

Certificat d'Aptitude au professorat de l'Enseignement du Second degré
(Ancien régime)

Mathématiques
(SESSION 1953)

Rapport de M. l'Inspecteur général ROBERT, Président du Jury

ÉPREUVES PRATIQUES

Les épreuves pratiques du C.A.P.E.S. ancien régime, pour les stagiaires achevant leur seconde année de stage pédagogique, ont été passées, au cours de 1953, dans des conditions semblables à celles des années précédentes. Un jury, présidé par un Inspecteur général de mathématiques, qui a désigné d'avance ses deux assesseurs, assiste, pendant une demi-journée, à deux classes d'une heure dirigées par le candidat et faisant partie de son service normal de professeur stagiaire. Ce jury délibère ensuite, prend connaissance des indications fournies par le chef d'établissement et les conseillers pédagogiques chargés, au cours de l'année terminale du stage, et de celle qui l'a précédée, de la tutelle pédagogique du candidat. A la suite de la visite du jury dans les classes du candidat, le jury s'entretient avec lui de sa manière d'enseigner. Après avoir pris connaissance de tous les documents capables de l'éclairer, le jury décide, soit d'autoriser le candidat à subir les épreuves théoriques en le proclamant admis aux épreuves pratiques, soit de lui refuser cette autorisation.

La mention très bien, bien, assez bien ou passable, attribuée aux candidats admis, n'est définitivement arrêtée qu'après l'assemblée de la Commission nationale statuant sur les propositions des jurys régionaux.

25 candidats ont subi les épreuves pratiques, dont 24 stagiaires d'enseignement et un adjoint d'enseignement titulaire autorisé à y prendre part. Tous ont été déclarés admis aux épreuves pratiques, 3 avec mention très bien, 7 avec mention bien, 12 avec mention assez bien et 3 avec mention passable.

15 candidates ont subi les épreuves pratiques (toutes stagiaires d'enseignement) ; toutes ont été admises, 3 avec mention très bien, 6 avec mention bien, 6 avec mention assez bien.

Ces résultats prouvent, au point de vue pédagogique, le bien-fondé de l'institu-

tion, et les jurys ont constaté qu'après la seconde année de stage, les inexpériences relevées à l'actif des concurrents par leur conseiller pédagogique de première année, se sont atténuées ou ont disparu. La bonne tenue, l'énergie, le zèle et la pratique d'un enseignement efficace sont signalés par les rapports des présidents de jurys régionaux, qui ne comportent que de rares réserves. Ce fait est à l'éloge des intéressés, mais atteste aussi le dévouement et la compétence des conseillers pédagogiques qui les ont formés. Avec les chefs d'établissement et les collègues directs des stagiaires, un travail hautement profitable a été par eux accompli et il n'est pas douteux que les professeurs issus de ce mode de recrutement atteindront, dès leurs débuts, à une maîtrise pédagogique qui n'est pas aussi commune chez les licenciés abordant l'enseignement sans autre guide que leur expérience lointaine d'élève.

Certes, il est encore, dans la conduite des classes, des tempéraments un peu timides ou qui ont pu être mis en défiance par les difficultés des premiers contacts avec les élèves. Souvent aussi, les stagiaires déterminent le choix, qu'ils effectuent librement, de telle classe où ils subissent une épreuve, pour des raisons affectives qui ne font pas intervenir le programme de la classe : on redoute d'affronter l'inspection dans une classe faible ou peu vivante.

Cette observation tend à confirmer ce que le rapport général de ce concours a signalé avec force l'an dernier : les épreuves pratiques renseignent mal sur les connaissances des candidats, si révélatrices qu'elles puissent être quant à leurs dons pédagogiques.

L'attribution de la mention par le jury n'est ni rapide, ni facile : car les deux leçons peuvent éclairer deux aspects différents de la personnalité du stagiaire en lui permettant de manifester des qualités de divers ordres.

Une de ces leçons a toujours été plus particulièrement employée à la correction d'un devoir, réellement rédigé par les élèves. Il a été relevé que bien des stagiaires, à ce propos, savent plutôt les critiquer que les encourager, ou, du moins, croient bien faire en multipliant des recommandations excellentes, mais banales, à propos de la présentation matérielle des copies par exemple. Si ces conseils sont neufs, ils sont tardifs en pleine année scolaire. S'ils sont répétés réellement chaque semaine, on a par contre le sentiment qu'ils n'ont pas porté. Trop d'insistance amène l'auditoire à se contracter et a souvent empêché le maître de terminer sa correction de devoir à la fin de la séance.

Les petites réserves qu'appelle le fond même de l'enseignement donné semblent provenir de préjugés que les jeunes professeurs ont conservé du temps où ils étaient élèves : ainsi les nuances du langage décèlent, dans leurs dires, une hiérarchie des tâches logiques du raisonnement : on « démontre » une proposition ; on « énonce la » réciproque, au mieux ; on « regarde » si elle est vraie. Dans un problème on « vérifierait » que la solution trouvée convient aux exigences du texte : là il est rare qu'on dépasse le conditionnel.

Quant au désir de rendre plus naturelle telle démonstration qui se trouve dans un manuel, il est beaucoup trop rare. A ne pas faire cette intéressante tentative devant une classe, on tombe dans un conformisme d'où ne sortira rien d'intéressant lors des épreuves orales du concours théorique.

EPREUVES THEORIQUES

Le jury national du C.A.P.E.S., ancien régime (section mathématiques, hommes et femmes), pour la session 1953, était composée de M. ROBERT, Inspecteur général de l'Instruction publique, président ; de Mlle BUDON, professeur au lycée Jules-Ferry ; de MM. MINOIS et THÉRON, professeurs aux lycées Lakanal et Chaptal. Ce jury avait la charge des épreuves théoriques, comprenant des épreuves écrites et des épreuves orales.

La session des épreuves théoriques a commencé le 9 juin, date du début des

épreuves écrites ; elle a été close le 21 juillet 1953, date de la proclamation des résultats.

ÉPREUVES ÉCRITES. — Elles ont eu lieu les 9, 10, 12, 13 juin. L'épreuve de calcul numérique (13 juin) n'intervient pas pour l'admissibilité.

Les textes des sujets proposés étaient les mêmes pour les candidats et les candidates ; les listes d'admissibilité, distinctes, ont été affichées le 29 juin.

