelle non sécante, soit que Δ soit tangente à $\mathcal{C}$, soit que Δ soit imaginaire. C'était l'occasion de rappeler que tout calcul élémentaire effectué sur des variables réelles représentant des éléments géométriques réels conserve sa validité lorsque ces variables prennent des valeurs imaginaires, et qu'elles représentent des éléments géométriques imaginaires.

Deux droites imaginaires conjuguées se coupent en un point réel ; quelques candidats croient que, réciproquement, si deux droites imaginaires se coupent en un point réel, elles sont conjuguées : qu'ils songent aux droites $y = ix$ et $y = 2ix$.

2° En déterminant Δ par l'équation normale $x \cos \theta + y \sin \theta - p = 0$ et

posant $\overline{OM} = r$, dans la direction orientée par θ , on obtenait aisément, en utilisant le symétrique M' de M par rapport à Δ , situé sur le cercle OPQ ,

$$(1) \quad r = \frac{h}{p} + 2p - 2a \cos \theta.$$

24 candidats seulement ont, d'emblée, défini Δ de la façon précédente ; 12 y sont arrivés plus ou moins tardivement. Ceux qui se sont donné Δ sous la forme $ux + vy + w = 0$ sont encore arrivés à des formules utilisables, mais que dire de ceux qui se sont donné $\frac{x-x_0}{\alpha} = \frac{y-y_0}{\beta}$?

12 candidats ont calculé les coordonnées de P et Q à grand renfort de radicaux ; n'auraient-ils jamais encore médité sur l'usage des fonctions symétriques des racines d'une équation du second degré ?

32 candidats (sur 145 copies corrigées, soit 22 %) ont donné des valeurs inexactes pour les coordonnées de M et ont ainsi compromis tous leurs calculs ultérieurs : quand un problème de 7 heures repose sur le calcul initial des coordonnées d'un point, ce n'est pas « perdre son temps » que de contrôler l'exactitude de ces coordonnées, dans un cas numérique simple par exemple ; les 5 ou 10 minutes ainsi employées par le candidat sont « perdues » pour lui exactement comme les primes d'assurance contre l'incendie sont « perdues » par le propriétaire d'un immeuble.

Si, inversement, on donne $M(r, \theta)$, la formule (1) donne

$$F(p) = 2p^2 - (r + 2a \cos \theta)p + k = 0 \quad (2),$$

d'où deux droites $\Delta(p')$ et $\delta(p'')$ associées par $p'p'' = \frac{k}{2}$, droites réelles seulement si

$$(r + 2a \cos \theta)^2 - 8k \geq 0,$$

si $k < 0$, Δ et δ sont réelles,

si $k > 0$, Δ et δ ne sont réelles que si $|r + 2a \cos \theta| \geq 2\sqrt{2k}$ (3).

La majorité des candidats ayant défini M par ses coordonnées cartésiennes x_0, y_0 et Δ par l'équation $ux + vy + w = 0$, on pouvait obtenir Δ en posant $u = x_0, v = y_0$; w est alors racine de

$$2w^2 + w(2ax_0 + x_0^2 + y_0^2 + k(x_0^2 + y_0^2)) = 0 ;$$

la condition de réalité s'écrit ainsi :

$$(x_0^2 + y_0^2 + 2ax_0)^2 - 8k(x_0^2 + y_0^2) \geq 0 \quad (4).$$

Parmi les candidats qui ont obtenu la condition (4), la moitié seulement a constaté que la ligne $\mathcal{L}$ visée par l'énoncé ($k > 0$) s'obtenait aisément en coordonnées polaires ; les autres ont renoncé en général à construire $\mathcal{L}$, les plus courageux ont considéré un trinôme bicarré en y_0 et ont discuté ses racines...

57 candidats seulement ont écrit la condition (3). Malgré les indications de l'énoncé, un tiers seulement de ces candidats a fait un effort pour dessiner les trois formes possibles que pouvait prendre $\mathcal{L}$.

Aucun candidat n'a fait observer que si $\mathcal{L}$ n'a pas de boucle ($R < \frac{d}{\sqrt{2}}$), $\mathcal{L}$ a nécessairement deux points d'inflexion.

16 candidats ont vu que si M est donné en O , Δ est une corde de $\odot$ vue de O sous un angle droit ; un seul d'entre eux a discuté la nature de la conique enveloppe Δ de ces droites Δ .

3° Supposons Δ tangente à $C(\Omega, b)$; $|a \cos \theta - p| = b$,

$$p = a \cos \theta + \varepsilon b \quad (\varepsilon = \pm 1),$$

$$d'où \quad r = \frac{k}{a \cos \theta + \varepsilon b} + 2\varepsilon b \quad (5).$$

Trop peu de candidats ont eu l'occasion de réfléchir sur les coordonnées polaires et d'apprendre que chacune des équations

$r = -2a \cos \theta + 2\sqrt{2k}$ et $r = -2a \cos \theta - 2\sqrt{2k}$ représente la même courbe. De même, chacune des équations (5), avec $\varepsilon = 1$ ou $\varepsilon = -1$, représente la même courbe C_1 , conchoïde d'une conique de foyer O.

Si I et i sont les projections de O sur les droites Δ et δ homologues de M, $\overline{OI} \cdot \overline{Oi} = \frac{k}{2}$; par suite, lorsque $k > 0$, les points M, tels que Δ et δ soient confondues

sont homologues des tangentes au cercle $O \left(O, \sqrt{\frac{k}{2}} \right)$. Lorsque Δ enveloppe C, les positions pour lesquelles Δ est en outre tangente à O ont pour homologues les points de contact de $\mathcal{Q}$ et de C_1 (aucun candidat ne l'a vu).

Un seul candidat a observé qu'un point double de C_1 est homologue de deux tangentes à C, associées par la transformation $\mathcal{C}$.

4° M étant choisi de façon que Δ et δ soient réelles, on demandait si ces droites étaient sécantes à C. Elles ne le sont que si, p étant une racine de (2),

$$|a \cos \theta - p| < R, \quad \text{ou} \quad a \cos \theta - R < p < a \cos \theta + R.$$

On devait placer les racines de l'équation (2) par rapport aux nombres

$$\alpha = a \cos \theta + R, \quad \beta = a \cos \theta - R.$$

Aucun candidat n'a résolu cette question ; la plupart ne l'ont même pas abordée, s'avouant ainsi incapables de la traiter.

Un seul candidat a fait un effort sérieux pour aboutir : il a étudié correctement le signe de $F(\alpha)$ et $F(\beta)$ suivant la position de M dans le plan. Mais dans les régions où $F(\alpha)$ et $F(\beta)$ étaient positifs, il s'est borné à placer α et β par rapport à la demi-somme des racines, sans se soucier de la réalité des racines, nullement acquise pour

tout M, dans les hypothèses $R = \frac{a}{2}$ ou $R = \frac{a}{4}$; rappelons donc que la demi-somme des racines ne joue qu'un rôle épisodique, qu'elle n'est qu'un moyen de contrôle, qu'on peut la remplacer par tout nombre compris entre les racines, et que sa considération n'amène jamais la subdivision des régions déjà mises en évidence par l'étude du signe du discriminant, de $F(\alpha)$, de $F(\beta)$.

Quelques rares candidats ont signalé que $F(\alpha)$ et $F(\beta)$ étaient nuls sur la courbe C, transformée de C comme C_1 l'est de C au I. 3° : C_1 est une conchoïde de conique. $\mathcal{Q}$ étant l'enveloppe des C et C étant l'un des C, l'étude du contact de C_1 et de $\mathcal{Q}$ était immédiate : pour $R = \frac{a}{2}$, C_1 et $\mathcal{Q}$ ont deux contacts réels ; pour $R = \frac{a}{4}$, C_1 et $\mathcal{Q}$ ont quatre contacts réels ; aucun candidat n'en a parlé.

La partie II a été abordée par la plupart des candidats. En appelant ρ et α les coordonnées polaires de μ , le lieu Σ de M a pour équation polaire

$$r = 2\rho \cos(\theta - \alpha) - 2a \cos \theta + \frac{k}{\rho \cos(\theta - \alpha)},$$

et on y a reconnu souvent la génération classique des cubiques circulaires à point double.

Aux tangentes issues de μ à Δ correspondent deux positions de M confondues avec O ; à la droite $O\mu$ correspond M à l'infini dans la direction perpendiculaire ; aux tangentes issues de μ à O correspondent les contacts de Σ avec $\mathcal{Q}$.

Félicitons les quatre candidats qui, pour trouver le lieu G, n'ont pas hésité à prendre pour nouvel axe OX la droite issue de O, d'angle polaire α , que décrivait μ .

Une dizaine de candidats ont obtenu correctement les coordonnées du point M, homologue du plan donné II, dans la partie III.

Quatorze candidats ont obtenu des notes égales ou supérieures à la moyenne ; les meilleures sont 16,5 ; 16 ; 15 ; 15 ; 14,5 ; 14 ; 13 ; 13 ; 12 ; 12 ; 11. Elles récompensent des solutions certes incomplètes, mais bien présentées ; résultats établis avec un minimum de calculs, rédactions convenables. Les auteurs de ces copies ont témoigné d'une connaissance très suffisante des coordonnées polaires.

Un candidat s'est signalé, et par l'ingéniosité des méthodes qu'il a mises en œuvre, et par la désinvolture avec laquelle il les a exposées (si l'on peut dire) ; souhaitons que les mémoires qu'il rédigera, tôt ou tard, soient d'un autre style.

Trop de copies malheureusement attestent l'ignorance de leurs auteurs en Géométrie analytique ; la moyenne générale de l'épreuve est 4,47 et quatre-vingt-onze candidats ont des notes inférieures ou égales à 5,5.

La faiblesse de ces résultats est certes due en grande partie au fait que de nombreux candidats n'ont fréquenté, ni les classes de Mathématiques Supérieures, ni les classes de Spéciales, mais elle est aussi la conséquence de singulières méthodes de travail. Nous avons signalé déjà que de très nombreux candidats négligent de vérifier leurs calculs, et en particulier les calculs préliminaires qui commandent ceux qui vont suivre ; une formule générale doit être exacte dans les cas particuliers et on devrait prendre soin de la vérifier dans un ou deux de ces cas. Ajoutons encore que les fautes d'homogénéité, parce qu'elles sont visibles, sont inadmissibles dans une copie de candidat ; elles révèlent une erreur comme un signal d'alarme prévient d'un accident ; elles devraient être corrigées ; or nous avons trouvé dans les copies nom-

bre de $1 + 16a^2$, $1 - 2a$, $k < \frac{a}{\sqrt{2}}$, $2x^2 - \frac{x^2}{y}$.. etc.).

