

La divisibilité par 6

En classe de Cinquième figure au programme la divisibilité par 2 et par 3. Peut-on, à ce niveau, en ignorant la décomposition en facteurs premiers, parler de la divisibilité par 6 ?

Faisons dresser à l'élève le tableau des restes :

$n \dots$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12...
$r_2 \dots$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0...
$r_3 \dots$	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0...
$r_6 \dots$	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0...

Il constatera, puis démontrera, que de 6 en 6 seulement $r_2 = r_3 = 0$, d'où il déduira que « la condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre soit divisible par 6 est qu'il soit divisible par 2 et par 3 ».

Naturellement il importe de mettre en garde contre une fausse généralisation ; pour cela, il suffira de faire examiner quelques exemples : 12 est divisible par 2 et par 4 sans l'être par $2 \cdot 4 = 8$, etc...

En classe de Mathématiques on peut partir du même tableau pour faire découvrir les résultats suivants :

Si a et b sont premiers entre eux,

1) ab , nombres consécutifs quelconques, présentent toute association de restes r_a, r_b pris parmi $0, 1, 2, 3, \dots, a-1$ et $0, 1, 2, 3, \dots, b-1$, une fois et une seule ;

2) les restes r_a, r_b sont caractéristiques du reste r_{ab} (c'est-à-dire à une association r_a, r_b correspond un reste r_{ab} bien déterminé et réciproquement) ;

3) la condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre ait les restes r_a, r_b est qu'il soit de la forme $r_{ab} + Kab$, où r_{ab} est le reste par ab associé à r_a, r_b et K un entier arbitraire. En particulier pour qu'un nombre soit divisible par ab , il faut et il suffit qu'il soit divisible par a et par b .

E. EHRHART,

Lycée Kléber, Strasbourg.