33 candidats, sur 34 inscrits, ont composé ; 28 ont été déclarés admissibles. La moyenne (sur 20) obtenue par le premier est 14,3 ; la moyenne du dernier est 5,7. 5 candidats seulement ont une moyenne supérieure à 10.

Sur 25 candidates, 4 ont renoncé à composer ; 19 ont été déclarées admissibles. La moyenne (sur 20) obtenue par la première est 11,5 ; celle de la dernière est un peu supérieure à 5,5 ; 4 candidates ont une moyenne supérieure à 10.

On trouvera, en annexe à ce rapport, les textes des sujets de composition et les rapports des correcteurs.

Le nombre de concurrents à recevoir au C.A.P.E.S., mathématiques, ancien régime, a été fixé, par arrêté ministériel, à 41 candidats et 22 candidates ; deux candidats reçus aux épreuves pratiques étant dispensés des épreuves théoriques, le nombre de candidats à recevoir était réduit de 41 à 39 au minimum. Il était donc mis au concours 39 places pour 33 candidats, et 22 places pour 25 candidates !

Bien que de telles conditions soient exceptionnellement favorables, nous devons regretter qu'un concurrent et quatre concurrentes n'aient pas compris, en ne se présentant pas aux épreuves écrites, leur intérêt d'en profiter : sur ces cinq défaillants, quatre étaient en exercice au Maroc.

ÉPREUVES ORALES. — Elles ont eu lieu au lycée Louis-le-Grand du 4 au 21 juillet. Les admissibles ont été répartis en trois séries de 18 au maximum. L'un d'entre eux, inscrit pour la deuxième série, n'a pu, pour raison de santé, venir passer l'oral.

Avant chaque série, une séance d'appel des concurrents a comporté le tirage au sort, déterminant l'ordre de passage des deux leçons qui leur ont été proposées, et l'association des sujets de ces leçons, renfermée sous enveloppe : ces sujets n'ont été connus des candidats qu'au début de la période de trois heures précédant immédiatement chaque leçon, et accordée pour sa préparation.

L'exposition de ces leçons, prévue pour une durée d'une demi-heure, a été en général bien délimitée et faite posément, en tenant compte des conseils généraux donnés aux groupes de candidats lors de l'appel de chaque série. La qualité de ces leçons a été variable, mais l'ensemble a donné une impression satisfaisante dès le début de l'oral, par le souci de la composition et du soin des détails. De toute évidence, un travail sérieux de préparation a été accompli, pendant l'année, pour la préparation de ces épreuves orales : en particulier, maint stagiaire ayant échoué en 1952 a pu, dans de meilleures conditions, réparer honorablement son échec en 1953. Certaines des leçons faites auraient été favorablement appréciées s'il s'était agi du concours d'agrégation.

Mais la concordance des bonnes leçons d'oral et des bonnes mentions d'épreuves pratiques, à laquelle on aurait pu s'attendre, ne s'est pas réalisée le moins du monde ; à tel point qu'on peut se demander si ce ne sont pas les candidats, ayant eu des épreuves pratiques moyennes, qui ont fait pour l'oral le plus gros effort de préparation intelligente.

Sur les 92 leçons entendues, 24 ont des notes allant de 15 à 19, 30 des notes de 13 à 14, 25 des notes de 10 à 12, et 13 des notes de 0 à 9.

Une candidate et trois candidats ont obtenu pour leurs deux leçons des notes supérieures ou égales à 15 : l'un de ces candidats a été par ailleurs reçu à l'Agrégation de mathématiques de 1953.

La comparaison de ces notes avec leurs analogues de 1952 met en évidence un

nombre presque égal de bonnes leçons et moitié moins de mauvaises, avec une accumulation plus sensible que l'an dernier entre 13 et 14 (30 au lieu de 21 l'an dernier).

Il semble que les observations faites l'an dernier aient porté et en particulier qu'en plusieurs établissements les stagiaires ont pris un contact sérieux avec leurs collègues enseignant dans le second cycle. Il y a lieu de poursuivre cette pratique pour les concurrents de 1954, qui seront presque tous des adjoints d'enseignement non chargés de la responsabilité d'une classe ; nous espérons que cela leur confère une plus grande liberté de travail et d'entretien avec les professeurs de l'établissement.

RESULTATS GENERAUX

Candidats. — Pour l'ensemble des épreuves théoriques, la moyenne des notes obtenues (majorations non comprises) par chacun des 27 candidats ayant subi les épreuves orales s'échelonne de 15,1 à 7. Le jury a proposé, pour l'admission définitive, les 23 premiers candidats de cette liste. La moyenne du dernier reçu (majorations non comprises) est de 8,6 ; l'an dernier, cette moyenne avait été de 9,4. Sur ces 23 candidats, 17 sont des stagiaires, 6 sont des adjoints d'enseignement.

Comme deux candidats, déjà signalés comme dispensés des épreuves écrites, ont été reçus aux épreuves pratiques, 25 candidats au lieu de 41 prévus, ont été proposés au choix du Ministre.

Candidates. — La moyenne des notes pour les 19 candidates admissibles, qui ont toutes suivi les épreuves orales, varie entre 13,2 et 7,5. Les 18 premières candidates de cette liste ont été proposées pour l'admission définitive : elles se répartissent en 11 stagiaires d'enseignement et 7 anciennes admissibles, dont 6 adjointes d'enseignement et un professeur du cadre local d'A.E.F. La moyenne de cette dernière, qui est aussi la dernière reçue, et qui ne bénéficiait d'aucune majoration, est de 9.

Une seule candidate admissible a donc été éliminée à l'écrit, bien qu'elle ait fait preuve, malgré son état de santé, de courage à l'oral, mais ses épreuves écrites avaient été faibles (rang d'écrit 18°).

Les textes des épreuves écrites, minutieusement rédigés, avaient été conçus pour n'exiger que de la méthode, mais aucune connaissance savante, et leur longueur raisonnable n'apparentait nullement l'écrit à celui du concours d'agrégation, peut-être même pas au Concours général des Lycées et Collèges..

La sélection finalement réalisée semble comparable à celle du nouveau certificat d'aptitude au professorat du Second Degré, fonctionnant pour la première fois en 1953, épreuves pratiques y comprises.