Notons encore que les candidats négligent d'ordonner et de simplifier leurs calculs avant de les interpréter ; il en résulte des affirmations contradictoires et étonnantes ; un candidat ayant obtenu l'équation tangentielle

$$(2h^2 + r^2k)(u^2 + v^2) + 2uh(av^2 - uh) = 0,$$

déclare : « L'enveloppe de 4^e classe définie ci-dessus est une conique de foyer O. »

Un autre parle de deux limaçons de Pascal « qui ne forment qu'une seule et même courbe, car on a, dans l'un et l'autre cas, $r = -2(a \cos \theta \pm \sqrt{2k})$.

Un troisième venant d'obtenir ce même résultat écrit : « Equations de deux conchoïdes confondues car $r_2(\theta + \pi) = -r_1(\theta)$. »

Faut-il rappeler à des candidats professeurs, qui sont déjà en très grand nombre des professeurs, qu'un texte est fait pour être lu et qu'à la première lecture il doit être compris ? Qu'il est indispensable de rédiger très clairement un document écrit quel qu'il soit, parce que, justement, il est un document qui sera, non seulement lu, mais relu ? Faut-il leur rappeler aussi le principe cartésien ; ne rien affirmer comme certain qui n'ait été démontré tel. Dans trop de copies, le résultat est affirmé d'abord ; on tente ensuite de le justifier (en abusant de la conjonction : *car*) ; mais la tentative de justification met très souvent en évidence la fausseté de l'affirmation initiale ; celle-ci était donc prématurée. Mieux aurait valu ne conclure qu'après avoir démontré.

COMPOSITION DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL Correcteur : M. MILLOUX

Le problème consiste essentiellement dans l'étude de l'approximation d'une fonction réelle $g(x)$ de la variable réelle x , définie pour toutes les valeurs de cette variable, continue ou plus généralement intégrable au sens de Riemann, par une fonction

interpolatoire coïncidant avec $g(x)$ en des points de plus en plus resserrés sur l'axe des x . C'est donc avant tout un problème de la théorie des fonctions d'une variable réelle. Cependant, dans le but d'élargir le champ d'investigation des connaissances des candidats, la méthode proposée dans les deux premiers paragraphes ressort de la théorie des fonctions d'une variable complexe z : il s'agit de trouver le développement de la fonction $\frac{1}{\sin^2 z}$ en série de fractions rationnelles.

La rédaction de l'énoncé a été conçue de façon à rendre le problème progressif, et, dans ses trois premiers paragraphes, abordable par tout licencié de force moyenne. En fait, il n'y a eu qu'une copie blanche ; sauf rares exceptions, les candidats ont traité ces trois paragraphes avec plus ou moins de bonheur. Une cinquantaine d'entre eux ont abordé le quatrième ; cinq sur une dizaine ont écrit des choses raisonnables sur le cinquième ; enfin, un seul candidat a traité le sixième et dernier paragraphe.

Il a paru au correcteur que les connaissances en analyse sont plus étendues et plus solides cette année que l'an dernier. Cependant, dès le début du problème, on trouve de graves lacunes relatives à des notions simples et importantes : convergence, convergence uniforme. Les plus typiques et les plus fréquentes des erreurs sont les suivantes :

Une série à termes positifs converge quand son terme général tend vers 0. Dans une série à termes complexes ou réels, il est licite d'associer ces termes deux à deux avant d'étudier la nature de la série. La convergence d'une série dépendant d'un paramètre, lorsque celui-ci appartient à un intervalle fermé ou à un domaine fermé, est de nature uniforme, etc...

Une autre erreur vaut d'être soulignée : comme on s'en rendra compte, il est inconcevable que son auteur ait pu acquérir le titre de licencié. Le problème qui se pose à lui est d'établir la convergence de la série dont le terme général est $\frac{1}{n^2 + k}$

(n entier positif, k constante positive). Il applique la règle de Cauchy, mais non pas en extrayant la racine n^{e} du terme général ; il multiplie n par la racine carrée de ce terme. Il est probable que la règle de Cauchy s'est trouvée déformée dans son esprit par la chute de l'indice n du radical ; l'indice a pu ainsi devenir facteur. Mais ce n'est pas tout : la quantité obtenue par le candidat tend vers 1 lorsque n augmente indéfiniment. Il n'y a pas de quoi s'embarrasser pour si peu, et appliquer des règles compliquées ; il suffit, pour le candidat, de noter que la quantité étudiée tend vers 1 par valeurs inférieures : la convergence en résulte !

Certaines erreurs sur les fonctions méromorphes ou entières, sans être aussi grossières que les précédentes, sont cependant assez choquantes. Ainsi, et à de trop nombreux exemplaires, on trouve le théorème suivant : une fonction entière est identiquement nulle si elle tend vers 0 sur un rayon issu de l'origine. Pour d'autres candidats, dans les mêmes conditions, la fonction se contente plus modestement d'avoir un zéro à l'infini. Enfin, pour l'un des agrégés de cette année, une fonction méromorphe, dépourvue de pôles, ne peut être qu'une constante.

Dans les deux premiers paragraphes, plus des deux tiers des candidats ont buté sur les questions un peu délicates, notamment sur l'étude de la convergence de la série très simple proposée au début du problème. Le troisième paragraphe contient une étude de continuité où l'on retrouve les mêmes faiblesses ; cependant, il a été un peu mieux traité que les précédents.

L'énoncé du quatrième paragraphe débute par une charitable majoration, permettant à tout candidat un peu averti de traiter les questions de continuité qui suivent : un certain nombre en ont profité. La fin, plus délicate, n'a été réussie que par cinq candidats.

Les cinquième et sixième paragraphes étaient réservés aux candidats brillants, ayant pu traiter convenablement et rapidement les quatre premières parties.

Les renseignements qui suivent résument les impressions du correcteur sur les valeurs des compositions et sur l'efficacité du problème ; deux copies, cotées 20 et 19, sont excellentes ; la première contient la solution totale et convenable du problème ; la seconde, meilleure que la première sur certains points, s'arrête pratiquement à la fin du cinquième paragraphe.

Après ces deux têtes, l'on trouve encore de très bonnes et de bonnes copies, cotées 16,5 ; 15,5 ; 15 ; 14,5 ; 14 ; 13,5 ; 13. En rangeant les candidats par ordre de notes décroissantes, le dixième a 11,5 ; le vingtième a 9 ; le trentième a 8 ; le quarantième a 7 ; le cinquantième a 6,5, etc...

La moyenne des notes est 5,82 ; elle est supérieure de plus d'un point à celle de l'an dernier.

Ceux des candidats refusés qui ont l'intention de se présenter à nouveau l'an prochain devront faire de gros efforts pour améliorer leurs connaissances en Analyse, s'ils ont obtenu moins de 6 ou 7 points cette année.

COMPOSITION DE MÉCANIQUE RATIONNELLE

Correcteur : M. GAUTHIER

Le problème proposé en Mécanique rationnelle était de la conception la plus traditionnelle : mouvement d'un solide pesant, de révolution, évoluant en contact avec un plan horizontal fixe.

Il s'agissait d'une petite toupie, nommée Tippe-Top, qui a fait récemment son apparition chez les marchands de jouets, et qui a eu un gros succès, à cause de l'aspect paradoxal de son mouvement : la toupie lancée s'obstine à « culbuter » et achever son mouvement en tournant sur « sa queue ». Il y a là un effet du frottement, associé à un choix convenable de l'emplacement du centre de gravité et de la forme de l'ellipsoïde d'inertie.

Le problème comportait une étude d'ensemble du phénomène : il était, de ce fait, un peu long. La dernière question, d'ailleurs difficile, étude d'un choc avec frottement engageant deux liaisons unilatérales, n'a été abordée par aucun candidat. Le correcteur n'a pas tenu compte de cette question finale.

Le problème commençait par un préambule géométrique destiné à faciliter la mise en équations du problème mécanique : la caractérisation de la méridienne par sa définition tangentielle au moyen d'une équation normale d'Euler permettait d'éviter l'introduction de paramètres inessentiels. Certains candidats, qui, par ailleurs, semblent connaître les lois de la mécanique, n'ont pas compris que la caractérisation de la méridienne n'exige la connaissance que d'une seule fonction. La fonction $h(\theta)$ de l'énoncé y suffisait. Ces candidats n'avaient-ils donc pas étudié la théorie des enveloppes de droites ?

Le fait que $h(\theta)$ caractérisait, non pas la forme géométrique précise de la méridienne, mais plutôt son enveloppe convexe, qui, seule, importe d'ailleurs au mécanicien, n'a été clairement conçu que par un très petit nombre de candidats, ceux qui, au cours des autres épreuves, ont également affirmé leur qualité de mathématicien.

C'est sans doute la raison pour laquelle la fonction $h(\theta)$ du Tippe-Top, continue, mais dont les dérivées première et seconde ont une discontinuité, n'a été étudiée correctement que dans moins de la moitié des copies. Cette fonction, dont l'étude n'exigeait pas de compétence supérieure à celle d'un candidat au baccalauréat, aurait cependant dû aider les candidats qui manquaient d'intuition, s'ils avaient eu la conscience de la poursuivre avec soin. Ceci montre l'inaptitude d'un grand nombre de candidats à utiliser dans un cas précis, les théories acquises en géométrie infinitésimale et en analyse.

La première partie, étude du mouvement sans frottement, très classique et très facile, n'a arrêté que les candidats d'une insuffisance indiscutable. Aucun candidat,

cependant, n'a approfondi l'étude des quadratures suffisamment pour avoir constaté que l'intégration peut être achevée au moyen des fonctions elliptiques.

La seconde et la troisième partie, étudiées simultanément par certains candidats, séparément par d'autres, ont suffi à classer la grosse majorité des copies.

La mise en équations n'est pas toujours correcte : on utilise les théorèmes généraux dans un repère mobile sans associer à ce fait les précautions indispensables ; ou bien, on utilise des multiplicateurs de Lagrange sans leur donner de signification mécanique : il en résulte d'inévitables fautes de calcul que l'on ne voit pas.

La réduction aux quadratures dans certains cas particuliers suggérés par l'énoncé n'est pas toujours conduite très honnêtement : on contorsionne les raisonnements, et au besoin affirme ce qui est nécessaire pour aboutir coûte que coûte à la conclusion contenue dans l'énoncé, alors que le point de départ, inexistant ou insuffisamment précisé, ne permettrait pas de conclure. Les candidats qui se comportent ainsi pensent-ils que le professeur qu'ils espèrent devenir aura le droit de mystifier ses élèves ? Croient-ils simplement tromper l'attention vigilante de leur examinateur ?

Certains candidats semblent ignorer que dans le cas d'un mouvement sans glissement l'intégrale des forces vives est valable. Aucun candidat n'a poursuivi l'étude des quadratures, dans ce cas, jusqu'à montrer que l'intégration peut être achevée au moyen de fonctions hypergéométriques.

