32e Année. — N° 156 Mai 1953

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Publication trimestrielle

Administration : Musée Pédagogique, 29, rue d'Ulm, Paris (5e)

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

DEUXIÈME PARTIE

Cotisations : 400 fr. **Abonnements : 800 fr.**

Expédition des Bulletins : 29, rue d'Ulm, Paris 5e

Abonnement d'un an au *Bulletin* (prix net) : France .... **800 fr.**

Prix d'un numéro du *Bulletin* ou d'un *Supplément* (prix net) : France. **200 fr.**

Les membres de l'Association (cotisation : 400 francs pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que les *Fascicules d'Enoncés.*

Régler par chèque postal en utilisant l'adresse suivante :

Paris, Cc. 5708-21

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public

29, rue d'Ulm, Paris (5e)

Présidents d'Honneur

Mlle DIONOT, M. DELCOURT, M. HENNEQUIN

Bureau :

Président : M. MONJALLON, 23, boulevard Saint-Germain, Paris (5e).

Vice-Présidents : Mlle MASSON, 3, avenue de la Porte-de-Montrouge, Paris (14e).
M. BENOIST, Collège Diderot, 60, bd de La Villette, Paris (19e).
M. CAGNAC, 53, rue de Babylone, Paris (7e).
M. GIRAULT, 5, rue Isabey, Paris (16e).

Secrétaires : M. GIRARD, 37, rue Davioud, Paris (16e).
M. ROSTOLLAND, professeur au Lycée Marcel-Roby, St-Germain-en-Laye (S.-et-O.).

Trésorier : M. LEGRAND, 3 *bis*, av. R.-Poincaré, Margny-lès-Compiègne (Oise).

Comité :

Membres élus

Sortants en 1954 : Mlle BARBIER (*Victor-Duruy*) ; M. BENOIST (*Diderot*) ; M. GIRAULT (*J.-B. Say*) ; M. JACQUEMART (*Pasteur*) ; M. MINOIS (*Lakanal*) ; M. RUFF (*Voltaire*).

Sortants en 1955 : M. CAGNAC (*Louis-le-Grand*) ; M. DURRANDE (*St-Louis*) ; M. HUISMAN (*Montaigne*) ; M. MARVILLET (Strasbourg, *Kléber*) ; M. MONJALLON (*St-Louis*) ; M. SINGIER (*St-Louis*).

Sortants en 1956 : Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. BAY (*Condorcet*) ; M. CARALP (*Montaigne*) ; M. CROZES (*Henri-IV*) ; M. DELTHEIL (Fac. Sc. *Toulouse*) ; M. PÉTRUS (*Janson*).

Sortants en 1957 : M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; M. ITARD (*Henri-IV*) ; M. MAILLARD (*Charlemagne*) ; M. POCHARD (*Condorcet*) ; M. ROSTOLLAND (*Marcel-Roby*) M. THOVERT (Lyon, *Ampère*).

Membres de droit

Mme NICOUD (Lyon. *Marie-Vidalenc*) ; M. CANONGE (Castres) ; Mlle AFFRE (*Fénelon*) ; M. POUX (Saint-Cloud).

Rapporteurs

Classes Nouvelles : Mlle MASSON ; *Enseignement moderne court :* M. GIRAULT ; *Enseignement technique :* M. BIGUENET ; *Ecoles Normales :* M. GIRAULT ; *Premier Cycle :* M. CARALP ; *Seconde et Première :* M. ROSTOLLAND ; *Philosophie, Sciences Expérimentales, Mathématiques :* M. FAVRELLE, M. MINOIS, Mlle PROTIN (S. Ex.) ; *Mathématiques Supérieures :* M. DURRANDE ; *Classes préparatoires aux Grandes Ecoles :* M. DURRANDE ; *Définitions de mots et notations mathématiques: Axiomatique et Redécouverte:* M. CROZES ; *Sujets des compositions et épreuves orales aux différents examens et concours :* Brevet et Ecoles Normales : M. EDDE. — Baccalauréat : M. FAVRELLE. — Grandes Ecoles : M. CHAZAL. — *Concours général :* M. SINGIER ; *Histoire des Mathématiques :* M. ITARD ; *Cinéma d'Enseignement :* M. EUVRARD ; *Matériel d'Enseignement :* M. MONJALLON ; *Enseignement de l'Astronomie :* M. WALUSINSKI.

Correspondants

Aix-Marseille : M. BERTRAND (Marseille. *Thiers*) ; *Besançon :* M. BOUCHAT (Besançon) ; *Dijon :* M. X... ; *Lille :* M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; *Lyon :* M. THOVERT (Lyon, *Ampère*) ; *Montpellier :* M. DUSSOL (Montpellier) ; *Nancy :* M. MOUGENOT (Nancy, *Henri-Poinçaré*) ; *Rennes :* M. RENAULT (Rennes) ; *Strasbourg :* M. EHRHART (Strasbourg, *Kléber*) ; *Maroc :* M. QUEYSANNE (Casablanca, *Lyautey*) ; *Tunisie :* M. SAUVAN (Tunis, *Carnot*).

32e Année — N° 156 Mai 1953

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement public

PREMIÈRE PARTIE

NOTE IMPORTANTE

Par suite d'une réorganisation du travail du Bureau de l'Association, les membres de l'A.P.M. sont priés de vouloir bien se conformer aux directives ci-dessous :

1° La correspondance concernant les questions relevant de l'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ou les questions PERSONNELLES doit être adressée au Président :

A. MONJALLON, 23, boulevard St-Germain, Paris, 5e. ODE. 55-44.

2° La correspondance concernant les questions ADMINISTRATIVES (adhésions, mutations, démissions, demandes de *Bulletins*, réclamations, etc...) doit être adressée à :

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES
29, rue d'Ulm, Paris, 5e

joindre un timbre pour la réponse, s.v.p.

3° La cotisation pour l'année scolaire (400 francs) est due dès le **1er octobre** de chaque année et doit être versée par virement postal uniquement au compte courant suivant :

PARIS, Cc. 5708-21

avec la même adresse qu'au 2°.

De nombreux collègues oublient de verser leur cotisation en temps opportun. Le service du *Bulletin* sera supprimé à partir du **1er janvier** pour tous ceux qui ne seront pas en règle avec la Trésorerie au **31 décembre au plus tard** de l'année en cours.

I. Assemblée générale du 29 Mars 1953

Etaient présents 42 membres :

Bureau : M. MONJALLON (*Président*) ; MM. BIGUENET, CAGNAC, GIRAULT, LEGRAND, ROSTOLLAND.