Le premier des candidats reçus a réussi d'autre part au concours d'agrégation de 1953 : en le comptant, 12 de ces candidats ont été nommés dans des lycées de la métropole, du Maroc ou d'Allemagne occupée. Les candidates ont trouvé une situation moins favorable, et 2 seulement ont été nommées dans des lycées. On peut espérer que les meilleurs, placés dans de bonnes conditions pour poursuivre leur effort, pourront, par la suite, accéder à l'agrégation.

En somme, le C.A.P.E.S. (ancienne formule) aura en 1953 contribué d'une manière substantielle à pallier la crise du recrutement, et ceci d'une manière immédiate, parce que l'âge des reçus ne comporte pas pour eux l'obligation de faire leur service militaire.

Les éliminés après les épreuves écrites sont déjà, ou vont être nommés adjoints et adjointes d'enseignement dans leurs établissements respectifs. Il est vraisemblable qu'ils pourront réparer leur échec à la dernière session du C.A.P.E.S., ancien régime, prévue pour 1954.

ANNEXE I

Rapport sur l'épreuve dite : problème

Correcteurs : M. THÉRON et Mlle BUDON

Rapporteur : M. THÉRON (1)

La composition comportait deux parties : dans la partie I, il s'agissait de faire retrouver aux candidats certaines propriétés des cercles de Chasles d'une ellipse. Ils étaient ainsi préparés à l'étude de la seconde partie ; son but était de déterminer un trièdre connaissant les angles respectifs de chaque arête avec le plan de la face opposée ; mais on demandait auparavant de déterminer un parallélépipède dont toutes les longueurs d'arête sont données et dont les six faces sont tangentes à une sphère donnée, problème équivalent.

Sur un total de 100 points, il en fut attribué 44 à la partie I et 46 à la partie II ; 10 points restant disponibles pour récompenser les qualités de présentation, bonne rédaction, soins apportés aux figures, clartés dans les explications.

54 copies furent corrigées. Les notes (sur 100) vont de 8 à 64, cette dernière attribuée deux fois. Près des deux tiers des notes sont comprises entre 14 et 30 inclus, avec prépondérance du côté des basses notes. 5 copies ont moins de 14. Au-dessus de 30 les notes se suivent assez régulièrement jusqu'à 42 ; puis 5 copies se détachent en s'espçant. La moyenne des notes est 26,5, et la note médiane, c'est-à-dire celle située au milieu de la liste des notes classées est 24.

Cette statistique appelle les observations suivantes :

a) Il y a trop de copies faibles ou franchement mauvaises. La note médiane est 24, or le total des points attribués à la partie I, amputée de la question la plus difficile [montrer que MF et MF' sont tangents à (ω)], ainsi que de l'étude de la réciproque dans la recherche du lieu de M , atteint 24. Un candidat ayant traité cet ensemble de questions, de longueur modeste, et dont le niveau ne dépasse pas celui d'un bon Baccalauréat, aurait donc obtenu une note voisine de 26, compte tenu des 10 points réservés. La moitié des concurrents n'a pu arriver là.

Les candidats qui, pour la plupart enseignent dans les classes inférieures, ne sont évidemment pas préparés à l'épreuve de géométrie par leur enseignement. Il faut qu'ils sachent que leurs souvenirs de candidats au Baccalauréat sont insuffisants et qu'ils doivent consacrer en cours d'année un certain temps à s'exercer à la recherche d'un problème de géométrie.

b) Par contre, les copies les mieux notées, sont satisfaisantes, les concurrents n'ont pu terminer le problème qui faisait un tout assez long, mais une seule difficulté sérieuse les séparait du but. Avec quelques heures de plus l'épreuve aurait été convenablement traitée.

Voici les principales remarques d'ordre général au sujet du concours :

1° Les candidats utilisent rarement les indications contenues explicitement ou implicitement dans l'énoncé. Par exemple, celui-ci parle dès le début d'une similitude (S), la plupart des questions étaient simplifiées par la considération de (S), à commencer par celle qui suivait immédiatement l'introduction de cette similitude (milieu M de EE'). Or très rares sont les copies où cette similitude est utilisée.

2° Les méthodes sont souvent maladroites, et, chose plus grave, une méthode est rarement exploitée systématiquement. Il n'est pas rare de voir un candidat traiter une question ou deux en utilisant une méthode excellente, puis l'abandonner sans raison en poursuivant ses recherches, alors qu'il pouvait continuer à l'utiliser. Il semble que l'on n'ait pas conscience que l'unité d'un problème a presque toujours pour corollaire une certaine unité de la méthode de recherche.

3° Les rédactions manquent souvent de netteté, et ce défaut n'est sans doute pas

(1) Voir le texte *Bulletin* n° 157, pages 160 et 161.

toujours involontaire. Ainsi, parmi les nombreux candidats qui n'ont pu montrer que les droites MF et MF' sont tangentes à (ω) , mais qui ont utilisé ce résultat ultérieurement, un seul a marqué nettement qu'il était obligé d'admettre un point. Il est rare que l'on distingue nettement entre les éléments ou résultats connus, ceux recherchés et ceux admis.

4° Les candidats ont une tendance regrettable à faire appel à leur érudition au lieu de regarder directement les questions. Ainsi pour chercher le lieu de M, beaucoup d'entre eux, ayant reconnu une figure classique (cordes conjuguées d'un cercle), ont fait appel à leur mémoire et ont évalué $(MF + MF')^2$ et $(MF - MF')^2$, à grand renfort de calculs, alors qu'une propriété précédente, MF et MF' tangents à (ω) , qui avait dû être longuement étudiée, donnait immédiatement le résultat.

5° Une seule faute grave se retrouve dans beaucoup de copies, au sujet du lemme demandé en (II, 2°) : elle consiste, étant donné un cercle et sa projection sur un plan, à confondre l'angle du plan du cercle et du plan de projection avec l'angle des tangentes en deux points correspondants du cercle et de l'ellipse. Sur les 36 candidats ayant traité ou effleuré cette question, 17 ont commis cette faute.