L'existence de l'intégrale première J , qui fournit la clef, dans l'étude de l'évolution mystérieuse du Tippo-Top, intégrale qui résulte de l'élimination de la composante transversale de la réaction entre l'équation du mouvement transversal du centre de gravité et celle du moment cinétique par rapport à l'axe de révolution (transversal signifiant : perpendiculaire au plan méridien de contact) a été mise en évidence par 18 candidats dont 12 ont obtenu une expression correcte.

Plusieurs candidats ont essayé d'interpréter mécaniquement leur résultat : un seul a su manifester, par un calcul vectoriel simple, le rôle joué par l'axe instantané GK.

D'une manière générale, on peut noter dans la quasi-totalité des copies un aspect négligé, des fautes sottes, une orthographe déplorable. Devrait-on trouver dans la copie d'un futur professeur des mots tels que : cecie, dinamyque, oscilatoire, indication, contacte... Que dire même de ce candidat qui parle des travaux de L'Agrange ?

On rencontre aussi un curieux manque de bon sens : dans des calculs cinématiques on obtient comme expressions d'une vitesse des formules qui font intervenir des dérivées secondes. Un tel résultat n'est-il donc pas suffisamment choquant pour arrêter l'élan de nos imperturbables calculateurs ?

Il y a eu 136 copies soumises à la correction. Les meilleures notes ont été 19, 18 (deux fois), 17 (deux fois), 16 (deux fois) et 15 (deux fois). Les plus mauvaises notes ont été 2 (quatre fois), 1, et $1\frac{1}{2}$. La moyenne des notes est de 8,31. Il y a 44 copies qui atteignent ou dépassent 10 ; quinze copies entre 8 et 10 ; cinquante et une copies entre 5 et 8 ; vingt-six copies qui ne dépassent pas 5.

ÉPREUVES ORALES

Elles ont eu lieu au Lycée Saint-Louis pour les quarante-neuf admissibles. Ceux-ci ont été groupés en deux séries de manière à réduire au minimum la durée du séjour à Paris de chaque candidat : l'appel de la première série a eu lieu le dimanche 5 juillet, celui de la seconde le mercredi 15. Les épreuves pratiques, communes aux deux séries, ont été subies le jeudi 16 juillet ; à cette date, les 27 candidats de la 1^{re} série avaient terminé leurs épreuves orales et les 22 candidats de la 2^e série s'apprêtaient à les subir à leur tour.

Chacun des admissibles avait à traiter une leçon de Mathématiques Élémentaires et une leçon de Mathématiques Spéciales, après préparation de 3 ou 4 heures. Les

sujets de ces leçons sont tirés au sort le jour de l'appel des candidats, en leur présence ; elles sont jumelées. Voici la liste de ces leçons ; les leçons jumelées portent le même numéro.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

(Textes)

Le texte de la leçon est précédé de l'indication de la classe à laquelle elle est destinée.

1. *Sc. exp.* Fonction logarithme népérien de x . Formule $La + Lb = Lab$. Logarithme vulgaire.
2. *Math.* Première leçon sur la résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques à une inconnue. L'étude de l'équation : $a \cos x + b \sin x = c$ n'est pas comprise dans la leçon.
3. *Première.* Volume des parallélépipèdes et des prismes.
4. *Math.* La théorie de l'inversion dans le plan et dans l'espace est supposée faite. Traiter des applications.
5. *Math. Sup.* Ellipse et cercle déduits l'un de l'autre par affinité. Diamètre. Diamètres conjugués.
6. *Première.* Problèmes du second degré. (Les théories relatives au signe du trinôme du second degré, à sa représentation graphique, ont fait l'objet d'études antérieures).
7. *Math.* Diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres. Propriétés du P.G.C.D. Nombres premiers entre eux. Propriétés. (La leçon sur la définition et les propriétés des nombres premiers sera faite ultérieurement).
8. *Première.* Rabattement d'un plan sur un plan horizontal, angle de deux droites, distance d'un point à une droite.
N.-B. — On rappelle que le programme de Première ne comporte que l'emploi d'une projection cotée.
9. *Math.* Conique définie par un foyer, la directrice correspondante et l'excentricité : tangente en un point ; lieu de la projection orthogonale du foyer sur la tangente.
10. *Math.* Trièdres. Inégalités entre les faces, entre les dièdres. Trièdres supplémentaires.
11. *Math.* Définition de l'homothétie. Propriété caractéristique. Produit d'homothéties.
12. *Math.* La définition et les propriétés de l'inversion dans le plan ont été étudiées. Première leçon sur l'inversion dans l'espace.
13. *Math.* Exemples de fonctions de la forme : $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ $a' \neq 0$
à coefficients numériques. (En ce qui concerne les limites et la continuité on admettra les règles opératoires. On admettra aussi les théorèmes qui permettent de déduire le sens de variation du signe de la dérivée).
14. *Math. Sup.* Géométrie. Hyperbole définie par ses asymptotes et un point.
15. *Math. Sup.* Géométrie. Une tangente variable à une parabole détermine sur deux tangentes fixe des divisions semblables. Réciproque. Applications.
16. *Math.* Mouvement diurne du soleil. Inégalité des jours et des nuits aux différentes latitudes.
17. *Seconde.* Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
18. *Math.* Equivalence des deux définitions suivantes : 1° Lieu des centres des cercles passant par un point, tangents à un cercle ou à une droite. —

- 2° Lieu des points dont le rapport des distances à un point et à une droite est constant.
19. *Math. Sup.* Géométrie. Etude des tangentes et des asymptotes de l'hyperbole définie : 1° à partir de ses deux foyers ; 2° à partir d'un foyer et de la directrice correspondante.
20. *Seconde.* Etude des fonctions $\frac{1}{x}$ et $\frac{a}{x}$. Représentation graphique.
21. *Première.* Parallélisme des droites et des plans.
22. *Première.* Plans perpendiculaires à une droite. Droites perpendiculaires à un plan.
23. *Math.* Définition et propriétés des nombres premiers. Application aux diviseurs et aux multiples.
24. *Sc. exp.* Combinaisons. Probabilités simples.
25. *Première.* Angles dièdres. Plans perpendiculaires. La mesure des dièdres ne fait pas partie de la leçon.
26. *Math.* Similitude plane en tant que transformation ponctuelle.
27. *Math.* Exemples simples de détermination de coniques par la donnée d'éléments réels tels que : points, tangentes, foyers, directrices, etc...
28. *Seconde.* Fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$. On étudiera les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 0$; le signe de $f(x)$; le sens de variation de $f(x)$.
29. *Math. Sup.* Existence et construction du centre de rotation de deux figures directement égales. Exercices.
30. *Première.* Géométrie. Surface cylindrique à directrice circulaire et surface conique à directrice circulaire. Définition ; section par un plan parallèle au plan de la directrice ; plan tangent.
31. *Math.* Première leçon sur les fractions.
32. *Math.* Géométrie descriptive. Exemples de représentation de prismes et de pyramides.
33. *Seconde.* Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
34. *Math.* Première leçon sur les nombres positifs et négatifs.
35. *Seconde.* Division harmonique. Faisceau harmonique. Lieu des points dont le rapport des distances à deux points fixes est constant.
36. *Math. Sup.* Géométrie. Etude en géométrie plane des cercles tangents à un cercle et à une droite donnés.
37. *Math. Sup.* Ellipse et cercle déduits l'un de l'autre par affinité. Applications (en particulier génération de l'ellipse par le procédé dit « de la bande de papier »).
38. *Première.* Variation de la fonction : $y = \frac{ax + b}{a'x + b'}$. Représentation graphique.
(On suppose étudiée la fonction $\frac{a}{x}$).
39. *Math.* Géométrie plane. Cercles passant par deux points donnés tangents à un cercle donné. Intersection d'une droite avec une ellipse et une hyperbole définies par un foyer et le cercle directeur ayant pour centre l'autre foyer.
40. *Math.* Similitude plane définie comme le produit d'une homothétie et d'un déplacement. Forme canonique.
41. *Math. Sup.* Géométrie pure. Etude des déplacements dans l'espace : 1° dans le cas où un point est invariant ; 2° dans le cas général. (On suppose connues les définitions et les propriétés fondamentales élémentaires de la translation, de la rotation, et, au besoin, des symétries).

42. *Math.* Définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre entier à une unité près.
43. *Math.* Cinématique. Vecteur vitesse et vecteur accélération. Application au cas du mouvement circulaire uniforme.
44. *Math. Sup.* (Les notions de pôle et polaire par rapport au cercle sont supposées connues). Transformation par polaires réciproques par rapport à un cercle. Applications.
45. *Math.* Géométrie et géométrie cotée. (Les changements de plan, rotations et rabattements ont été étudiés). Problèmes de distances et d'angles. (Le candidat traitera chaque problème par la méthode de son choix).
46. *Math.* Justification des règles pratiques pour obtenir le quotient et le reste de la division de deux nombres naturels (entiers positifs).
47. *Math. Sup.* Les translations et rotations de l'espace ont été étudiées. Etudier la symétrie par rapport à une droite (demi-tour ou transposition) et le produit de deux transpositions. Cas particuliers.
48. *Seconde.* Etude de la fonction linéaire. Représentation graphique (les vecteurs unitaires des axes étant ou non de même longueur). Association à une droite d'une fonction linéaire. Coefficient angulaire d'une droite. Pente.
49. *Math.* Sphère céleste. Coordonnées horizontales. Sphère terrestre. Coordonnées géographiques. Ecliptique. Coordonnées écliptiques.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

(Textes)

Les leçons précédées de l'indication *Sup.* sont supposées faites en classes de Math. Supérieures, les autres en Spéciales.

1. *Spéc.* Surfaces du second ordre ; points conjugués ; plan polaire d'un point ; droites conjuguées.
2. *Spéc.* Enveloppe d'une famille de courbes planes, représentées par $f(x, y, \lambda) = 0$.
3. *Spéc.* Etude de la fonction $\varphi(x) = \int_{x_0}^x f(t)dt$, quand x tend vers $+\infty$, $f(x)$ étant positive et décroissante pour $x \geq x_0$; exemples. Application aux séries.
4. *Sup.* Division de deux polynômes suivant les puissances croissantes de la variable. Quotient à un ordre donné de deux développements limités.
5. *Spéc.* Extension au domaine complexe des notions de limite d'une suite convergente ; convergence d'une série, absolue convergence. Multiplication de deux séries absolument convergentes.
6. *Spéc.* Travail d'une force ; définition ; exemples ; cas d'une fonction de forces.
7. *Sup.* Exposer sur des exemples simples l'application de la variation des fonctions à la séparation des racines d'une équation.
8. *Spéc.* Fonction inverse d'une fonction continue monotone. Représentation graphique. Exemples.
9. *Spéc.* Théorème de Rolle et formule des accroissements finis. Représentation graphique. Emploi de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction (on se bornera aux théorèmes généraux sans traiter aucun exemple).
10. *Spéc.* Intégration d'une expression de la forme $f(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$, $a \neq 0$, dans laquelle la fonction $f(x, y)$ est une fraction rationnelle.
11. *Spéc.* Géométrie analytique. Lieux géométriques dans le plan.