Comité : Mlle BARBIER ; MM. BAY, CANONGE, GUITTON, JACQUEMART, MARVILLET.

Membres de province : MM. BASTIEN (Sézanne, C.), BERTRAND (Marseille, *Thiers*), BILLIONNET (Agde, C.), BUQUET (St-Quentin), CORNU (Strasbourg, C.T.), DELPLA (Saumur), FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*), GLAESER (Nancy, Fac. Sc.) ; Mme LANDRIEUX (St-Quentin) ; MM. LIMOUZIN (Lyon, *Chaponnay*), MIRGAUX (Nancy) ; Mlle PETIOT (Angoulême) ; MM. THOVERT (Lyon, *Ampère*), TOLY (Verdun, C.) ; Mlles TUEL (Verdun, C.J.F.), VIAN (St-Quentin).

Membres de Paris : M. BELGODÈRE (C.N.R.S.) ; Mme BOUTEILLE (*Octave-Gréard*) ; MM. DUVAL (*Dorian*), GIROUD (*Lakanal*), GODEFROY (*Charlemagne*), GUERBOIS (*Paul Langevin*), HÉBERT (*Colbert*), ITARD (*Henri-IV*), MÉDIONI (*J.-B. Say*), MORILLON (*Dorian*), POCHARD (*Condorcet*) ; Mlle PROTIN (*J.-Ferry*) ; MM. SIROS (*Lakanal*), VANY (*Louis-le-Grand*).

Ont voté par correspondance 105 membres : M. ABADIE (Nancy, Fac. Sc.) ; Mlle ALZIEU (Toulouse) ; Mme AYRAULT (*J.-Ferry*) ; M. BAGLIN (St-Cloud) ; Mlle BARLUET (Limoges) ; MM. BEAMURGIA (St-Gaudens), BERNARD (Manosque, C.) ; Mlle BIGOT (Limoges) ; MM. BOMPAR (Marseille, *Thiers*), BONERANDI (Uzès, C.), BOUSSO (Sarrebrück), BRACHET, BRONNER (Strasbourg, *Kléber*), BRUN (Marseille, *Thiers*), CALRIÈRE (Tulle) ; Mme CANONGE (Castres, C.) ; Mlle CHARBONNIER (Lyon, *Saint-Just*) ; Mme CHÉROUX (Limoges) ; Mlle CHIFFRE (Cahors) ; MM. CHONÉ (Clermont-Ferrand), CLANET (Toulouse, E.N.P.), COLLOT (Nancy), COMMEAU (Strasbourg, *Kléber*), CONSTANTIN (Reims), COQUET (Lille), CRENN (Rennes) ; Mlle CRIST (Nice) ; M. CROZES (*Henri-IV*) ; Mlle CURTZ (Chambéry) ; MM. DAUTREVAUX (Belfort), DAVID (*J.-B. Say*), DONNART (Rennes), DURRANDE (*St-Louis*), DUVERT (Lyon, *Ampère*) ; Mlle ESCOURROU (*J.-Ferry*) ; MM. EHRHART (Strasbourg, *Kléber*), ELUECQUE (*St-Louis*) ; Mlle ETIFIER (St-Germain-en-Laye) ; M. FAVARD (Strasbourg, *Kléber*) ; Mlles FÉE (Evreux), FERMÉ (St-Gaultier) ; Mme FLAMANT (*Fénelon*) ; Mlle FOURNERY (*V.-Duruy*) ; M. FOURNET (*Lakanal*) ; Mlle FOURNIER (Epernay) ; MM. GAL (Arles, C.), GAUDOT (Besançon), GILLET (Saint-Germain-en-Laye, C.M.), GIRARD (*Arago*), GIRAUD (Grasse, C.), GITTON (Orléans), GLASSER (Strasbourg, *Kléber*), GOUNON (Lille), HAHN (Strasbourg, *Kléber*), HERMANT (*Pasteur*), HOUIN (Nancy, C.M.), JAMET (St-Nazaire), JAUSSAUD (Nîmes), KLEIN (*Henri-IV*), KROMM (Bordeaux, *Montesquieu*) ; Mlle KUNTZMANN (Nancy) ; M. LASSORT (Bordeaux, *Montaigne*) ; Mlle LAVELLE ; MM. LECLAIRE (Lille), LE DRIAN (Lorient) ; Mme LECOQ (*La Fontaine*) ; MM. LERICHE (*Marcel-Roby*), LÉVY (Thionville), LORRAIN (Strasbourg, *Kléber*), LOUVET (Lille) ; Mme LUTZ (Nancy) ; MM. MACHICOT (Montauban), MALLARD (Tours), MARCHAND (Laval), MARGUINAUD (St-Junien, C.) ; Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; MM. MÉALLARÈS (Grenoble, Ec. Pup. Air), MERLIN (Barbézieux, C.), MÉTRAL (Marseille, *Thiers*) ; Mlle MEUNIER (Bourg) ; MM. MIELLON (Grenoble), MINIER (*Dorian*) ; Mme MINOIS (*Marie-Curie*) ; MM. MINOIS (*Lakanal*), MOUGENOT (Nancy), MOUTON (Marseille, *Thiers*) ; Mlle MULLER (Aix-les-Bains) ; Mme NICOUD (Lyon, C.M.) ; MM. PARISELLE (*St-Cloud*), PERRICHET (*St-Louis*), PERRIER (Grenoble, C.M.), PERRINE (Alençon) ; Mme POCHARD (*St-Cloud*) ; M. PORTIER (Chartres) ; Mlle POYET (Montbéliard) ; Mme RANSON (Lyon, *Ed.-Quinet*) ; MM. RENAULD (Rennes), ROCHIAS (Clermont-Ferrand, C.T.) ; Mme ROGUET (Reims) ; Mlle ROULET (Montargis) ; MM. SAMUEL (Strasbourg, *Kléber*), SÉNÉCAT (*Henri-IV*), THÉOCLISTE (Bourg, E.N.) ; Mlles TINCHON (Boulogne), VERVAECKE (Lille, *Fénelon*).

Allocution du Président

MES CHERS COLLÈGUES,

Chaque Assemblée générale débute invariablement par un rapport sur l'activité de l'Association pendant l'année écoulée ; je ne faillirai pas à la tradition, mais je serai bref, car chacun de vous a pu suivre le détail des démarches faites dans les *Bulletins* publiés depuis mai 1952.

Sur le plan officiel, citons d'abord le dépôt d'une motion concernant les modalités de l'épreuve de mathématiques de l'examen d'entrée en Sixième, le renouvellement du vœu relatif à l'attribution d'heures de travaux dirigés, l'intervention au sujet de l'incident concernant l'épreuve de Mathématiques Elémentaires du concours d'Agrégation.