ANNEXE II

Rapport sur l'épreuve dite : corrigé (I)

Correcteurs : Mlle BUDON et M. THÉRON

Rapporteur : Mlle BUDON

I. — Le problème proposé comporte deux parties qui ont été notées également. Dans la première, il s'agissait de calculer les angles B et C d'un triangle ABC connaissant a , A, la longueur α de la bissectrice intérieure de $\widehat{A}$ ou le produit $\beta\gamma$ des bissectrices intérieures de $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$. $B + C$ étant égal à $\Pi - A$, l'inconnue classique est $B - C$. Un seul candidat s'est écarté, sans succès d'ailleurs, de ce procédé. Deux autres candidats ont utilisé des formules de transformation fausses. La plupart ont abouti à une équation correcte du second degré en $\cos \frac{B - C}{2}$. Les conditions à imposer à cette inconnue ont été très mal déterminées en général ; ce sont pourtant celles qui interviennent dans le deuxième cas de résolution des triangles. Beaucoup de candidats se contentent de conditions nécessaires

$$-1 < \cos \frac{B - C}{2} < 1, \text{ ou } 0 < \cos \frac{B - C}{2} < 1,$$

sans se demander si elles sont suffisantes. Très peu examinent complètement les limites de $\cos \frac{B - C}{2}$ avant d'étudier l'équation du second degré, d'où des longueurs. Pour l'une et l'autre des équations (2° et 3°) le calcul du discriminant est inutile, $f(\sin \frac{A}{2})$ indique l'existence des racines et montre que seule la plus grande peut convenir, $f(1)$ fournit alors la condition de possibilité.

A la suite de ces calculs, un candidat a remarqué que les données fixent d'une manière unique $\frac{B - C}{2}$, c'est-à-dire, à une symétrie près, la direction de la bissectrice de $\widehat{A}$; le lieu de A, tel que $\frac{B - C}{2}$ soit constant, est alors une hyperbole équilatère. Un autre candidat constate que, A étant dessiné, ainsi que sa bissectrice inté-

(1) Voir le texte *Bulletin* n° 157, pages 161 et 162.

rieure AA_1 , il suffit de mener par A_1 la tangente à l'enveloppe du segment $BC = a$, malheureusement cette enveloppe n'est pas la conique indiquée.

Une construction est suggérée par le texte dans le cas où la donnée est α , elle permet de vérifier les résultats trouvés par la trigonométrie. La similitude des calculs entre le cas où α est donné et celui où $\beta\gamma$ est donné, fait prévoir dans ce dernier cas une construction à la règle et au compas. La deuxième partie du problème permet de vérifier les calculs du 3° et conduit à une construction, avec la donnée $\beta\gamma$.

Les calculs font alors intervenir symétriquement b et c par leur somme et leur produit. A et a étant des données, on pose $a + b + c = 2p$ et $bc \sin A = ah$, les variables b et c sont remplacées par $2p$ et h , dont les significations géométriques sont immédiates. Le produit $\beta\gamma$ peut être, d'après la formule (2), ramené à la surface $2S$ du quadrilatère BB_1CC_1 .

La quatrième question permet d'étudier géométriquement la variation de S quand A décrit son lieu et de retrouver la condition de possibilité du 3°.

Le lieu de A est connu. Le lieu de E ($BE = b + c$) n'a pas été déterminé avec assez de précision : le centre et le rayon du cercle dont fait partie ce lieu auraient dû être indiqués ; l'arc de cercle a été rarement limité avec exactitude. Les variations de h et de p ont été admises trop intuitivement.

Le maximum de S est réalisé quand le triangle est isocèle ; sa valeur S_0 a été quelquefois calculée, mais la valeur trouvée n'a jamais été comparée au résultat du 3°.

La cinquième question indique que p est lié aux données par une équation du second degré ; peu de candidats l'ont étudiée et aucun n'a conclu.

Le commentaire est pauvre : lorsque la bissectrice intérieure est remplacée par la bissectrice extérieure $\sin \frac{B-C}{2}$ intervient dans le calcul, un candidat a remarqué

que la fonction devient impaire sans en tirer les conséquences ; lorsque les angles du triangle sont remplacés par des angles de droites orientées, le cercle lieu de A est complètement décrit, les bissectrices intérieures et extérieures ne se distinguent plus. Un seul candidat a abordé la question.

Chacune des remarques signalées a donné des points supplémentaires, ainsi le meilleur devoir a été noté 17,5 sur 20 ; la note la plus faible est 1,5 sur 20 ; 15 copies ont obtenu la moyenne sur 33 copies (pour les hommes) ; 13 copies ont obtenu la moyenne sur 21 copies (pour les femmes) ; 5 notes sont inférieures à 5 sur 20 (hommes) ; 3 notes sont inférieures à 5 sur 20 (femmes).

II. — La signification de cette épreuve est indiquée dans le programme du concours et a été rappelée en tête du texte du problème. Il ne s'agit pas d'un simple exercice de recherche, mais d'un corrigé ; elle s'adresse à des candidats qui ont enseigné, peuvent témoigner ici de leur expérience. Nous savons la difficulté du compte rendu des devoirs, et comment certains professeurs y échappent dans les classes nombreuses : pourtant, quand, faute de temps, les interrogations deviennent occasionnelles, le devoir hebdomadaire est le seul contact individuel entre le professeur et chacun de ses élèves, d'où sa valeur. A côté de la correction écrite sur chaque copie, le corrigé oral s'adresse à tous : principalement à l'élève moyen qui désire des méthodes générales qui réussissent, au mauvais élève qui souhaite pourtant comprendre la solution, à l'élève doué qui ne veut connaître les techniques que pour les oublier, et devant chaque problème souhaite s'adapter aux données particulières et faire des synthèses nouvelles.

Or, si la lecture des corrigés montre un entraînement à la recherche des problèmes de mathématiques (habileté dans les calculs, en géométrie), une certaine clarté dans l'expression, elle révèle un manque de sûreté dans les procédés employés (discussion d'une équation du second degré, variation d'une grandeur géométrique, limitation d'un lieu), souvent des connaissances insuffisantes (du triangle, par exem-

pie), sans doute une culture pauvre pour l'ensemble des mathématiques élémentaires : vagues souvenirs de l'époque où l'on était soi-même un candidat au Baccalauréat.

Ce manque de maturité, confirmé par les leçons d'oral, est, j'espère, un gage de jeunesse, c'est-à-dire d'aptitude à apprendre et à travailler.