12. *Spéc.* Exemples simples de développements en séries entières de fonctions à l'aide d'une équation différentielle.
13. *Spéc.* Géométrie descriptive. Intersection de deux cônes du second ordre ayant une génératrice commune. On donnera, comme application, une épure comportant deux projections.
14. *Spéc.* Les premières notions sur les séries étant acquises, exposer les méthodes d'étude de la convergence des séries à termes positifs.
15. *Spéc.* Application des principes de la Mécanique à l'étude du mouvement curviligne d'un point M dont l'accélération passe constamment par un point fixe O, est dirigée vers O, et est inversement proportionnelle au carré de la distance OM. Après avoir obtenu les formules générales on se bornera à étudier complètement un cas de mouvement parabolique défini par des conditions initiales numériques.
16. *Sup.* Correspondance homographique entre deux points sur deux bases rectilignes fixes, ou deux rayons de deux faisceaux linéaires fixes de droites.
17. *Sup.* Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples de la forme $\frac{A}{(x-a)^\alpha}$. A et a complexes, α entier. Exemples et applications.
18. *Spéc.* Résolution d'un système d'équations linéaires au moyen des déterminants.
19. *Spéc.* Première leçon sur les courbes gauches. Tangente. Plan osculateur.
20. *Spéc.* Géométrie analytique : génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.
21. *Sup.* L'étude des développements limités étant supposée faite, on montrera le parti qu'on peut en tirer pour des recherches de limites, ou des études de fonctions infiniment petites ou infiniment grandes.
22. *Sup.* Définition des coordonnées polaires. Equations, en coordonnées polaires, de la droite, du cercle, d'une conique dont le pôle est un foyer.
23. *Sup.* Définition ponctuelle et tangentielle des coniques par l'homographie (l'étude des correspondances homographiques entre points de deux droites ou entre droites de deux faisceaux est supposée faite).
24. *Sup.* Enveloppe, définie paramétriquement, d'une droite dont l'équation dépend d'un seul paramètre. Point caractéristique.
25. *Spéc.* Courbure d'une courbe plane. Développée d'une courbe plane.
26. *Spéc.* Mécanique. Mouvement d'un point sous l'action d'une force centrale attractive proportionnelle à la distance.
27. *Sup.* Construction des courbes en coordonnées polaires (les théories relatives aux tangentes et aux branches infinies sont supposées acquises).
28. *Spéc.* Sections circulaires réelles des surfaces du second ordre.
29. *Spéc.* Fonctions de plusieurs variables réelles indépendantes. Dérivées partielles. Dérivée d'une fonction composée. (La formule de Taylor n'est pas demandée).
30. *Spéc.* L'étude des exposants rationnels est supposée faite. Définition de la fonction a^x pour x réel quelconque. Etude de ses propriétés (on ne parlera pas de la dérivation). On ne considère pas comme connue la fonction $\log Lx$ et on n'en parlera pas.
31. *Sup.* Systèmes de vecteurs glissants. Moment résultant. Axe central. (La théorie du moment d'un vecteur par rapport à un point est supposée connue).
32. *Spéc.* Séries entières, à coefficients réels, d'une variable réelle. Intervalle de convergence ; à l'intérieur de l'intervalle de convergence on obtient

- la dérivée ou une primitive de la fonction définie par la série en dérivant ou en intégrant terme à terme.
33. *Spéc.* Foyers et directrices dans les coniques.
34. *Spéc.* L'intégration des fractions rationnelles en x ainsi que des polynômes entiers en $\sin x$ et $\cos x$ ayant été traitée, on exposera les méthodes qui permettent d'intégrer une fonction rationnelle en $\sin x$ et $\cos x$.
35. *Spéc.* Application du calcul des intégrales simples à la rectification des courbes (planes et gauches). Exemples.
36. *Spéc.* Fonctions symétriques entières de n variables.
37. *Spéc.* Intégration des fractions rationnelles.
38. *Sup.* Géométrie et géométrie descriptive. Intersection de deux cônes circonscrits à une même sphère.
39. *Spéc.* Etude du mouvement rectiligne sous l'action d'une force dépendant seulement de la distance x du point mobile à un point fixe de sa trajectoire ; choisir un exemple où l'on peut pousser jusqu'au bout le calcul de x en fonction du temps, et un exemple où l'intégrale des forces vives permet de déterminer l'allure du mouvement.
40. *Sup.* Emploi de la dérivée pour l'étude de la variation d'une fonction. Exemples.
41. *Sup.* Courbes en coordonnées polaires [$\varphi = f(\omega)$]. Détermination de la tangente en un point. Disposition par rapport à cette tangente. Application à des exemples simples.
42. *Sup.* Etude des branches infinies des courbes définies, en coordonnées polaires, par une équation $\varphi = f(\omega)$. Exemples numériques.
43. *Spéc.* Séries absolument convergentes. Multiplication de deux séries absolument convergentes.
44. *Spéc.* Formes linéaires. Rang d'un système de formes. Notion d'indépendance. On pourra, ou non, supposer acquise la théorie des équations linéaires.
45. *Spéc.* Division des polynômes entiers suivant les puissances décroissantes de la variable. P.G.C.D. de deux polynômes.
46. *Sup.* Construction des courbes planes définies par les expressions des coordonnées cartésiennes du point courant en fonction d'un paramètre. Tracé. Exemples numériques. (Les théories relatives aux tangentes et aux branches infinies sont supposées acquises).
47. *Spéc.* Intégrale définie d'une fonction continue $f(x)$. Propriétés de la fonction $\int_a^x f(t)dt$.
48. *Spéc.* Géométrie analytique. Plan tangent à une surface.
49. *Sup.* Première leçon sur les nombres complexes.

Il avait été rappelé aux candidats, avant les épreuves orales, que l'agrégation est un concours de recrutement et qu'en conséquence les leçons s'adressent, en théorie, à un auditoire d'élèves d'une classe déterminée, indiquée aux candidats par une mention inscrite en tête du texte de la leçon. Elles doivent être composées de manière à dégager les idées essentielles, équilibrées de manière à pouvoir être exposées en totalité et sans hâte en 45 minutes, au maximum, et intelligibles à l'auditoire supposé avec, de sa part, un effort raisonnable. Ces recommandations ont été entendues de la presque totalité des candidats qui ont mis de l'application à s'en inspirer ; elles ont été comprises assez différemment. Les professeurs et adjoints d'enseignement, qui ont effectivement eu la charge de classes d'élèves du Second Degré et plus géné-

ralement les candidats qui ont enseigné à un titre quelconque, savent en général équilibrer une leçon et adapter l'enseignement au niveau des élèves. Les candidats, élèves des Ecoles Normales Supérieures et étudiants, n'ont fait comme professeurs qu'un bref séjour au cours de leur stage dans les établissements du Second Degré ; il n'est donc pas surprenant qu'ils soient moins habiles, sinon à équilibrer une leçon, du moins à l'adapter au niveau d'une classe déterminée. Aussi le jury s'est-il montré très tolérant sur les erreurs d'appréciation de certains candidats, qui préjugent un peu trop de l'aptitude des élèves, dans la période d'initiation, à suivre des raisonnements abstraits et au maniement de la logique. Mais ce qui surprend, c'est de constater que ces candidats, ou bien n'ont pas lu et médité les Instructions de 1938, ou bien ont renoncé à profiter de la longue expérience qu'elles traduisent en conseils. Ils montrent un goût très vif pour les grandes constructions abstraites qui couvrent les problèmes dans leur généralité ; ils négligent de les éclairer par des exemples, et quand il s'agit de géométrie, de les illustrer par des figures. Ils oublient en somme que « le professeur va du connu à l'inconnu ; or c'est en associant celui-ci à celui-là, c'est en faisant entrer les acquisitions nouvelles dans les systèmes de connaissances, d'idées, qu'il les installe fermement dans l'esprit et qu'il prépare l'esprit à les accueillir, à assimiler dans la somme de ses expériences passées les apports incessants de son expérience à venir. C'est là le principe même de tout enseignement de culture ». Nous avons écouté de solides leçons, de très belles leçons parfois d'axiomatique pure sur la définition des fractions ou des nombres algébriques ; il est nécessaire de rappeler qu'elles seraient inintelligibles si l'esprit n'était préparé à les accueillir, s'il n'existait pas déjà une somme d'expériences passées, c'est-à-dire une initiation à cet enrichissement par une étude préalable modeste, incomplète sans doute, mais efficace.

Un certain nombre de candidats semble redouter de se servir du chiffon, cependant tout neuf, mis à leur disposition pour effacer le tableau ; comme ils ont d'autre part le souci de noter, avec un symbolisme qu'il conviendrait d'ailleurs de préciser, une partie importante de leur exposé, les trois grands tableaux mis à leur disposition sont remplis au bout de trente minutes. On constate alors avec surprise qu'ils montrent un grand embarras, sans se résoudre à effacer.

Il est également frappant de constater que, même lorsque la leçon est une leçon de géométrie, certains candidats répugnent à faire des figures : lorsqu'ils en font — et l'un d'eux a eu l'air de s'en excuser après avoir étudié pendant vingt minutes le cône à base circulaire en 1^{re} sans rien dessiner, en disant : « Il faut bien que je fasse une figure » — elles sont toutes petites et bâclées. Est-il possible que le candidat qui s'est excusé de faire un mauvais dessin pour illustrer la démonstration de l'existence d'un plan tangent à un cône à base circulaire ait pensé qu'il aurait été écouté et suivi par ses élèves de Première ? Il est regrettable d'avoir à se demander si la géométrie n'est pas considérée par certains candidats comme un genre mineur : l'auteur d'une solide leçon sur l'homothétie (Mathématiques Élémentaires), impeccable logicien tant qu'il s'agit de l'étude générale de la transformation, ignore les cas d'exception et expédie les applications sans démontrer aucune réciproque. Il ne s'agit, en l'espèce, ni d'une ignorance, ni d'une négligence, mais d'une dangereuse illusion ; il n'est pas vrai qu'au stade de l'initiation le maître peut donner un enseignement incomplet et s'en remettre sur les élèves du soin de sa mise au point.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Il n'est pas recommandé (1) de dire : logue a , logue b pour logarithme de a , logarithme de b , pas plus que P.G.C.D. ou P.P.C.M. (7) pour plus grand commun diviseur, plus petit commun multiple ; le temps qu'on gagne ainsi se paye d'un mauvais exemple donné aux élèves qui n'ont que trop tendance à généraliser ces négligences.