Pour le choix des sujets de Mathématiques de l'examen d'entrée en Sixième, il a été entendu avec M. l'Inspecteur général PUGIBET, adjoint à M. le Recteur de l'Académie de Paris, que l'A.P.M. fournirait des textes. Je fais donc appel aux collègues compétents pour la fourniture de ceux-ci.

La session de juillet du Conseil Supérieur de l'Education Nationale nous a donné satisfaction, puisque la création d'une section A' a été décidée. La série correspondante à la 1^{re} partie du Baccalauréat comporte une seule épreuve de Mathématiques, composition écrite dotée du coefficient 3. A la suite d'une erreur typographique dans le compte rendu de cette session, publiée au *B.O.*, je suis intervenu auprès de la Direction de l'Enseignement Supérieur : le décret du 15 octobre 1952, concernant les dispositions relatives aux diverses séries du Baccalauréat, est venu rétablir les faits.

Puis de nombreux collègues nous ayant écrit au sujet de la suppression de l'option en série A, suite de la création de la série A', je suis allé de nouveau à la Direction de l'Enseignement Supérieur, en janvier 1953, pour demander que des mesures transitoires soient prises, pour les sessions de 1953 au moins, afin de sauvegarder les intérêts des candidats prévenus trop tardivement. Après divers incidents, qui ont nécessité des démarches auprès des Commissions de l'Enseignement de l'Assemblée nationale et du Conseil de la République, j'ai appris au dernier moment que le Conseil Supérieur de l'Education Nationale s'est réuni le 28 mars pour examiner une motion relative à l'option ; le résultat ne m'en est pas encore connu (1).

Mais à côté de cette activité officielle s'accomplit un travail intellectuel non moins important. Sous l'impulsion de notre collègue CROZES, que je tiens à féliciter pour son active collaboration à la vie de notre Association, la Commission « Axiomatique et redécouverte » nous a invité à entendre de brillantes conférences sur l'historique des axiomes de grandeur (M. ITARD), sur le calcul vectoriel (M. CHATTELUN), sur l'introduction de l'esprit de l'algèbre moderne dans l'algèbre et la géométrie élémentaires (M. LICHNEROWICZ). Sur un plan plus modeste, mais tout aussi fructueux, quelques groupes se réunissent, soit au Centre International d'Etudes Pédagogiques de Sèvres, soit dans des lycées du Quartier Latin, pour étudier des sujets tels que l'enseignement des Mathématiques dans le premier cycle, la psychologie de l'enfant, etc... L'un de ces groupes a pour animatrice notre Président d'honneur, Mlle DIONOT, que je veux remercier ici de l'aide affectueuse qu'elle apporte à notre Société. Une Commission, chargée de l'étude des modifications souhaitées dans les programmes du premier cycle a travaillé en liaison avec ces groupes. Mlle MASSON a assuré avec dévouement le dépouillement de l'enquête et en a tiré des conclusions publiées récemment sous sa signature.

Sur le plan administratif, je me dois de vous signaler le dévouement inlassable de celui des membres du Bureau dont la besogne, quoique obscure, est nécessaire

(1) En fait, j'ai appris le lendemain, 30 mars, que le Conseil Supérieur avait décidé le maintien de l'option pour les deux sessions de 1953 seulement.

— ô combien — j'ai parlé de notre Trésorier, M. LEGRAND. Il a accompli avec soin et méthode un labeur énorme pour lequel il a droit à toutes nos félicitations.

La publication du *Bulletin* est aussi une des tâches lourdes, accomplie avec zèle par M. GIRARD, qui s'est dépensé intelligemment pour nous assurer quelques recettes de publicité, appréciables dans notre étroit budget. Qu'il trouve ici nos chaleureux remerciements. Notre *Bulletin* a pu sembler ne pas paraître avec régularité, mais il faut tenir compte qu'entre les *Bulletins* se sont intercalés des fascicules d'énoncés auxquels M. ROSTOLLAND a collaboré, ce dont je le remercie vivement. En outre, la grippe du début de l'année a causé quelque retard chez notre imprimeur. Enfin, une vieille tradition ayant été reprise, la publication des rapports des concours d'Agrégation, il nous a fallu attendre la communication de ceux-ci par le Ministère.

Je souhaite qu'à l'avenir soient publiés dans notre *Bulletin* tous les rapports concernant les concours de recrutement dont l'intérêt professionnel est indiscutable. Je voudrais aussi que, par sa seconde partie, notre *Bulltin* devienne en quelque sorte une publication pédagogique importante. Mais le coût de l'impression et la modicité de notre cotisation freinent sérieusement cette réalisation. Aussi demandé-je instamment à tous nos membres de chercher autour d'eux les collègues ne faisant pas encore partie de notre Association pour les inviter à se joindre à nous.

Les tâches du Bureau sont parfois très lourdes et complexes, et il m'a paru bon de rechercher à alléger, dans la mesure du possible, certaines d'entre elles. Au cours d'une entrevue avec M. CROS, Directeur du Musée pédagogique, il m'a été offert de confier notre Secrétariat à un employé du Musée pédagogique, comme cela se fait déjà pour d'autres Sociétés de Spécialistes. Après avoir mûrement examiné la question, j'ai accepté cette offre, car elle présente de nombreux avantages, tant du point de vue de la simplification des tâches des membres du Bureau que du point de vue financier. Que M. l'Inspecteur général CROS veuille bien trouver ici l'expression de notre gratitude pour l'aide qu'il apporte ainsi à notre Société.

Je ne terminerai pas cette brève allocution sans adresser mes remerciements à nos représentants aux divers Conseils, Mlle AFFRE, MM. CANONGE et JACQUEMART pour la vigilance dont ils ont fait preuve dans la défense de la cause des Mathématiques, ainsi qu'à tous les membres du Bureau et du Comité pour le concours éclairé qu'ils m'ont apporté dans la direction de l'Association.

Il ne me reste plus qu'à souhaiter que, grâce à l'appui bienveillant, maintes fois manifesté par l'Inspection générale de Mathématiques à l'égard de nos vœux, l'A.P.M. puisse continuer son œuvre, modeste peut-être, mais non sans efficacité.