ANNEXE III

Rapport sur le calcul numérique (1)

Correcteurs : Mlle BUDON et M. THERON

Rapport de M. MINOIS

La première partie de cette épreuve consistait en l'application de quatre formules données de trigonométrie sphérique. Elle ne comportait aucune autre difficulté que celle que l'on rencontre en classe de Mathématiques Élémentaires ou de Sciences Expérimentales, dans le maniement des Tables de logarithmes. Dans une seconde partie, on expliquait la signification géographique du calcul précédent et l'on demandait d'en déduire la longueur du chemin Paris-Montréal parcouru par un avion, ce qui n'exigeait qu'une règle de trois. Une troisième partie faisait utiliser les mêmes formules à un bateau situé sur un méridien donné. On demandait d'étudier l'ensemble des points de ce méridien en lesquels il était possible d'entendre un signal donné émis par une station de T.S.F. située à Brest.

En somme, il s'agissait dans tout ce problème, de calculs que tous les navigateurs sont amenés à faire journellement. Effectivement aucun candidat n'a été gêné par la difficulté du texte. Dans la première partie, le texte invitait les candidats à se contenter de la précision bien suffisante du dixième de minute. Il ne semble pas qu'ils aient apprécié à sa valeur l'allègement des calculs qui en résultait.

Trop de candidats disposent leurs calculs sans ordre. Ils ignorent visiblement ce qu'est un tableau de calculs. Ils manipulent leurs tables avec maladresse. Les petites erreurs dues à des interpolations fantaisistes sont fréquentes. Nombreux aussi sont les candidats qui calculent lentement.

La note 18 a été attribuée une fois, la note 15 deux fois, la plus faible note a été 2, attribuée une fois à une copie dont l'auteur, visiblement, ignore tout du calcul numérique. 30 notes ont été supérieures ou égales à la moyenne.

En résumé, c'est une épreuve tout à fait convenable, que l'on voudrait, pourtant, bien meilleure encore. Malgré son faible coefficient, elle est susceptible d'apporter aux candidats des points qu'ils auraient grand tort de mépriser. Les candidats aux concours futurs seraient sages en y pensant.

ANNEXE IV

Rapport sur l'exposé pédagogique

Correcteurs : MM. ROBERT et MINOIS

Texte de l'épreuve — « En toutes choses, disait Arago, qu'il s'agisse d'une fable de La Fontaine ou du traité de Géométrie descriptive de M. Monge, ce qui est réellement beau, paraît simple et semble avoir dû coûter peu d'efforts. »

Et Lagrange disait : « Avant d'avoir entendu Monge, je ne savais pas que je savais la Géométrie descriptive. »

Approuvez-vous Arago et Lagrange lorsqu'ils semblent identifier la beauté et la simplicité ? Votre expérience d'élève et de professeur vous permet-elle de dire que la géométrie descriptive soit belle et simple ? N'en peut-on dire autant d'autres parties du domaine mathématique ? Les sciences mathématiques vous semblent-elles seules à s'imposer à l'esprit humain par le double caractère de simplicité et de beauté ?

(1) Voir le texte *Bulletin* n° 157, pages 162 et 163.

Rapport des correcteurs. — Une phrase d'Arago servait de support au texte. Arago disait son émotion devant le traité de Géométrie descriptive de Monge qui venait de paraître. Il en admirait tout particulièrement la simplicité et la beauté de l'ordonnance. Ainsi se trouvait posé le problème du beau en mathématiques et l'on demandait aux candidats d'apporter leur contribution à ce problème en utilisant leurs souvenirs d'étudiants et leur expérience de jeunes professeurs.

On regrette que trop de candidats se contentent de phrases banales à aspect pédagogique. On regrette aussi que, beaucoup, se méprenant sur la phrase d'Arago, se croient obligés de vanter la beauté d'une épreuve. Par contre, on est heureux de lire des copies d'une belle qualité. Elles sont l'œuvre de candidats réfléchis et le jury a plusieurs fois constaté, à l'oral, une concordance entre les qualités mises en évidence par les leçons et les qualités mises en évidence par les exposés.

On déplore beaucoup de maladresses dans l'expression de la pensée. On déplore surtout l'existence de copies émaillées de multiples fautes d'orthographe. Elles ont été sévèrement pénalisées.

Loin d'être détestable, cette épreuve n'est cependant pas brillante. Les candidats seraient bien inspirés en utilisant une fraction de leurs loisirs à la lecture des grands classiques scientifiques, et à la réflexion personnelle. Avec un peu d'entraînement, l'exposé pédagogique cesserait de les dérouter. Qu'ils fassent un petit effort. Ce sera loin d'être du temps perdu.

ANNEXE V

Rapport sur les épreuves orales

Les conseils donnés dans le rapport de l'an dernier ont été suivis relativement aux plans des leçons, aux rappels de résultats antérieurs, à la durée des exposés. L'effort de préparation a semblé généralement très sérieux et beaucoup de leçons sont honorables : les candidats ont déployé du soin, répudié la vaine virtuosité de calcul et présentent de véritables leçons à l'usage des élèves. Sauf lorsque l'un d'eux est tombé sur un sujet qu'il se trouvait n'avoir jamais préparé auparavant, on ne peut incriminer que des détails, comme des oublis de présentation de résultats qui auraient dû être signalés dans la leçon ou qui se rattachaient à la méthode adoptée ; souvent le choix des exemples destinés à illustrer le sujet a été maladroit ou aurait pu être amélioré.

Cependant, certains sujets ne sont pas bien dominés par les candidats : ce n'ont pas été tant les leçons de géométrie descriptive, convenables sans être brillantes, que nous visons ici, mais surtout les leçons de géométrie de mathématiques élémentaires : transformations ponctuelles et coniques. Les candidats y apportent bien des matériaux, mais ne les ordonnent pas harmonieusement, et la cause en est qu'une conception de l'unité de ces sujets ne leur apparaît pas encore clairement. Comme il a été observé déjà dans le rapport de l'an dernier, ces leçons ont chevauché entre plusieurs exposés possibles, et cette constatation rejoint les observations du correcteur du problème décrit (annexe I) ; on abandonné une méthode qui a de l'efficacité pour faire la part égale aux conceptions variées des différents auteurs de livres classiques. Ce qui pêche de ce côté n'est donc pas l'insuffisance du volume des connaissances du candidat, mais une certaine absence d'idées générales et d'esprit critique.

Elle se manifeste encore à propos des problèmes d'existence, où on ne distingue pas assez ce qui est spéculatif (*analyse*) et ce qui est constructif, et on néglige la mise au point nécessaire pour s'assurer de la convenance des résultats (*synthèse*).