Dans la leçon sur la définition de $\text{Log } x$, en Sciences Expérimentales, le candidat

a profité des conseils donnés dans le rapport de l'année dernière par M. l'Inspecteur général ROBERT ; ceci prouve que ces rapports sont lus. Il a donc défini $\text{Log } x$ comme la mesure d'une aire orientée ; on peut, à la rigueur, admettre, en invoquant un théorème déjà démontré, que la dérivée de $\text{Log } x$ est $\frac{1}{x}$; mais alors, il ne faut pas

placer à la fin de la leçon une démonstration du fait que cette fonction est continue et surtout il ne faut pas, à cette occasion, substituer à la définition par les aires une définition par les intégrales définies.

Très bonne leçon (2) sur la résolution des équations et inéquations trigonométriques sagement limitée aux exemples $\cos x = \cos a$, $\sin x = \sin a$, $\text{tg } x = \text{tg } a$ et $j(\cos x) = 0$. Ne pas omettre de démontrer l'équivalence des systèmes $f(\cos x) = 0$ et $f(u) = 0$, $u = \cos x$, premier exemple de transformation d'une équation par changement de variable. L'indication du nombre d'extrémités d'arcs AM solutions est insuffisante pour préciser le nombre des solutions ; les arcs $\alpha + 2k\pi$, $\alpha + 12k\pi$ ont les mêmes extrémités.

Le candidat qui a traité la leçon 4 sur les applications de l'inversion n'avait pas, lui, lu le rapport de l'an dernier ; aussi les observations qu'il contient demeurent-elles valables. Signalons en outre qu'un problème de construction se décompose en un problème d'existence et un problème de construction proprement dit ; le problème de la construction de la figure (F) par celui d'une figure (F') inverse de (F). Il est exact que, pour certains problèmes de la géométrie des cercles et des droites, il est plus aisé de construire (F') que (F), on peut alors déduire de l'existence de (F') l'existence de (F) et même du dénombrement de (F') le dénombrement de (F), mais il est bien rare que la construction de (F) se déduise de la construction de (F'). Il est donc aventureux d'affirmer que l'inversion est un procédé de recherche des constructions géométriques, sans préciser quel service exact on peut attendre du dit procédé : savoir, le dénombrement des solutions.

La leçon (6), sur la mise en équations des problèmes du second degré manque de vigueur parce que le problème que se pose le candidat est mal défini ; il y a un problème proposé, un problème d'arithmétique ou un problème de géométrie, dont l'inconnue est un entier n ou un point M, et puis il y a d'autre part un système (S) d'équations ou d'inéquations dont l'inconnue, par exemple, est x . Il s'agit d'expliquer clairement si à une solution du problème (qui peut être un point M) correspond une solution x du système (S) et une seule et d'étudier la réciproque. Cette correspondance n'est pas toujours mise en relief avec la vigueur qu'on souhaiterait.

Très bonne leçon (10) sur les trièdres, trop didactique. Lorsqu'on déplace les arêtes d'un trièdre (T) de manière à le rendre trirectangle, son supplémentaire (T') subit un déplacement de même nature. Est-il si évident que l'hypothèse : (T) n'a pas changé de sens pendant l'opération entraîne la conclusion : (T') n'a pas changé de sens ? Il faudrait le vérifier et non l'admettre.

D'une leçon sur l'inversion dans l'espace (12), uniformément imprécise, nous ne retiendrons que la recherche de la tangente A'T' à la courbe inverse (C') d'une courbe (C) ayant une tangente AT en A. Le candidat utilise les angles de droites dans le plan variable AA'MM', non orienté d'ailleurs. On aimerait savoir ce qu'il entend par l'expression : x tend vers a modulo 2π . La démonstration traditionnelle de l'existence de A'T' et de la symétrie de A'T' et AT par rapport au plan médiateur de AA' est rarement rigoureuse et utilise, sans bien souvent qu'on l'avoue, des théorèmes qui n'ont pas été démontrés. Ne serait-il pas sage de se contenter, en Mathématiques Élémentaires, de démontrer seulement que les plans tangents à deux sphères inverses et les tangentes à deux cercles inverses en des points inverses A_i et A' sont symétriques par rapport à la médiatrice de AA' et de laisser au professeur de Mathématiques Supérieures le soin de préciser si l'inverse d'une courbe a des tangentes et de déterminer, dans ce cas, leur position ?

La résolution (17) d'un système de deux équations à deux inconnues du premier degré passe pour une question délicate ; il faut bien constater qu'elle est, cette fois encore, médiocrement résolue par le candidat. Nous ne croyons pas cependant qu'il soit difficile de faire sur ce sujet une excellente leçon, à condition, bien entendu, de poser correctement le problème. Démontrer que le système a une solution et calculer, lorsqu'elle existe, cette solution, sont deux problèmes distincts et de difficultés très différentes ; il convient de les séparer nettement et en particulier de conclure avec précision lorsqu'on a résolu le premier. Le cas $ab' - ba'$ nul n'exige pas en Seconde de commentaires avec discussion littérale et formation de $ac' - ca'$.

A propos des représentations graphiques en algèbre (leçons 20 et 48), peu de candidats s'émeuvent, constate le rapport de l'an dernier, de la possibilité d'adopter des unités différentes pour les deux axes de coordonnées, comme en physique ; constatons avec regret que, lorsqu'on ne leur signale pas cette possibilité (20), ils se gardent de se « compliquer » le problème et lorsqu'on la leur signale explicitement (48), ils l'esquivent jusqu'au moment où il faut bien définir la pente. Souhaitons, en passant, qu'on distingue le coefficient angulaire de la pente et que lorsqu'on définit la pente comme une tangente on se souvienne qu'elle est, en axes rectangulaires, l'unité étant la même sur les deux axes, la tangente d'un angle *orienté*.

Le texte de la leçon 22 suggérerait l'étude d'abord des plans perpendiculaires à une droite et ensuite des droites perpendiculaires à un plan. Le candidat a préféré traiter les deux problèmes à la fois dans une leçon qu'il a lui-même intitulée : parallélisme et perpendicularité ; l'essentiel est alors de ne pas donner à entendre qu'on a défini la perpendiculaire à un plan *quelconque*, parce qu'on a défini un plan perpendiculaire à une droite *quelconque*. Notons à propos de cette leçon qu'il est préférable dans un exposé de ne pas placer les réciproques trop loin des propositions directes.

L'auteur de la leçon sur les probabilités simples (24) s'est très heureusement attaché à illustrer son exposé de bons exemples témoignant de lectures nombreuses et de réflexions personnelles sur le sujet. Il est regrettable que la partie théorique de l'exposé n'ait pas été plus rigoureux ; il est difficile de dénombrer des combinaisons, par exemple, si l'on ne définit pas préalablement deux combinaisons *distinctes*.

Les leçons ayant pour objet l'étude des transformations connaissent naturellement des sorts différents suivant qu'il s'agit du plan ou de l'espace. Lorsqu'il s'agit de transformations planes, il arrive que la terminologie ne soit pas au point, que l'exposé manque de relief, mais, en général, il ne manque pas de rigueur et les réciproques ne sont pas oubliées. L'imprécision du langage est parfois lourde de conséquences : un candidat définit une transformation par la condition qu'elle transforme un triangle $M_1M_2M_3$ en un triangle directement semblable $M'_1M'_2M'_3$; il ajoute très vite et sans insister que $M_1M_2M_3$ sont quelconques, sans préciser quels sont les éléments fixes et les éléments variables de sa figure. Prétendre que l'on a, dans ces conditions, défini une similitude, c'est faire un trop large crédit à l'intelligence de l'auditeur. Un exposé magistral doit être clair et précis et n'exiger de l'auditeur qu'un effort raisonnable ; celui-ci peut rectifier un lapsus, une faute de calcul, une erreur de notation ; dans une classe normale les méthodes de contrôle dites de la classe active permettent au professeur de faire ces rectifications lui-même ; dans une leçon d'agrégation il est logique que le jury ne tienne pas rigueur au candidat de ce qui n'est qu'un accident sans conséquences, encore faut-il que ce ne soit qu'un accident et non le résultat d'une négligence systématique. Laisser à l'auditeur le soin de mettre au point un exposé dont on se borne à tracer les grandes lignes, c'est méconnaître une des tâches essentielles de l'enseignant, une de celles qu'il ne peut confier à des élèves parce que neuf sur dix d'entre eux ne pourraient la mener correctement à sa fin.

Les leçons ayant pour objet l'étude des transformations dans l'espace embarrassent bien des candidats. On y relève plus que des omissions.

Les leçons (5, 9, 14, 15, 18, 19, 27, 37) sur les coniques sont, en général, favo-

rables aux candidats ; l'une d'elles (27), remarquablement conçue et présentée, a obtenu la meilleure note de leçons d'oral. Les exposés relatifs à l'équivalence des deux définitions des coniques données par le programme, à l'étude de celles-ci, lorsqu'on donne un foyer et une directrice, trahissent leurs origines et sont plus récitées que pensées ; les procédés d'étude de ces problèmes sont artificiels. Signalons que certains candidats traitent le problème de l'existence de la tangente à une conique après avoir traité celui de l'intersection d'une droite et d'une conique ; le premier problème est cependant indépendant du second ; on se donne pour le résoudre un point fixe (on oublie une fois sur deux de le préciser) et un point mobile, il ne se pose donc aucun problème d'intersection de droite avec la courbe comportant la recherche de *tous* les points d'intersection. Signalons qu'un candidat traitant le problème de la tangente à l'hyperbole, coupe cette hyperbole par une droite, détermine les points d'intersection situés sur deux branches distinctes de celles-ci et annonce qu'il va supposer l'un d'eux fixe et faire tendre le second vers le premier ; un autre déclare que les tangentes à l'hyperbole sont les seules droites qui coupent cette courbe en un seul point. Notons aussi que l'affinité est une transformation ponctuelle du groupe linéaire et qu'il est maladroit de la définir par l'intermédiaire d'une rotation.

Deux candidats ont fait des exposés soignés, et, dans l'ensemble, satisfaisants à caractère axiomatique (33. Fractions ; 34. Nombres algébriques) ; dans l'un et l'autre l'être algébrique à étudier est susceptible d'une infinité de définitions ; il est nécessaire de vérifier que les définitions des opérations élémentaires sur ces êtres, données ultérieurement, sont indépendantes de leur mode de définition ; un candidat y a songé, l'autre pas. Les exposés exigent plus de 45 minutes, aussi conviendrait-il de les limiter en se bornant, par exemple, à définir les nombres et à étudier une, au maximum, deux opérations ; ainsi pourrait-on éviter les omissions, les obscurités dues à un débit trop rapide et le manque total d'exemples et de règles pratiques de calcul. Dans la forme où ils nous ont été présentés ces exposés lourds, encombrés, sont peu accessibles à des élèves de Mathématiques.