A. MONJALLON.

Une discussion prend alors naissance sur certains des points évoqués dans le rapport moral ci-dessus. M. CAGNAC demande si les conférences seront publiées. Beaucoup le souhaitent. Il faut, en particulier, songer aux membres de province qui n'ont pas la possibilité de venir les entendre. Le Président répond qu'il est très difficile, sinon impossible d'obtenir des conférenciers leurs manuscrits, ceux-ci n'ont pas toujours mis en noir sur blanc le thème de leurs conférences ; la prise en sténotypie de celles-ci a été envisagée, mais la dépense a paru assez considérable ; il promet de faire toutefois son possible pour donner à l'avenir satisfaction à nos membres sur ce point.

M. THOVERT souhaite que les *Bulletins* soient plus nombreux et réguliers. M. MONJALLON fait remarquer qu'il a expliqué l'irrégularité de parution ; il ajoute que l'on ne doit pas oublier que notre *Bulletin* est une publication trimestrielle, qu'en général cinq *Bulletins* sont publiés chaque année, sans compter les fascicules d'énoncés. M. LEGRAND évoque aussi l'incidence budgétaire, l'exiguïté de notre cotisation ne permet guère de faire mieux pour l'instant.

M. DELPLA signale qu'il a envoyé des articles qui n'ont pas été publiés. Il lui est répondu que l'abondance des matières dues à l'ensemble des rapports sur le Concours général, l'Agrégation, en sont un peu la cause. D'autre part, si le Comité de lecture ne fonctionne pas encore parfaitement, il est évident que tout article envoyé pour le *Bulletin* n'est pas forcément publié, l'adhésion à l'Association ne donnant aucune garantie dans ce sens à ses membres.

La longueur des rapports d'Agrégation pose un problème de prix de revient du *Bulletin* assez ardu. Comme il ne semble pas opportun d'augmenter la cotisation, il faut envisager d'y remédier. Quelques-uns des membres présents souhaitent une large diffusion de ces rapports parmi les candidats. M. GIRAULT estime que les Centres pédagogiques régionaux devraient souscrire au moins un abonnement. M. POCHARD insiste pour que les textes des épreuves des concours soient diffusés le plus possible et souhaite que ce soit le Ministère de l'Education Nationale qui s'en préoccupe.

Le Président clôt la discussion en remarquant que les choses s'arrangeraient si notre Association voyait le nombre de ses adhérents augmenter très sensiblement. Il envisage dans ce but une propagande active, en particulier auprès de nos futurs collègues (E.N.S., Centres pédagogiques régionaux, etc...). Il souhaite en outre que chacun de nos membres fasse du prosélytisme autour de lui.

Compte rendu financier

Le Trésorier donne ensuite quelques compléments d'information au sujet du Bilan publié au n° 155. M. LEGRAND regrette de constater que certains membres n'acquittent pas régulièrement leurs cotisations. Etant donné les frais qu'exigerait un recouvrement postal ou l'envoi de cartes de rappel, il a préféré suspendre le service du *Bulletin* à ceux qui n'étaient pas en règle au 31 décembre 1952, en les avertissant par la mention « Abonnement terminé » sur la bande du numéro de janvier 1953. Le procédé employé a provoqué quelques réclamations, mais a permis de voir arriver par les chèques postaux une vague de cotisations des retardataires. Quoi qu'il en soit, sur environ 1.870 membres, qui sont régulièrement inscrits comme membres, il n'y a eu que 1.632 cotisations versées jusqu'à la veille de l'Assemblée générale. Malgré le déficit ainsi causé, la situation financière paraît des plus saines et nous pouvons envisager l'avenir avec confiance.

Le Président remercie M. LEGRAND de son exposé très objectif.

Le compte rendu financier est adopté à l'unanimité.

Les Epreuves de Mathématiques aux divers Examens et Concours

Le Président remarque que, malgré les imperfections signalées dans les rapports de MM. FAVRELLE et ROSTOLLAND sur l'épreuve de Mathématiques au Baccalauréat, l'année 1952 a marqué une certaine amélioration et l'Association n'a guère eu à intervenir.

En 2e partie, série Mathématiques, à Alger (juin), la composition a dû être refaite, car le problème donné était impossible. On peut aussi être étonné par l'étrange énoncé donné à New-York (juin). En première partie, Besançon n'a pas renoncé à sa tradition : aux candidats de séries A et B, il pose la question de cours suivante : « *Somme, produit et signe des racines de l'équation* $x^2 - 3x + 37 = 0$ », laquelle n'a pas de racine ; celle-ci est remplacée aussitôt par $x^2 - 7x + 12 = 0$, dont les racines sont évidentes, ce qui n'est guère mieux ; en séries C et M, le texte dactylographié du problème laissait planer une certaine confusion, le chiffre 1 étant figuré par la lettre *l*, ce qui rendait la suite incompréhensible ; la rectification a été donnée un quart d'heure avant la fin et dans certains centres, les candidats ont bénéficié d'une demi-heure supplémentaire.

Ce dernier incident montre l'inconvénient de la distribution de textes tirés sur duplicateur ; il semble que le mieux serait que tous les textes soient imprimés à l'Imprimerie nationale et que les épreuves en soient revues sérieusement avant que le bon à tirer ne soit donné.

Le Président donne alors la parole à M. ROSTOLLAND pour son rapport sur la 2^e^ partie, Mathématiques, qui n'avait pu être publié dans le dernier numéro et que nos membres trouveront ci-après.

Rapport sur les épreuves de Mathématiques au Baccalauréat
(2^e^ partie, 1952)

Notre Président a déjà fait quelques observations relativement à Alger, New-York, et Besançon (*Bulletin* n° 154, p. 56). En voici d'autres, qui ne sont d'ailleurs pas toujours des critiques :

I. — QUESTIONS DE COURS :

Aix-Marseille demande les formules transformant $\sin p \pm \sin q$, $\cos p \pm \cos q$, c'est trop court.

Clermont : Dérivée de $\sin x$. Faut-il établir la limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ quand x tend vers zéro ? La question est posée au contraire avec précision à *Caen* et à *Nancy*.

Grenoble : Résolution et discussion d'un système linéaire. C'est une leçon proposée à l'Agrégation, et non des plus faciles, et c'est trop long.

New-York : Qu'appelle-t-on figures égales ? Montrer que toute figure égale à une droite ou à un plan est une droite ou un plan. Comment juger la copie d'un candidat qui partirait de la définition suivante : J'appelle figures égales deux figures superposables ?

II. PROBLÈMES :

1° *Première session*

Grenoble : Sujet original sur les progressions géométriques et des sommes qui s'en déduisent par dérivation.

Bordeaux (M.T.) : Problème original et intéressant sur une transformation non étudiée dans le cours. Un peu long et difficile.