Si cette méthode d'investigation, uniforme dans ses caractères généraux, était plus familière aux concurrents, qui ne voit qu'ils y trouveraient un solide appui pour donner de la vie aux exposés des leçons de concours en choisissant, puis traitant complètement les problèmes essentiels auxquels on peut presque toujours les réduire.

Les auteurs de leçons n'ont pas rappelé volontiers les définitions, ni les propo-

sitions dont on a besoin, *au moment même où on les utilise* (ou très peu avant), ce qui améliore la précision des démonstrations.

A côté de ces défauts généraux, relevons quelques défauts particuliers assez répandus. Certains candidats sont timorés, trop impressionnés, par exemple, par la lettre du texte de leur leçon : une question d'algèbre comme inéquations (du premier ou du second degré) n'est pas au fond différente de l'étude du signe d'une fonction (linéaire ou de la forme $ax^2 + bx + c$), tout au moins sur le principe, les applications étant mises à part : un candidat qui traite d'abord $ax^2 + bx + c > 0$ en refaisant une théorie où le signe > 0 n'a somme toute rien à voir, interprète trop étroitement son texte. Un autre candidat avait à parler des sections planes du cylindre de révolution : il n'a pas compris, que cylindre voulait dire ici surface cylindrique, et il a parlé du solide engendré par un rectangle tournant autour d'un de ses côtés, ce qui n'a aucun rapport avec la leçon.

Mais, à côté des timides, il y a ceux qui montrent une désinvolture exagérée vis-à-vis de la correction du langage et de la rigueur formelle. Ceci sévit surtout dans les leçons d'algèbre : confusions fréquentes, qu'un professeur devrait s'attacher à éviter, entre une fonction et sa limite, entre l'accroissement moyen $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ et une dérivée, notamment, et négligences de langage pour désigner pêle-mêle une courbe, une fonction, une équation. Exemples : « la fonction $ax + by + c = 0$ est la fonction linéaire », « l'expression $y = \frac{\varepsilon^2 - 3\varepsilon + 4}{\varepsilon}$, quand ε tend vers zéro, tend vers $\frac{4}{\varepsilon}$ ».

Cette tendance au charabia s'accroît avec l'habitude de faire de la lettre ε quelque chose qui n'est ni fixe, ni mobile, alors que dans les démonstrations d'analyse, son emploi est habituellement de désigner un nombre positif *arbitraire*, très petit si l'on veut. Que dire de cette affirmation : « Quand x tend vers $-\frac{b'}{a}$, l'expression $a'x + b'$ tend vers un nombre très petit que nous désignons par $-\varepsilon$ » ?

Une équation peut être *indéterminée*, mais ce qualificatif ne devrait pas être employé pour une *inéquation*. Un professeur qui trouve pratique de s'exprimer comme suit : « l'équation représente une droite » ou « l'égalité $a = bq + r$ représente une division » devrait faire, au moins une fois, l'effort de traduction de cette phrase convenue en un langage tout à fait précis.

On excuse le lapsus, mais quand il se répète, il inquiète. Il y a même des cas où il ferait rire les élèves : « La prochaine fois, nous étudierons le cas particulier où la droite Δ est un cercle. »

Passons maintenant en revue quelques leçons suggérant des observations qui peuvent être utiles aux futurs candidats.

GÉOMÉTRIE

Classe de Troisième. — *Etude d'un lieu géométrique : points d'où l'on voit un segment donné sous un angle donné.*

Il n'est pas déraisonnable d'exposer d'abord une construction qui permettrait d'obtenir tout point du lieu ; mais sa discussion (qui fut escamotée) est un peu difficile. Cependant, on peut construire deux points particuliers M_1 , M_2 du lieu situés sur la médiatrice du segment donné AB (et ce sont les seuls), sans difficulté.

On dispose, pour la recherche, de deux théorèmes : 1° tous les points d'un arc de cercle d'extrémités A et B voient AB sous le même angle ; 2° par trois points non alignés passe un cercle unique. Ceci posé, soit M un point quelconque du lieu autre que A et B (on suppose l'angle donné α non nul, et différent d'un angle plat) : l'arc de cercle AMB rencontre la médiatrice de AB en un point unique, qui est nécessairement un point du lieu, ce ne peut être que M_1 ou M_2 . Les points du lieu sont nécessairement sur deux arcs fixes AM_1B , AM_2B , symétrique par rapport à AB .

Réciproquement, soit N un point de l'arc $\widehat{AM_1B}$, les angles $\widehat{ANB}$, $\widehat{AM_1B}$ sont égaux, donc $\widehat{ANB} = \alpha$ et N est un point du lieu. Il n'y a plus qu'à conclure. La méthode suivie est celle qui est préconisée pour les lieux géométriques en général.

Classe de Seconde. — *Figures homothétiques d'une droite, d'un cercle.*

Pour montrer que deux cercles du plan sont homothétiques, le candidat a utilisé un lemme : deux vecteurs parallèles sont (en général) homothétiques, en l'appliquant à deux rayons parallèles $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{C'M'}$. Il aurait dû souligner nettement que cela ne donne pas une infinité d'homothéties, bien qu'il y ait une infinité de couples de points (MM'). Là encore joue un théorème d'unicité à bien rappeler, et dont il y a lieu de discuter l'application (point partageant un segment CC' dans un rapport algébrique donné).

Il ne faut pas présenter le tracé des tangentes communes comme un moyen de trouver les centres d'homothétie : c'est une application de la théorie nouvelle, au contraire.

Classe de Seconde. — *Division harmonique de points alignés. Faisceau harmonique de droites.*

Il est illogique d'employer prématurément l'expression de faisceau harmonique pour quatre droites qui déterminent sur une cinquième une division harmonique. L'appellation ne se trouve justifiée qu'après la preuve du fait que la propriété est indépendante du choix de la cinquième droite.

Il serait tout aussi cocasse d'appeler puissance d'un point P, par rapport à un cercle, le produit $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ (A et B étant, sur le cercle, alignés avec P), puisque la définition fait intervenir, en plus du point et de la droite, une sécante passant par le point. On attend, avant de le faire, d'avoir démontré que ce produit est indépendant de la sécante.

Classe de Seconde. — *Relations $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ dans le triangle.*

Ne pas dire qu'on oriente un vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour vouloir dire qu'on oriente sa droite de support.