Les leçons de géométrie descriptive (8, 32, 45) devraient être illustrées d'épures exécutées avec soin ; ce n'a pas été le cas au moins une fois. Il n'est pas indispensable de définir systématiquement tous les plans par leurs traces. La recherche de la perpendiculaire abaissée d'un point sur une droite, ou sur un plan, de l'angle de deux plans, ou d'une droite et d'un plan d'une part, et la mesure de la distance de deux points ou de l'angle de deux droites définis par leurs projections d'autre part, sont des problèmes distincts et les méthodes qui permettent de résoudre aisément l'un des premiers, ne sont pas toujours celles qui permettent de résoudre les derniers. Il faudrait au moins le signaler.

Deux leçons étaient extraites du programme de cosmographie. Il est clair que les candidats ne se désintéressent pas de cette partie du programme ; leurs connaissances ne sont cependant pas toujours très fermes. Les coordonnées géographiques, par exemple, sont solidaires des coordonnées célestes équatoriales de même nom, ces dernières étant liées à l'étude du mouvement diurne. La question des sens conventionnels pour la mesure des dites coordonnées est liée à la position de l'observateur sur l'un ou l'autre des hémisphères qui, dans la leçon 49, n'a pas été précisée. L'importance de la mesure de la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon, égale à la latitude, n'a pas été signalée et la détermination effective des coordonnées géographiques n'a pas été abordée.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

Quatre notes : 18, 17, 17, 16, ont récompensé les meilleures leçons ; une de celles-ci était la leçon 13 de géométrie descriptive, illustrée d'une excellente épure. Les notes des seize leçons suivantes, dans l'ordre de mérite, s'échelonnent de 14 à 10, mais les vingt-neuf dernières sont cotées de 9 à 1.

Deux ou trois leçons seulement témoignent, soit d'une ignorance complète du sujet, soit de son incompréhension ; la faiblesse trop générale des autres leçons paraît due, non à l'ignorance ou à l'incompréhension, mais à l'insuffisante familiarité des candidats avec les théories qu'ils exposent. Tel, par exemple, qui fait un exposé correct de la théorie des développements limités est incapable de l'appliquer à des exemples choisis par lui ; le choix même de ces exemples est révélateur de cette incapacité. Le candidat ignore non seulement le maniement de l'outil qu'il a entre ses mains, mais surtout ses limites et ses possibilités.

Nous savons que certains candidats sont des autodidactes, qu'ils n'ont pu, pour des raisons très respectables, fréquenter les classes de Spéciales, de Mathématiques Supérieures ou les classes préparatoires à une Grande Ecole ; le jury en tient compte et fait preuve, à l'égard de tous, d'une grande indulgence. Ce qui frappe, c'est que, malgré cette indulgence, plus de la moitié des leçons de Spéciales est cotée au-dessous de la moyenne et que cette faiblesse générale est due, non à l'ignorance des théories, mais à l'incapacité de les appliquer à des exemples, à choisir même ces exemples.

Et ceci est grave. L'un des soucis d'un jury d'agrégation de Mathématiques est de découvrir, parmi les candidats, les futurs professeurs de Mathématiques Supérieures, de Spéciales ou de préparation aux Grandes Ecoles. Les élèves de ces classes ne sont pas tous destinés à devenir des professeurs ou des chercheurs ; la presque totalité de ceux-ci deviendront des praticiens ; il est certes important qu'un futur ingénieur ait reçu une formation solide, qu'il connaisse la genèse et les développements théoriques du calcul intégral, mais il est non moins important qu'il soit capable de dégager des théories générales les méthodes pratiques qui permettent de calculer et de traduire en symboles et en nombres les résultats du calcul. Les élèves brillants, les mathématiciens-nés, n'ont qu'à peine besoin d'être guidés dans ce passage de la théorie à la pratique ; mais ces élèves sont une minorité et la foule des autres attend des professeurs des classes préparatoires qu'ils leur apprennent à résoudre les problèmes, c'est-à-dire, la théorie une fois faite, à choisir les méthodes, à les appliquer correctement et à conduire la recherche jusqu'au bout. C'est pourquoi nous nous inquiétons de la tendance des candidats à se borner à exposer — en répétant une leçon apprise, trop souvent, — une théorie générale sans l'appliquer à aucun exemple. Cette observation, rapprochée de celles que présentait le correcteur de la composition écrite de Mathématiques Spéciales, donne à penser qu'une majorité de candidats n'a plus du programme de Spéciales qu'une connaissance superficielle fautive d'avoir traité suffisamment d'exercices et de problèmes.

Les exposés, qu'ils soient aisés ou laborieux, ont souvent le caractère d'une récitation et non celui d'une leçon méditée et composée ; les exemples et les applications manquent ; ou bien leur choix est arbitraire ou naïf, ou bien ils n'illustrent pas en la complétant la théorie générale. Nous n'oublions pas que le temps de l'exposé est limité à 45 minutes, mais il y a quatre heures de préparation au cours desquelles le candidat a pu choisir à loisir ce qu'il entend enseigner ; nous l'avons même averti qu'il pouvait, sous la seule réserve d'en informer le jury, limiter son exposé en réservant certaines questions pour la classe à venir. Ce choix est indispensable : il appartient au professeur ; il a pour objet de mettre en lumière l'essentiel ; l'illusion est de croire que la théorie générale seule est l'essentiel : les applications et les exemples jouent le rôle des projecteurs dans l'étude des monuments ; leur rôle est modeste, il est indispensable.

Huit leçons sont tirées de la partie du programme relative aux fonctions d'une variable réelle ; elles ont été traitées de façon assez satisfaisante sauf celles qui comportaient surtout des exemples (6, 7). Nous nous bornerons à faire quelques observations d'un caractère général les concernant.

Pour effectuer avec sécurité des opérations sur les développements limités, il faut préciser à quel ordre on opère et justifier, lorsque cela est possible, le choix de cet ordre. Donner comme exemple d'application des développements limités, la

recherche des limites $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{e^x - 1}{x}$, etc... est une naïveté. Regrettons au passage que la définition des équivalents et leur utilisation soient, en général, ignorées.

C'est une faute grave, bien que classique, d'oublier de démontrer que si r et r' appartiennent à deux ensembles adjacents de nombres rationnels, les ensembles a' et a'' sont aussi adjacents.

La leçon 4 : division puissances croissantes, développement limité d'un quotient, a été lourdement, mais correctement traitée. Les deux opérations : division de A par B et recherche du développement limité de $\frac{A}{B}$ ne sont pas identiques ; dans le premier

cas, les inconnues sont le quotient et le reste, et dans le second le quotient seulement. Or, la seconde est plus simple que la première puisqu'on peut négliger en la faisant les termes d'ordre supérieur à l'ordre n .

Les deux leçons sur les équations et formes linéaires sont, l'une bonne, l'autre assez bonne ; signalons que la précision de la langue, toujours nécessaire, l'est particulièrement pour ces exposés ; il ne revient pas au même de dire : si tous les caractéristiques ne sont pas nuls, au lieu de : s'il existe un caractéristique ou plusieurs non nuls, par exemple, et l'emploi de quelconque (solution quelconque) doit être surveillé ; le terme est employé en général avec le sens de « arbitrairement choisi », dans certains cas, avec une autre acception ; il serait prudent de préciser son sens exact dans une leçon déterminée.

Des cinq leçons consacrées aux séries, deux révèlent des ignorances qui ont été fatales aux candidats. L'un d'eux ignore quel parti il peut tirer (leçon 12) d'une équation différentielle pour obtenir le développement en série de l'une des solutions et après bien des hésitations, renonce à reconnaître dans e^x et

$$1 + \frac{x}{1} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

deux solutions de $y' = y$, qui, ayant la même valeur pour 0, sont identiques.

L'unique leçon sur les nombres complexes (49) mal équilibrée, trop longue, alourdie d'une axiomatique tâtilonne et incomplète, a dérouter son propre auteur qui a fini par omettre de définir les nombres réels. O en particulier, et de vérifier que $ss' = s's$, ce qui est ici particulièrement important, étant donné le rôle que joue le second facteur dans l'opération.

Six leçons portaient sur le calcul intégral et ses applications ; aucune n'est vraiment satisfaisante. Dans la définition de l'intégrale définie, les notations s_n et S_n sont périlleuses ; l'indice n ne caractérise pas un mode de partage de l'intervalle (a, b) ; le candidat qui superpose à un partage (I), un nouveau partage (I') obtient bien un partage (I'') dont il désigne les sommes par s_n , et S_n , mais ce partage (I'') n'est pas arbitrairement choisi et les inégalités $s_n \leq s_n' \leq S_n' \leq S_n$ ne sont pas établies en toute généralité.

Dans le rapport de 1952, M. l'Inspecteur général ROBERT a pris la peine d'énumérer certaines leçons touchant à des questions fondamentales de géométrie analytique ou de mécanique que les étudiants ont tendance à concevoir comme des questions de licence ; cette prétention, disait-il, n'est pas soutenable. Nous sommes de cet avis.

La leçon 36 : définition d'un arc de courbe, pouvait être exposée beaucoup plus brièvement et plus simplement, ce qui aurait permis au candidat, d'une part, d'être moins esclave de ses notes, de ne pas s'embrouiller dans ses ε et d'autre part de consacrer plus de soins et d'attention aux applications.

Notons, en passant, qu'il est assez curieux de constater qu'aucun des exposés classiques relatifs à la définition de l'arc d'une courbe (C) définie par r, y, z , fonctions de t remplissant certaines conditions, ne cherche à profiter du fait qu'il est possible de changer de variable. Si, par exemple, on choisit pour t une fonction de u telle que $dx^2 + dy^2 + dz^2 = du^2$, il n'est pas très difficile de démontrer que la

longueur d'une corde $M_L M_{L+1}$ est inférieure ou égale à $(u_{L+1} - u_L)$ et par conséquent de définir, sans ϵ , la longueur de l'arc comme borne supérieure d'un ensemble borné.

Les leçons 10, 17, 34, 37, illustrent tristement le peu d'intérêt que les candidats portent aux applications des théories générales ; les méthodes d'intégration proposées paraissent, sinon désuètes, du moins vénérables et pour cette raison, intouchables. Serait-il si révolutionnaire, pour intégrer une fraction rationnelle de la décomposer seulement en éléments simples dits de première espèce et de chercher d'abord les primi-

tives de $\frac{1}{(x-a)^p}$, si a est réel, et de $\frac{x+\beta i}{(x-a-bi)^q} + \frac{x+\beta i}{(x-a+bi)^q}$, lorsque q est supérieur à 1, de terminer ensuite suivant la méthode classique ? Ne pourrait-on même envisager, dans certains cas au moins, de déterminer *a priori* ce qu'on peut appeler la partie rationnelle de la primitive ?