Lille. — Sujet intéressant mais un peu long, qui contient une étude directe des tangentes à une hyperbole équilatère.

Lyon (M.T.) : Même remarque que pour *Bordeaux*, mais problème plus facile.

Montpellier : Problème d'arithmétique intéressant et bien gradué. En M.T., problème sur l'hélice peut-être un peu difficile.

Paris : Trop long, parfois trop difficile.

Antilles : Problème de Statique bien posé (mais hors du programme).

A.O.F. : Propose de construire la lemniscate obtenue par inversion d'une hyperbole équilatère : cela me paraît un peu ambitieux et déroutant pour un jour de Baccalauréat. Mais le sujet est à retenir pour les élèves qui demandent ce que deviennent les coniques par inversion.

2° *Deuxième session*

Aix-Marseille (M.T.) : Problème intéressant mais trop long. De plus, que penser de la question : Trouver le milieu du segment OO' ? (3^e^ partie).

Alger : La 3^e^ partie suppose connu le lieu des points dont le rapport des puissances pour deux cercles est donné. Ne faudrait-il pas indiquer au moins une méthode ?

Besançon : On lit OH et non $\overline{\mathrm{OH}}$ comme il le faudrait, dans la 2^e^ partie et dans la note finale.

Bordeaux : Problème intéressant, mais qui me paraît trop difficile. La première partie n'est simple que par des calculs de géométrie analytique.

Dijon : La discussion demandée dans la première partie est bien longue, et quel rapport a-t-elle avec la suite ? L'ensemble paraît trop long et souvent trop difficile, en particulier la recherche du second point demandé au 2°, et le carré du rapport qui intervient dans une division harmonique au 3°.

Grenoble : Problème intéressant, mais parfois trop difficile (2°, *b*).

Lille : La 5^e^ partie me paraît peu précise : ayant trouvé une propriété d'une branche d'hyperbole, on demande à quelle propriété analogue est rattachée la seconde branche. S'agit-il de la propriété qui s'en déduit par symétrie ?

Lyon : La longueur de l'énoncé a sans doute effrayé bien des candidats. La 3^e^ partie me paraît trop difficile.

R. ROSTOLLAND,
Lycée Marcel-Roby, St-Germain-en-Laye.

M. POCHARD s'élève contre le problème de Grenoble (juin), il désirerait connaître les réactions des candidats devant un texte aussi peu classique. D'une manière générale, on critique fortement les questions de cours qui ne sont que de simples exercices. M. JACQUEMART souhaite que le problème, au lieu de comporter de multiples questions, présente un début abordable par le candidat moyen et se termine par une question plus difficile pour juger les meilleurs ; il ajoute qu'il serait bon de rappeler aux Doyens les instructions relatives au choix des sujets.

Au concours d'entrée dans les Ecoles normales d'instituteurs, M. GIRAULT rappelle l'effarante composition donnée dans les Ardennes, qui a provoqué des notes très faibles : l'ensemble des correcteurs a protesté énergiquement.

Le Président ajoute que, pour le Baccalauréat de 1953, la présence d'un texte unique pour la métropole évitera peut-être de telles malfaçons. Il remercie les divers rapporteurs pour la qualité de leur travail.

Examen d'entrée en Sixième

L'Assemblée se penche alors sur le problème qui a été déjà l'objet de longues discussions, l'examen d'entrée en Sixième.

Le Président fait remarquer que c'est à tort qu'il porte le nom de « concours ». Il ne devrait être qu'un moyen de déceler, avec plus ou moins de certitude, que les élèves sont aptes à suivre avec fruit l'enseignement qui leur sera donné et que, par suite, l'admission doit être dispensée aussi largement que possible.

M. POCHARD demande que ce concours ne soit pas un examen de sélection, il note en passant que les manuels du début de la précédente décade étaient bien moins copieux que ceux d'aujourd'hui. M. BAY pense qu'il faudrait d'abord contrôler que les candidats savent faire les quatre opérations. M. DELPLA estime qu'il faut aussi poser des problèmes simples. M. MIRGAUX dit qu'il faut surtout spécifier pour ces derniers les questions hors programme ; il craint en outre que si l'on se borne aux quatre opérations, les notes ne soient trop bonnes par rapport à celles obtenues en français. M. CAGNAC se méfie des notes de français. M. GIRAULT souhaite autre chose que les quatre opérations. M. GODEFROY pense qu'on ne risque pas de trop bonnes notes, même si on se limite à vérifier les mécanismes des quatre opérations.

M. MONJALLON rappelle qu'il a, l'an dernier, demandé à M. BRUNOLD que les opérations soient posées sur les feuilles remises aux candidats, mais que M. le Directeur général lui a répondu qu'il attachait une grande importance à ce que l'enfant ait à montrer qu'il comprend le sens de l'opération effectuée. M. BAY estime qu'il faut un sujet divisé en deux parties : opérations et problème simple sur le système métrique ; il pense en outre que le dossier scolaire du candidat devrait jouer un rôle important. M. POCHARD signale qu'à Versailles, on n'en tient aucun compte. M. GIRAULT ajoute qu'à Paris, le concours sert surtout à diriger les élèves sur certains établissements et que, par le fait de quelques proviseurs et directrices, il y a certains centres où il est un véritable concours.

Le Président termine la discussion en rappelant le vœu déposé entre les mains de M. le Directeur général l'an dernier. Il le renouvellera et demandera en outre que l'entrée en Sixième soit accordé à tout élève ayant montré son aptitude à suivre l'enseignement du Second Degré, cette aptitude devant être jugée à la fois d'après les notes de l'examen et le dossier scolaire du candidat.

Les Programmes du Premier Cycle

L'Assemblée entreprend ensuite la discussion du rapport de Mlle Masson et étudie chacune des questions posées comme programme d'enquête dans le dernier *Bulletin.*

Les membres présents semblent presque tous d'accord pour ne pas fixer un programme limitatif pour l'examen d'entrée en Sixième, mais plutôt pour que l'on conseille de ne pas trop s'étendre sur certains points du programme actuel. On envisage la suppression de la règle de trois et des pourcentages. En ce qui concerne les nombres complexes, leur présence est assez controversée. Il faut, croit-on, ne pas parler des problèmes trop techniques, tels ceux relatifs à l'escompte, aux alliages, etc... M. Thovert pense que le système métrique n'intéresse plus les élèves de Sixième. M. Mirgaux souhaite que la classe de Sixième ne soit pas une simple révision du système métirque pour la raison invoquée par son collègue ; il pense qu'il serait bon de commencer l'étude des fractions dans cette classe.