Le seul moyen d'éviter, dans la leçon, un dogmatisme déroutant pour l'esprit est de se proposer deux problèmes : le calcul de a connaissant b , c , A (ou même b , c , $\cos A$), ce qui détermine le triangle ; le calcul de $2R$, après avoir montré, d'après les éléments, qu'il ne dépend, par exemple, que de a et $\sin A$.

Classe de Première. — *Parallélisme des droites et des plans.*

Lorsqu'une droite est parallèle à un plan, il n'est pas vrai qu'une autre droite parallèle à la première soit aussi parallèle au plan : elle peut être contenue dans le plan.

De telles restrictions jouent sans cesse dans cette théorie ; on s'est étonné de les voir complètement méconnues. Elles disparaissent, soit en modifiant le sens originel du mot parallèle, soit, ce qui est préférable, dans l'enseignement, en parlant de direction de droites ; une telle direction peut appartenir à un plan. Mais ce nouveau langage n'est à signaler qu'en fin de théorie.

Classe de Première. — *Angles dièdres. Plans perpendiculaires.*

Un angle dièdre a une infinité de rectilignes ; deux angles dièdres coïncident complètement si un rectiligne de l'un est superposé à un rectiligne de l'autre : tous les rectilignes d'un angle dièdre et de ceux qui lui sont égaux sont égaux. Tels sont les faits de base.

Il n'a pas été insisté sur la différence entre les angles de la géométrie plane et les angles dièdres ; deux angles dièdres égaux peuvent être *superposés d'une infinité de manières*.

Un gros lapsus a été commis par une candidate : « si deux plans sont perpendi-

culaires, toute droite de l'un est perpendiculaire à leur intersection », la démonstration qui suivait aussitôt, bien entendu, visait un énoncé correct, mais non apparent. Ceci ne prouve-t-il pas qu'on a tort d'énoncer des propositions avant de les démontrer ? L'élève peut penser que l'énoncé est important et la démonstration accessoire, même quand le premier est vicieux et quand la seconde est juste.

Classe de Première. — *Volume de la pyramide et du tronc de pyramide à bases parallèles.*

Le candidat a omis de rappeler des préliminaires essentiels, le volume d'un prisme triangulaire et la similitude, à la base d'une pyramide, de toute section par un plan parallèle au plan de base, avec la conséquence relative au rapport des aires de la section et de la base.

Il y a lieu de mettre en évidence, par des figures partielles, la juxtaposition des trois pyramides en lesquelles on peut partager, dans la démonstration classique, un prisme triangulaire.

Classe de Mathématiques. — *Rotation dans le plan définie comme transformation ponctuelle.*

Cette transformation n'est pas une construction arbitraire de l'esprit : elle se dégage, comme technique de dessin, de l'étude préalable d'une figure plane invariable dont on a fixé un des points. Il est bien difficile, sans ce préliminaire, de faire saisir pourquoi deux figures déduites l'une de l'autre par rotation sont superposables.

Classe de Mathématiques. — *Similitude dans le plan, définie comme transformation ponctuelle.*

Dans certaine réciproque où interviennent deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A'B'}$, bien préciser si les hypothèses faites ont lieu quels que soient B et B' (et alors il vaudrait mieux les appeler M et M' — M pouvant être pris confondu avec tout point du plan).

Les candidats ont tendance à réduire deux figures semblables F et F' à de tels vecteurs, sans insister sur l'indépendance que les éléments de la transformation manifestent vis-à-vis du choix de A et B.

Les élèves ont rencontré l'appellation de triangles semblables dès la classe de Troisième. Il y a sur ce point un raccord à présenter entre les deux sens de la notion de similitude.

Classe de Mathématiques. — *Recherche des cercles passant par deux points et tangents à un cercle donné.*

L'étude préalable des faisceaux de cercles n'est pas essentielle pour traiter cette leçon. Seule, la théorie des axes radicaux est indispensable. L'esprit de la méthode est, dès lors, de substituer au problème le problème équivalent : faire passer par les deux points un cercle dont l'axe radical avec le cercle donné soit tangent à celui-ci. Ceci conduit à rechercher l'enveloppe des axes radicaux, avec ce cercle, des cercles passant par les deux points donnés (un point I en général) ; cette étude met en jeu plusieurs cas de figure et il est bon de la faire avant d'aborder le problème posé.

Le candidat a introduit dans la discussion du problème, comme condition nécessaire, que I doit d'abord exister, ce qui était illogique.

Classe de Mathématiques. — *Définition et étude de la parabole.*

L'étude complète des propriétés de la parabole dépasse la durée d'une seule leçon orale, mais celle qui a été faite sur le sujet, ne comportant que des constructions par points et la distinction des deux régions déterminées par la courbe, a semblé vraiment trop pauvre.

Le candidat a démontré, avec lenteur, que toute courbe semblable à une parabole est une parabole : il se devait d'aller plus loin et de montrer que deux paraboles quelconques sont semblables, de donner le cas d'égalité et le cas d'homothétie, s'il entrait dans cette considération.

Classe de Mathématiques. — *Théorème de Poncelet pour l'ellipse.*

Le théorème qui fait intervenir les deux foyers a été reconstitué, un peu péniblement, en partant de ce qu'il fallait démontrer. C'est là un échec relatif, car le fait essentiel de la démonstration (la symétrie d'un système de deux cercles par rapport à leur ligne des centres), apparaît mal, masqué par des détails.

Un procédé pour retrouver avec méthode la démonstration, consiste à supposer les foyers de l'ellipse fixes, et son grand axe variable. La correspondance entre les tangentes menées d'un point à une telle ellipse se dégage sans peine.

Classe de Mathématiques. — *Tangente en un point d'une hyperbole. Asymptote.*

Le candidat n'a pas pu rapprocher simplement les deux parties de la leçon et a fait un long détour, avec plus d'érudition que de méthode, par la théorie des directrices, des cercles (μ), de l'intersection de l'hyperbole avec une droite.

Or le raisonnement qui établit l'existence d'une asymptote est exactement apparenté à celui qui établit l'existence d'une tangente. Dans les deux cas, on est conduit à appliquer le même fait : l'inverse d'un point fixe par rapport à un cercle variable qui tend vers un cercle point, tend vers ce point.