La leçon 29 : fonctions de plusieurs variables, dérivées partielles, ne présente de difficultés que dans la démonstration de l'égalité de $f''_{xy}(x, y)$ et $f''_{yx}(x, y)$, mais cette difficulté embarrasse encore les candidats.

Des douze leçons du programme de géométrie analytique plane, deux ont été jugées excellentes ; ce ne sont pas les plus faciles (2. Enveloppe de $f(x, y, \lambda)$; 27. Construction des courbes en coordonnées polaires). Les plus mal traitées sont les leçons d'exemples : courbes en coordonnées polaires, définies paramétriquement, branches infinies en coordonnées polaires ; les exemples sont mal choisis, puérils ou pauvres : on applique mécaniquement des règles sans rappeler leur origine, ce qui conduit à compliquer les recherches les plus simples, celles, par exemple, des asymptotes parallèles aux axes. La leçon la plus étrange est celle d'un candidat, classé parmi les tout premiers à l'écrit, sur la recherche des lieux géométriques dans le plan : le problème n'est pas défini ; la leçon est une énumération d'exemples simples, disparates, qui paraissent fabriqués spécialement pour l'application d'un procédé de recherche arbitrairement choisi ; le mot « élimination » n'est pas prononcé ; les considérations générales abondantes et vagues signalent avec insistance la nécessité de ne pas mépriser le soutien géométrique, idée juste à condition d'expliquer en quoi la recherche par les méthodes de la géométrie analytique, domaine des conditions nécessaires et suffisantes, diffère de la recherche par les méthodes de la géométrie. L'auteur de la leçon 33 : recherche des foyers et directrices des coniques, pose nettement le problème, mais incomplètement : l'étude géométrique montre qu'il existe un ou deux points F , associés à des droites Δ , qui sont tels que pour tout point de la conique $MF = e MH$. Il ne s'agit pas seulement de retrouver par les méthodes de la géométrie analytique ces couples F, Δ , mais *tous* les couples jouissant de cette propriété et la question se pose alors de savoir si l'on se borne ou non au cas où F et Δ sont réels.

Presque toutes les leçons (il y en a cinq) du programme de géométrie dans l'espace sont gâchées par des fautes qu'il vaudrait mieux ne pas commettre. Un point M , dont les coordonnées dépendent de deux paramètres indépendants u et v , ne décrit pas nécessairement une surface : une équation $ux + vy + wz + h = 0$ n'est l'équation d'un plan que si u, v, w, h , ne sont pas tous nuls ; deux points distincts M_1 et M_2 peuvent avoir le même plan polaire et il peut arriver qu'un point M , décrivant une droite D , son plan polaire ne pivote pas autour d'une droite D' . L'existence de la tangente en un point M d'une courbe gauche doit être démontrée ; la démonstration n'exige pas la continuité des dérivées premières. Il est indispensable de souligner que les définitions de la tangente, du plan osculateur, du plan tangent, sont indépendantes de la représentation paramétrique et lorsqu'on suppose que les axes sont rectangulaires, il faut le dire. Un candidat scrupuleux s'est borné à étudier les sections circulaires des quadriques sur les seules équations réduites, comme l'y invite le programme de la classe de Spéciales ; nous ne pouvons l'en blâmer ; le programme de l'agrégation n'impose pas cette restriction, mais la leçon est supposée faite

à des élèves de Spéciales, donc le candidat a raison. Il aurait pu cependant, sans dépasser le niveau de cette classe, dégager de cette multitude de cas particuliers la règle générale : $\varphi(x, y, z) - S(x^2 + y^2 + z^2) \equiv PQ$, et même, s'il en avait le temps, l'étendre au cas des équations non réduites.

Enfin, les leçons du programme de mécanique, à l'exception d'une seule très mauvaise et d'une autre à peine moyenne, sont bonnes. Le candidat qui a étudié le mouvement des planètes a utilisé correctement les deux intégrales premières ; il sait qu'elles ne sont pas toujours distinctes, mais trop pressé d'affronter les calculs qui mènent à la détermination de la trajectoire, il néglige d'en tirer une conclusion précise : ou bien le mouvement est circulaire, ou bien les deux intégrales premières suffisent à caractériser le mouvement. Il a manqué d'ailleurs à cette leçon l'indication — au moins — de la marche à suivre pour étudier ce mouvement, une fois la trajectoire déterminée.

EPREUVES PRATIQUES

Elles ont été effectuées le 16 juillet au Lycée Saint-Louis.

COMPOSITION D'ÉPURE : *Sujet*. — L'unité de longueur est le mm.

La ligne de terre $y'y$ est à 20 mm. au-dessus du petit axe de la feuille. xOz est le grand axe de la feuille.

Un paraboloïde de révolution P a pour sommet le point (130, 55, 150) et pour foyer le point (130, 55, 140).

Un paraboloïde hyperbolique Q a pour génératrices les droites :

$$G_1 \begin{cases} x + y - 145 = 0 \\ y - z + 75 = 0 \end{cases}$$

$$G_2 \begin{cases} x + y - 185 = 0 \\ y + z - 145 = 0 \end{cases}$$

et pour plan directeur le plan $x = y$.

1° Construire les projections de la courbe Γ commune à P et Q .

2° On fait tourner autour de l'axe Δ ($x = 130$; $y = 0$) les points réels de Γ . Construire la méridienne principale de la surface R ainsi engendrée.

3° Q et R ont en commun, outre Γ une courbe L dont on construira les projections.

4° On appelle S le solide opaque formé par les points M de l'espace jouissant simultanément des deux propriétés suivantes :

1) la demi-droite verticale ascendante d'origine M rencontre R en un point réel et un seul ;

2) la demi-droite verticale descendante d'origine M rencontre Q en un point réel et un seul.

Représenter la portion de S dont les points ont une cote positive ou nulle.

N.-B. — On expliquera les résultats obtenus sur une notice jointe à l'épure.

RAPPORT DE M. CAGNAC, *correcteur*. — Un paraboloïde de révolution P et un paraboloïde hyperbolique équilatère Q , ont, chacun, leur axe vertical, et le plan de front F qui contient l'axe de P est un plan principal pour Q . Dans F , la méridienne principale p de P , et la parabole principale q de Q sont égales, tournent leur concavité vers le bas ; la projection frontale γ' de l'intersection Γ de P et Q est donc une parabole osculatrice à l'infini à p' et q' , donc égale à p' et q' ; on n'en gardait que l'arc situé à droite du point a' commun à p' et q' ; à défaut d'une construction précise, un calcul simple précisait les coordonnées de ce point.

Trois candidats ont observé que les sections de P et Q par des plans de profil sont des paraboles égales, de même axe, tournant leur concavité en sens contraires ; leur corde commune est donc la médiatrice du segment des sommets ; autrement dit, une verticale rencontrant p' et q' respectivement en α' et β' , le milieu m' de $\alpha'\beta'$ est un point courant de γ' .

La projection horizontale γ de Γ est une conique puisque le point Z à l'infini dans la direction verticale est un point de contact pour P et Q ; γ est une parabole ayant pour axe la trace f de F , et pour sommet le point a , projection horizontale du point A commun à p et q . Ces résultats ont été obtenus par une vingtaine de candidats ; mais peu d'entre eux ont songé au parti qu'on pouvait tirer des points communs à P et aux génératrices horizontales de Q pour préciser l'axe de γ et le paramètre de γ (propriété de la sous-médiatrice), d'où l'on déduisait que l'axe Δ de R passait au foyer de γ .

Quelques candidats ont étudié analytiquement l'intersection de P et Q : rappelons qu'il n'est pas nécessaire de garder les axes $Oxyz$ indiqués dans l'énoncé ; on pouvait ici choisir comme axe des z , soit l'axe de P , soit l'axe de Q .

m étant un point de γ , μ le point où la normale en m coupe f , $\delta m = \delta \mu$; par suite, la méridienne de droite r' , de R se déduit de γ' par translation vers la droite de 10 mm. : R est ainsi ce qu'un candidat a appelé un « tore parabolique ».

M étant un point de Γ , le plan horizontal de M coupe Q suivant une hyperbole H , de projection horizontale h ; toutes les hyperboles h ont mêmes asymptotes, issues de σ , projection du sommet de Q . Le cercle $(\delta, \delta m)$ recoupe h en m_1 , symétrique de m par rapport à f , et en deux points n et n_1 : les cordes mm_1 et nn_1 sont symétriques par rapport à la médiatrice λ de $\delta\sigma$ (les cordes communes de bout à h et à un cercle quelconque centré en δ sont homologues dans une involution dont les éléments doubles sont la droite de l'infini et la corde des contacts du cercle focal centré en δ).

On en déduit que l' est symétrique de γ' par rapport à λ' , et que l est une parabole de foyer δ .

Les seules courbes à tracer étant des paraboles dont on mettait en évidence les éléments de grandeur et de symétrie, il n'était demandé aucune construction de point courant et de tangente courante pour les courbes γ , γ' , r' , l , l' : 13 candidats ont tenu néanmoins à faire de telles constructions. Rappelons-leur qu'une parabole, dont on a déterminé le sommet et le foyer, est une courbe aussi bien connue qu'un cercle dont on a déterminé le centre et le rayon ?

Un seul candidat a démontré correctement — et élégamment — la nature des diverses courbes de l'épure, mais n'a pas représenté le solide demandé. Deux candidats ont fait une ponctuation correcte, mais leurs tracés manquent de précision.

Les meilleures notes sont : 17 ; 15 ; 15 ; 14 ; 13 ; 13 ; 12 ; 11 ; la moyenne générale de l'épreuve est 6,26 ; 10 notes inférieures ou égales à 2 ont dû être données à des candidats ne sachant tracer aucune des paraboles γ ou γ' ; 3 candidats peuvent attribuer leur succès au fait que leur épure a atteint ou dépassé la moyenne : 3 candidats auraient été reçus si leur épure avait dépassé la moyenne.

COMPOSITION DE CALCUL NUMÉRIQUE : *Sujet*. — R étant un nombre compris entre 0 et 1, on pose : $w = n - R^2$, et

$$(1) \quad \varphi(w) = R \sum_{n=0}^{\infty} \frac{w^{2n+1}}{(n+1)(n+2)} \quad (n \text{ entier positif ou nul}).$$

1° Calculer, avec l'approximation que permet l'usage des tables de logarithmes à cinq décimales, les six premiers termes de la série $\varphi(w)$ pour $w = 0,72$. Déduire de ce calcul une valeur approchée de $\varphi(w)$ à 0,001 près pour $w = 0,72$.

2° Démontrer que la somme $\alpha(w) = \frac{Rw}{2} + \frac{Rw^3}{6}$ des deux premiers termes de la série $\varphi(w)$ est maximum pour une valeur w_0 de w et une seule, supérieure à 0,72. Calculer une valeur approchée de w_0 , par excès, aussi petite que possible.