M. Jacquemart dit que le système métrique pourrait servir à introduire, à l'aide d'exemples concrets, par un jalonnement prudent, les propriétés fondamentales des opérations. Il ajoute qu'il faudrait que nous ayons des instructions précises nous montrant comment doit se différencier l'enseignement du système métrique dans le cours moyen et dans la classe de Sixième et il croit qu'il serait bon que les instructions de 1938 fussent rééditées. Des instructions relatives à la mesure des grandeurs analogues aux instructions données en 1943 à propos de la classe de Sciences expérimentales seraient très précieuses. Le Président s'engage à transmettre un tel vœu à l'Inspection générale.

Certains membres seraient satisfaits de l'introduction de géométrie intuitive en Sixième, mais d'autres craignent que celle-ci ait de graves conséquences pour les études ultérieures. Il est en général estimé possible l'étude du P.P.C.M. et du P.G.C.D. en Cinquième, ainsi que la multiplication des polynômes en Quatrième.

En ce qui concerne les lieux géométriques, M. Mirgaux constate que dès la Sixième il est possible de les faire intervenir dans les problèmes. La difficulté rencontrée à leur sujet est simplement une question de méthode, il est clair que l'expression « *lieu géométrique* » présente un inconvénient. M. Girault rappelle que la recherche d'un lieu peut être faite par la recherche de points successifs. Mais M. Favrelle préfère que l'on s'en tienne à la géométrie statique. M. Monjallon conclut qu'il suffit de bien préciser qu'il s'agit en général d'un théorème et de sa réciproque et que l'on peut éviter la dénomination employée qui paraît avoir une fâcheuse influence sur la compréhension. Enfin, il semble à beaucoup souhaitable que quelques notions d'astronomie soient données en Sixième et Cinquième en utilisant les heures d'activités dirigées. Quant aux notions de géométrie dans l'espace, leur introduction sous forme intuitive en Troisième risque de présenter les mêmes inconvénients que celle de la géométrie plane en classe de Sixième.

La question des horaires est également agitée. M. Mirgaux demande qu'une heure de travaux dirigés soit accordée dans les classes du Premier Cycle. M. Bay appuie vigoureusement le vœu de son collègue et insiste pour que l'on y fasse du calcul mental. Il sait l'opposition montrée par le Conseil Supérieur à toute demande d'heures supplémentaires en raison de l'incidence budgétaire ; ce qu'il faut obtenir, c'est que l'emploi du temps des professeurs comporte nécessairement une partie consacrée aux travaux dirigés, véritables études surveillées. Il ajoute que la Direction de l'Enseignement du Second Degré y est favorable. M. GIRAULT signale que M. le Recteur de l'Académie de Paris a fait des propositions dans ce sens à la Direction. M. CANONGE cite un argument supplémentaire : la pénurie actuelle d'adjoints d'enseignement scientifiques. Le Président donne alors la parole à M. JACQUEMART pour qu'il expose comment on peut déjà améliorer les horaires en Sixième et Cinquième à l'aide des heures de travaux dirigés déjà existantes. Nous reproduisons ci-dessous dans leur intégralité les remarques de notre collègue.

« L'appel que nous avions adressé à nos collègues dans le *Bulletin* d'octobre 1952 à propos de l'application, dans les classes de Sixième et Cinquième, de la circulaire du 30 mai 1952, ne semble pas avoir éveillé beaucoup d'échos chez nos collègues.

Les quelques réponses reçues révèlent des écarts considérables entre les horaires de travaux dirigés de Mathématiques dans des établissements différents et parfois dans un même établissement.

C'est ainsi que, dans un Lycée parisien, des professeurs ont refusé ces heures qui ont alors été réparties entre les Langues vivantes et le Latin.

Dans tel autre Lycée, même refus de la part d'un délégué candidat à l'Agrégation.

Un collègue de province signale un horaire de six heures par demi-classe ; dans un autre établissement sept heures (classes entières) ont été accordées dans les sections modernes et cinq heures dans les sections classiques.

Enfin, dans une classe d'un grand Lycée de la banlieue parisienne, la répartition a été faite de la manière suivante :

Evaluation des heures à distribuer pour l'ensemble des disciplines et pour *une* classe.

Travaux dirigés prévus officiellement	20 heures
Conversion de l'étude du milieu en travaux dirigés	18 heures
Transformation de trois conseils de classe en travaux dirigés...	13 h. 1/2
Soit au total	51 h. 1/2

Répartition de ces 51 h. 1/2 :

Français-Latin	20 heures
Mathématiques	20 heures
Langue vivante	11 h. 1/2
Total	51 h. 1/2

Le professeur d'Histoire s'est déclaré satisfait de son horaire (accru de celui d'Instruction civique) ; le professeur de Sciences naturelles avait déjà des travaux dirigés normaux prévus dans son horaire ; enfin, le professeur d'Anglais a accepté la proportion indiquée en raison d'un horaire normal comportant des demi-classes.

Entre ces résultats de répartition très inégaux, il semble bien qu'il y ait place pour un horaire homogène raisonnable.

Il s'agit surtout de remédier à cet état de choses anarchique où les raisons personnelles semblent parfois prendre le pas sur la raison pédagogique.

Nous demandions depuis trop longtemps sans succès l'incorporation de travaux dirigés dans l'horaire normal, pour ne pas voir sans étonnement refuser ou accepter sans conviction ceux qui nous sont offerts.

Il est d'autant plus nécessaire d'insister sur ce point qu'il est actuellement dans les intentions de l'Administration d'incorporer obligatoirement ces travaux dirigés dans les classes de Sixième et Cinquième, c'est dire pendant la période de première orientation des élèves.

Même si ces travaux dirigés ne correspondent actuellement qu'à une augmentation d'horaire de quinze à vingt minutes par semaine, il y a là une base de départ non négligeable pour demander ensuite demi-heure dans toutes les classes du Premier Cycle d'abord, et ensuite dans les sections scientifiques du Deuxième Cycle.

Ce qui est indiscutable, ce sont les avantages que nos élèves peuvent retirer de cette nouvelle organisation, avantages que familles et professeurs ayant étudié objectivement cette expérience ont reconnu unanimement.

E. JACQUEMART. »

Le Président remercie M. JACQUEMART de ses intéressantes suggestions. Il clôt la discussion en souhaitant que le questionnaire posé reçoive de nombreuses réponses et assure l'Assemblée qu'il renouvellera le vœu déjà présenté relatif aux heures de travaux dirigés.

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à midi.

Elections au Comité

Le Président, assisté de MM. GIROUD et POCHARD, qu'il remercie pour leur aide, procède ensuite au dépouillement des votes qui a donné les résultats suivants :

Votants : 147.