II. — ALGÈBRE, TRIGONOMÉTRIE, ARITHMÉTIQUE

Classe de Seconde. — *Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.*

A ce niveau, on doit recommander la méthode bien naturelle qui consiste à substituer à l'une des inconnues, son expression en fonction de l'autre, tirée de l'une des équations, et c'est aussi la moins dangereuse pour le candidat. S'aventurer d'emblée, sans exemples numériques préliminaires, dans la résolution par des combinaisons linéaires des équations données, n'est pas très raisonnable.

Par un souci de conformisme mal compris, le candidat a parlé de systèmes d'égalités numériques au lieu de systèmes d'équations, mais les accolades qui semblent préciser des systèmes équivalents, quel est alors leur sens ?

La faute coutumière a été commise. Dans un cas particulier le candidat a rencontré une équation de la forme $0.y = 0$. Il a conclu à une indétermination du système. Cependant, si le système proposé eût été formé de cette équation et d'une autre comme $0.x = 1$, il n'est pas nécessaire d'être grand clerc pour conclure à l'impossibilité du système.

Classe de Seconde. — *Etude des fonctions $\frac{1}{x}$ et $\frac{a}{x}$ et de leurs représentations graphiques.*

Nul lien n'a été établi entre les études de ces deux fonctions, qui ont été juxtaposées comme s'il s'était agi de $y = \frac{1}{x}$ et $y = x^2$, par exemple !

Le candidat ne s'est pas risqué à justifier que les courbes représentatives étudiées sont homothétiques.

Classe de Mathématiques. — *Exemples numériques simples d'équations qui se ramènent à des équations du premier ou du second degré.*

Le stagiaire qui est tombé sur cette leçon n'a pas su discuter l'équation irrationnelle $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = 2x + 1$, ne tenant nul compte de la signification arithmétique du radical : il a trouvé deux solutions, alors qu'une seule convient à l'équation primitive.

Classe de Mathématiques. — *Exemples numériques de variations de fonctions de la forme $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ ($a' \neq 0$).*

Le candidat n'a pas su construire des exemples simples, ce qui lui a fait commettre des erreurs de calcul. Voulant mettre en évidence l'involution des racines de l'équation $y = \lambda$ quand λ varie, il a perdu un temps précieux à faire le changement d'axes $x = X + \frac{21}{5}$ $y = Y + 3$ ($\frac{21}{5}$ et 3 étant les coordonnées du point de ren-

contre de la courbe représentative avec son asymptote parallèle à l'axe des x). Ceci eût été une très bonne chose s'il eût prévu d'avance la forme de la nouvelle équation par laquelle Y s'exprime en fonction de X : le calcul de ses coefficients importait peu.

Classe de Mathématiques. — *Notion de fonction primitive. Utilisation pour le calcul de certaines aires.*

Un raisonnement célèbre, attribué à Newton, consiste à montrer qu'une certaine aire, fonction de x , fournit une primitive de la fonction $f(x)$. Il suffit de lire le texte de la leçon pour comprendre que cette initiation ne nécessite aucune complication : on considère un intervalle où $f(x)$ est positive, et l'aire est engendrée par le déplacement de l'ordonnée $mM = f(x)$ quand l'abscisse $Om = x$ croît, de la borne inférieure a , de l'intervalle, à X . Cette aire $S(X)$ est *a priori* positive et fonction croissante de X .

Le candidat a montré que $\frac{\Delta X}{\Delta S}$ tend vers $f(x)$, quand ΔX , accroissement de X à partir de la valeur x , tend vers zéro par valeurs positives. Il a conclu, trop tôt, à l'existence d'une dérivée pour $S(X)$, pour la valeur x . Or, ce n'est pas plus difficile de conclure quand ΔX est négatif.

Les élèves n'auraient rien compris au rafistolage de cette lacune fait ensuite : il y était question de conventions algébriques pour l'aire comprise entre mM et m_1M_1 , ordonnée de la courbe d'abscisse $x + \Delta X$, quand ΔX est négatif.

La formule de Green et les questions d'intégrales curvilignes, qui introduisent en Analyse un sens positif d'un contour, etc..., ne sont pas du niveau de la classe ; ce ne peut être qu'à la fin de la leçon, quand la confusion entre $S(X)$ et ΔS , que les élèves ont tant tendance à faire, n'est plus à redouter, qu'il y aurait lieu de signaler (à des fins gratuites), qu'on peut, abstraction faite des restrictions $f(x) > 0$, $x > a$, généraliser les résultats obtenus, et Newton lui-même en aurait été le premier surpris.

Classe de Mathématiques. — *Equation $a \cos x + b \sin x = c$.*

L'emploi exclusif de l'inconnue auxiliaire $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ a masqué complètement le rapport étroit de l'équation avec celles, si simples, de la forme

$$\cos x = A \quad \text{ou} \quad \sin x = B.$$

Cependant les considérations justifiant en Physique, dans cette classe, la construction de Fresnel, y sont d'une certaine importance.

La candidate n'a pas montré la réciproque qui s'imposait pour établir l'équivalence du problème avec la recherche des abscisses curvilignes des points de rencontre du cercle trigonométrique avec une certaine droite.

Classe de Mathématiques. — *Multiples communs à deux ou plusieurs entiers. P.P.C.M.*

En confondant avec des nombres premiers entre eux deux à deux des nombres premiers entre eux dans leur ensemble ($a'b'c' \dots$ quotients des entiers donnés par leur P.G.C.D. Δ) la candidate intéressée a donné une formule fautive pour le P.P.C.M. de $a, b, c \dots$: $\mu = \Delta a'b'c' \dots$. Mais celle-ci était correcte pour le cas de deux nombres seulement.

Classe de Philosophie. — *Étude de la fonction $y = ax + b + \frac{c}{x}$, au moyen des dérivées.*

L'auteur a été bien mal inspiré d'effectuer la somme indiquée sous la forme $\frac{ax^2 + bx + c}{x}$ et surtout d'appliquer, dans cette classe, et à cet exemple, une théorie des branches infinies du ressort des Spéciales. Il a successivement cherché, quand x augmente indéfiniment en valeur absolue $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x}$ (soit γ) $\lim_{x \rightarrow \infty} y - \gamma x$ (soit δ) et le signe de l'infiniment petit $y - \gamma x - \delta$ comme s'il s'était agi d'une fonction y quelconque.