3° Démontrer que $\varphi(w)$ admet son maximum absolu B dans l'intervalle (0,72, 1). Sans chercher à calculer B , trouver une constante numérique A , aussi petite que possible, qui satisfasse à l'inégalité $B < A$.

RAPPORT DE M. MILLOUX, *correcteur*. — Cette épreuve est inspirée par une méthode de démonstration du théorème de Bloch (surfaces recouvertes par les valeurs des fonctions holomorphes dans un cercle), mais rien ne transparaît de son origine. Elle est divisée en trois paragraphes, dont les deux premiers sont faciles et classiques.

Il s'agit en premier lieu de calculer la somme d'une série entière pour une valeur donnée de la variable ; en général, les résultats sont acceptables.

Le deuxième paragraphe consiste dans la recherche du maximum d'une certaine expression dépendant d'une variable, et dont la dérivée est simple ; cette question élémentaire a mis en échec un certain nombre de candidats.

Enfin, le troisième paragraphe, beaucoup plus difficile, exige à la fois de l'imagination et de la dextérité dans les calculs. Seuls, deux ou trois candidats ont entrevu, sous forme d'ébauches, des possibilités d'étude.

Grâce à de généreux coefficients, la moyenne des notes est proche de 9 sur 20. Mais il ne faut pas se faire d'illusion : l'ensemble, comme l'an dernier, est médiocre, et la présentation souvent négligée.

Vingt et une notes sont supérieures ou égales à 10 : ce sont 15, 14, 13, 8 fois 12, 3 fois 11 et 7 fois 10. Rappelons, comme l'an dernier, qu'il n'est pas douteux que, dans quelques cas, la note obtenue, malgré son modeste coefficient, est décisive dans le résultat final et qu'il est souhaitable que les candidats préparent avec soin cette épreuve abordable.

RESULTATS GENERAUX

Les totaux des notes obtenues par les admissibles pour l'ensemble des épreuves en 1953 s'échelonnent entre 124 et 334 sur 400, soit en moyenne, sur 20, entre 6,2 et 16,7 ; résultats comparables à ceux du concours de 1952 (121 à 356).

Le jury a proposé pour l'admission définitive les 28 candidats ayant totalisé 190 points au moins, c'est-à-dire ceux dont la moyenne dépasse 9,5. L'un de ceux-ci étant un sujet étranger, élève de l'Ecole Normale Supérieure (Ulm), a été classé conformément à la loi avec un numéro *bis*, soit 8 *bis* ; les candidats français ont reçu les numéros de 1 à 27 dans l'ordre de mérite. En outre, le jury a décidé de proposer pour l'admission définitive les trois candidats classés après le 27^e dont les totaux dépassaient 187, sous réserve qu'ils occuperaient au 1^{er} octobre un poste dans l'Union Française. Deux d'entre eux ont accepté une nomination, l'un au Maroc, le second en A.O.F. Le nombre total des agrégés est donc de 30, se répartissant ainsi : dix élèves de l'Ecole Normale Supérieure (Ulm), un élève de cette école non sujet français, deux élèves de l'Ecole Normale Supérieure (St-Cloud), un étudiant libre, un auditeur à l'E.N.S. (Ulm), six professeurs de lycée, trois de collège, un de collège technique, un d'une E.N.P., un d'une école normale, deux stagiaires d'enseignement, un adjoint d'enseignement.

Trois des admissibles sur les quatre qui n'étaient pas encore titulaires d'un certificat ont été dispensés des épreuves théoriques et pratiques et le quatrième des épreuves théoriques seulement du nouveau C.A.P.E.S.

Le recrutement de professeurs agrégés de mathématiques se fait par un concours aux modalités uniques parmi trois catégories de candidats : 1) les élèves des Grandes Ecoles et les Etudiants non encore dans les cadres ; 2) les stagiaires d'enseignement recrutés par le nouveau C.A.P.E.S. ; 3) les professeurs et adjoints d'enseignement qui occupent déjà un poste, soit dans l'enseignement du Second Degré, soit dans l'enseignement technique ou dans les écoles normales, éventuellement même dans l'Enseignement Supérieur.

Les nombres que nous donnerons ci-dessous ne concernent que les premiers. L'institution récente du nouveau C.A.E.P.E.S. a eu pour premier résultat d'attirer vers l'agrégation 21 candidats, dont deux ont été reçus ; il est trop tôt pour savoir

s'il est opportun de décompter ces deux agrégés dans le premier groupe ou dans le troisième. Notons au passage que cet apport de vingt et un candidats nouveaux est un événement heureux auquel est due la stabilisation de 1952 à 1953 du nombre des candidats à l'agrégation.

Les agrégés du troisième groupe étaient déjà professeurs en exercice ; leur succès à l'agrégation, s'il modifie le nombre des professeurs de mathématiques agrégés dans l'Enseignement du Second Degré, ne diminue cependant pas le nombre des postes vacants. Nous nous réjouissons vivement que le niveau du concours en 1953 ait permis de reclasser 13 professeurs certifiés dans le cadre des agrégés ; ce brillant résultat témoigne de la constante valeur du corps enseignant et des qualités des meilleurs de ses maîtres. Il ne modifie cependant pas les données du problème qui nous préoccupe.

Le bilan de l'agrégation au 1^{er} octobre 1953 nous paraît être le suivant. Neuf agrégés de la première catégorie — anciens élèves des Ecoles Normales Supérieures ou étudiants non encore dans les cadres — ont reçu une première nomination, en octobre 1953 : ils proviennent, un de l'agrégation de 1949, huit autres à raison de deux par années des agrégations de 1950, 1951, 1952, 1953. L'agrégation de 1953 nous donne quatorze agrégés de cette même catégorie ; deux ont reçu une première nomination, cinq sont appelés au service militaire, cinq font une quatrième année d'Ecole Normale.

Ces nombres méritent réflexion. Constatons d'abord qu'à la suite du concours de 1953, trente candidats ont été déclarés agrégés, mais que quatorze seulement de ceux-ci constituent l'apport entièrement neuf des élèves des Grandes Ecoles et des étudiants non encore dans les cadres. Notons, avant de poursuivre cette méditation, que l'allongement de la liste de reçus à l'agrégation que nous entendons proposer si souvent comme un remède à la crise de recrutement en agrégés dont nous souffrons, ne modifierait pour ainsi dire pas le résultat précédent. Si la liste des agrégés de 1953 avait comporté 46 noms au lieu de trente, le nombre des professeurs déjà en exercice comme licenciés ou certifiés devenus agrégés aurait augmenté de quatorze unités, mais le nombre des étudiants devenus agrégés n'aurait augmenté, lui, que de deux unités. L'allongement, d'ailleurs impossible, des listes de reçus à l'agrégation compromettrait la valeur de l'examen et le prestige du titre sans apporter grande modification au nombre de ces éléments neufs puisés dans la catégorie des étudiants parmi lesquels se recrutent ceux qui vont assurer la relève des professeurs qui nous quittent et le rajeunissement de nos cadres.

Ces nouveaux venus pourraient être quatorze : ils sont neuf (9) ; cinq d'entre eux, un tiers par conséquent, en 1953, n'occuperont pas de postes dans l'Enseignement du Second Degré. Ce déficit de un tiers, prélevé sur l'apport neuf des étudiants et des élèves des Grandes Ecoles, est extrêmement lourd pour deux raisons ; il porte sur un effectif très mince, en regard des besoins actuels de la Métropole, et, ne l'oublions pas, des territoires de l'Union Française, et, d'autre part, il est effectué sur les meilleurs, sur ceux auxquels nous pourrions faire appel, pour enseigner dans une de nos deux cents préparations aux Grandes Ecoles.

Nous n'ignorons, ni les besoins, ni les séductions de l'Enseignement Supérieur ou de la Recherche : nous constatons, sans amertume, que ces besoins sont pourvus par priorité ; l'autorisation de faire une quatrième année est quasi-automatique ; il est à peu près sans exemple qu'une demande de dérogation soit refusée ; sans doute faut-il qu'il en soit ainsi, en période normale. Tous les agrégés n'ont pas les mêmes aptitudes ; les uns doivent être orientés vers la Recherche, d'autres vers l'Enseignement et ce choix délicat ne peut être réglé par méthode autoritaire ; il est certain qu'une année de réflexion, sous forme de quatrième année, doit faciliter l'orientation. Mais nous ne sommes pas en période normale : l'Enseignement Secondaire dévore sa propre substance en recrutant un nombre insuffisant d'agrégés neufs, ce qui est déjà passablement inquiétant, mais ce qui l'est bien davantage encore, c'est que le déficit

en éléments de qualité de un tiers compromet le recrutement en professeurs de classes préparatoires aux Grandes Ecoles, donc, par voie de conséquence, celui des Ecoles Normales Supérieures elles-mêmes et partant de l'Université tout entière.

Le rendement du concours dont nous avons la charge atteint son maximum ; on ne peut, sans le détraquer, lui demander davantage ; les remèdes ne dépendent pas du fonctionnement de l'agrégation, et nous ne pouvons, en conclusion de ce rapport, que signaler les problèmes qui nous paraissent les plus urgents à étudier et qui nous dépassent. D'une part, il faudrait augmenter le nombre et la qualité des candidats à l'agrégation ; d'autre part, il faudrait répartir le trop petit nombre des agrégés capables d'enseigner dans les classes préparatoires aux Grandes Ecoles, dans l'Enseignement Supérieur, ou être affectés à la Recherche en tenant compte, certes, de leurs aptitudes, mais surtout de la hiérarchie des besoins.



Nous terminerons en constatant que l'impression des correcteurs sur les épreuves écrites du concours de 1953 est bonne et que, malgré certaines réserves exprimées dans le cours de ce rapport, sur certaines leçons d'oral, ce concours a été dans l'ensemble satisfaisant. Vingt candidats ont une moyenne supérieure à 10 ; les moyennes des quatre premiers sont 16,7 ; 15,8 ; 14 ; 13,5. Ces résultats sont comparables à ceux des années précédentes. Exprimons le souhait que quelques-uns de ces agrégés, que la qualité de leurs épreuves désignent comme capables d'assurer la préparation aux Grandes Ecoles, se sentent attirés vers cet apostolat, car c'en est un, avec ses servitudes, certes, mais aussi sa grandeur. Concluons enfin, en reprenant les termes mêmes de la conclusion du rapport de 1952 : un titre plein de prestige n'est pas suffisant ; il reste à ceux qui ont fait preuve de leur science et de leur travail qu'ils fassent aussi la preuve de leur désir de communiquer ce qu'ils savent aux élèves qui leur seront confiés. Nous éprouvons à cet égard un grand optimisme.