Sont élus membres du Comité : MM. MAILLARD (90 voix), POCHARD (84 voix), ITARD (75 voix), THOVERT (73 voix), FAVRELLE (66 voix), ROSTOLLAND (64 voix).

Viennent ensuite : Mlle FÉLIX (62 voix) ; MM. WALUSINSKI (61 voix), EDDE (60 voix), BERTRAND (57 voix), SIROS (49 voix) ; Mlle PROTIN (48 voix) ; Mme FLAMANT (40 voix) ; MM. DUVAL (27 voix), GLAESER (2 voix), PÉTRUS, FOUCHÉ, MIRGAUX, RUFF, chacun une voix.

II. Réunion du Comité

23 Avril 1953

Présents : Mlles AFFRE, BARBIER, MASSON ; MM. BAY, BIGUENET, CANONGE, CHAZAL, CROZES, DURRANDE, GIRAULT, GUITTON, ITARD, JACQUEMART, MAILLARD, MINOIS, MONJALLON, POCHARD, ROSTOLLAND, RUFF, THOVERT.

Excusés : Mlle DIGNOT ; MM. BENOIST, CAGNAC, CAPALP, DELTHEIL, FAVRELLE, HUISMAN, MARVILLET.

La séance est ouverte à 15 h. 15.

M. MONJALLON, Président sortant, fait un exposé du projet de réforme de l'Enseignement du Second Degré, réforme que le Ministre de l'Education Nationale a décidé d'appliquer dès octobre 1953. Ce projet comporte en particulier, à côté de l'enseignement classique dit « *long* », qui subit peu de changement, sauf en ce qui concerne les classes terminales, la création d'un enseignement « court » conduisant à la fin d'une classe de « Seconde terminale » à une Baccalauréat spécial. Un cycle d'orientation (Sixième et Cinquième) serait commun à tous les enseignements du Second Degré ; à la suite de celui-ci, il y aurait choix entre l'enseignement « court », d'une durée de trois ans ou l'enseignement « long », d'une durée de six ans. Pour les classes terminales de l'enseignement classique, le projet prévoit en effet un cycle terminal de deux ans après le Baccalauréat de 1re Partie, à la fin duquel seulement serait passée la 2e Partie du Baccalauréat qui servirait alors de certificat de propédeutique.

MM. GIRAULT, POCHARD, GUITTON et Mlle AFFRE font successivement diverses remarques : les élèves venant des Cours Complémentaires seront trop âgés pour l'enseignement « long » ; il faudra une année supplémentaire d'études pour arriver au Baccalauréat dit de « propédeutique ». M. MONJALLON ajoute que M. BRUNOLD ne croit pas à l'allongement des études puisqu'il pense que les élèves ne feront en général, à la suite de ce cycle terminal, qu'une seule année de Mathématiques Spéciales.

M. JACQUEMART signale que les programmes ont été élaborés très hâtivement et ne sont pas au point. Il faut pour cette mise au point que les représentants du personnel enseignant soient appelés à collaborer avec MM. les Inspecteurs généraux. M. BAY fait un compte rendu de l'activité du S.N.E.S. au sujet de cette réforme. Il insistera pour que les programmes proposés ne soient qu'un point de départ et il annonce qu'un référendum est en cours.

M. RUFF analyse l'ensemble du projet. Il considère que le B.E.P.C. sera l'équivalent de l'ancien Brevet élémentaire, tandis que le Baccalauréat de l'Enseignement du Second Degré correspond à l'ancien Brevet Supérieur. Il faut prévoir que ce dernier sera préparé aussi dans les Cours Complémentaires. De plus, l'enseignement « long » comptant une année de plus, il sera sans doute suivi par un moins grand nombre d'élèves.

Mlle AFFRE dégage les idées directrices du projet : un enseignement « court » pour former les cadres moyens, un enseignement « long » conduisant aux études supérieures les élèves qui en sont capables.

M. BIGUENET exprime les réactions de l'Enseignement Technique. L'orientation devrait être faite par des spécialistes, constitués en « blocs d'orientation ». Les expériences de Colmar et d'Annecy ont montré l'efficacité de cette méthode. L'enseignement « court » intéresse le Technique, mais il serait nécessaire de préciser les professions dites « techniques ». L'orientation vers l'Enseignement Technique pourra se faire normalement à la fin de la Quatrième. Mais après la Seconde, l'adaptation sera difficile et, d'autre part, l'apprentissage industriel nécessite des études longues après cette classe, jusqu'à 21 ans. M. GIRAULT conteste certains points. M. BAY signale que la suppression de l'Enseignement primaire supérieur a provoqué un afflux vers les Cours Complémentaires où l'enseignement est donné par les professeurs dans un esprit différent ; les autres élèves sont venus surcharger l'enseignement « long » pour lequel ils étaient souvent inaptes. D'autre part, il faut défendre le principe d'une orientation continue, les deux enseignements « court » et « long » étant donnés dans le même établissement. M. RUFF demande des précisions sur les variations d'effectifs auxquelles M. BAY a fait allusion.

M. JACQUEMART pose quelques questions complémentaires et demande énergiquement que soit posé le principe du choix du personnel enseignant dans les classes du cycle d'orientation parmi les professeurs de l'Enseignement secondaire.

La séance est interrompue de 16 h. 30 à 17 heures pour l'élection du nouveau Bureau. Les résultats de cette élection sont publiés plus loin dans ce compte rendu.

M. BIGUENET demande à nouveau la parole pour signaler les orientations multiples des élèves de l'Enseignement Technique. Dans beaucoup d'Administrations, on a changé les noms des professions et les titres nécessaires pour y accéder : un mécanicien des P.T.T. doit, par exemple, être maintenant pourvu du Baccalauréat 1re Partie, et il ne vient plus nécessairement du Technique qui perd ainsi des débouchés. Il estime que le passage du cycle court au cycle long doit se faire après la Troisième et non à la fin de la Seconde, car certaines formations techniques industrielles nécessitent trois ans, alors que les formations commerciales n'en demandent que deux.

Le Président MONJALLON s'efforce alors de tirer de la discussion les éléments d'information nécessaires pour donner des directives aux représentants de l'A.P.M. au Conseil d'Enseignement du Second Degré. Un premier principe est adopté : la création d'un enseignement court. Pour les classes d'orientation, M. JACQUEMART insiste sur les titres du personnel et il est admis après discussion que le personnel des classes d'orientation des établissements du Second Degré sera formé de professeurs de l'Enseignement Secondaire : licenciés, certifiés, agrégés. En ce qui concerne le cycle spécial, il faut veiller au maintien du B.E.P.C. et demander des horaires suffisants. Le titre de l'examen final de ce cycle reste à débattre, quoique la plupart des membres insistent sur l'appellation « Baccalauréat ». Enfin, en ce qui concerne le cycle terminal, il est décidé de demander un an de réflexion. Si ce délai n'est pas accordé, nos représentants demanderont la disjonction du cycle terminal ou voteront contre le projet global.

Enfin, le Comité insiste sur le principe d'une collaboration entre l'Inspection générale et les représentants de l'A.P.M. pour l'établissement des horaires et programmes dans la réforme en cours.

Elections du Bureau

M. Durrande accepte la présidence des opérations de vote. Un certain nombre de membres excusés s'étant fait représenter, les pouvoirs sont acceptés. On procède tout d'abord à l'élection du Président.

Votants : 22 dont 7 par mandat.
Majorité absolue : 12 voix.

Le scrutin donne les résultats suivants :

M. Monjallon (12 voix), Pochard (8 voix), Minois (1 voix), 1 bulletin blanc.

M. Monjallon est donc élu Président de l'Association au premier tour et à la majorité absolue. Il remercie le Comité de cette marque de confiance renouvelée.

Vient ensuite l'élection des Vice-Présidents.

Sont élus Vice-Présidents : Mlle Masson ; MM. Benoist, Cagnac, Girault.

Pour la désignation des Secrétaires et Trésorier, le Président, rappelant un article des Statuts, demande qu'il soit fait appel à MM. Girard et Legrand pour assurer la continuité de la production du *Bulletin* et la Trésorerie. Le Bureau est ainsi complété :

Secrétaires : MM. Girard, Rostolland.
Trésorier : M. Legrand.

La séance est levée à 18 h. 15.

DEUXIÈME PARTIE

Quelques remarques historiques sur la notion de grandeur (1)

Fermat, à la fin de son mémoire sur les lieux, plans et solides, écrit : « Il y a pour la Science un certain intérêt à ne pas dérober à la postérité les travaux encore informes de l'esprit ; l'œuvre d'abord simple et grossière se fortifie et grandit par les nouvelles inventions. Il est même important pour l'étude de pouvoir contempler pleinement les progrès cachés de l'esprit et le développement spontané de l'art. »

Dans l'esquisse qui suit, je me propose d'apporter quelques aperçus sur l'histoire assez obscure d'une partie des Mathématiques où fourmillèrent, pendant de longs siècles, malentendus et paradoxes. Il s'agit de la notion de grandeur, et de la mesure des grandeurs.

Ne cherchez pas la définition de la grandeur dans Euclide, vous ne la trouveriez pas. Vous ne la verrez pas non plus, nettement dégagée, dans Aristote. En revanche, vous trouverez dans les Définitions de Héron, œuvre tardive et quasi-anonyme :

(1) Nous sommes heureux de publier ici l'une des conférences faites au groupe « *Axiomatique et redécouverte* ».

« Grandeur est ce qui peut être augmenté ou divisé à l'infini. Ses espèces sont au nombre de trois : la ligne, la surface, le solide. » Nous voici davantage en pays de connaissance. Remarquez toutefois que le temps n'est pas compté parmi les grandeurs. Il est pourtant la grandeur continue type, et Archimède le traite mathématiquement dans cet esprit. Par ailleurs, dans les Définitions de Héron, nous voyons apparaître, à côté de la ligne, à une seule dimension, la surface qui en a deux, et le volume qui en a trois. Nous savons, depuis quatre-vingts ans environ, depuis Cantor, qu'il y a une différence fondamentale entre ces sortes de grandeurs continues. Nous nous en doutions, il est vrai, depuis quelque quatre mille ans, et si je remonte ainsi au déluge c'est qu'effectivement, les Mathématiques remontent au déluge.

J'ai écrit déjà deux fois l'expression « grandeur continue ». Ici encore la confusion est millénaire. En Mathématiques le terme « continu » a deux sens, le sens Aristotélicien, le sens Euclidien. C'est Aristote, réincarné dans Cauchy, qui a gagné le combat obscur contre Euclide, défendu par Euler.

Aristote écrit : « J'utilise le terme « continu » quand les extrémités où se touchent deux choses sont confondues en une seule. » Ainsi, deux segments de ligne droite font un ensemble continu parce que le point qui les sépare appartient aux deux. Première et confuse apparition de la coupure de Dedekind.

Le même mot « continu » se trouve dans les Eléments d'Euclide dans un sens technique fort différent. Il y apparaît au livre huit dans l'expression « proportion continue » que nous traduisons de nos jours par « progression géométrique ». C'est ce sens de constance d'une même loi qui domine longtemps dans la littérature mathématique, plus particulièrement dans la littérature arithméticienne et algébriste.

Euler écrira au début de son Introduction à l'Analyse Infinitésimale : « Une fonction d'une quantité variable est une expression analytique composée d'une façon quelconque de cette quantité variable et de nombres ou de quantités constantes. »

Au tome second du même ouvrage il déclarera qu'une ligne courbe continue est telle que sa nature s'exprime au moyen d'une fonction de la variable x. Une ligne dont la nature s'exprimera au moyen de plusieurs fonctions sera dite discontinue, ou mixte, ou irrégulière.

On constate d'Euler à Lacroix un léger glissement. La continuité euclidienne passe de la courbe à la fonction elle-même. C'est que le sens du mot fonction a varié, et a pris une extension plus grande. D'où les nouvelles définitions : « Fonctions continues : ce sont celles dont toutes les valeurs sont liées par une même loi, ou dépendent de la même équation. Fonctions discontinues : ce sont celles dont toutes les valeurs ne sont pas liées par une même loi. »

Le sens Aristotélicien de la continuité ne disparaît pas complètement de notre science. Tartaglia, dans une leçon inaugurale, dira en italien que la géométrie est une science qui se propose la description des figures ou formes de la quantité continue immobile, ou grandeur ; Wallis écrira que les quantités continues sont divisibles à l'infini et également augmentables à l'infini, et Newton emploiera l'expression de « courbure continue » dans un sens identique à celui de Cauchy.

Ce dernier, dès 1821, dira qu' « une fonction d'une variable est continue entre des limites données lorsque, entre ces limites, chaque valeur de la variable produit une valeur unique et finie de la fonction, et que celle-ci varie par degrés insensibles avec la variable elle-même ». Depuis, cette définition est devenue classique et nous ne comprenons plus très bien les mathématiciens du XVIII[e] siècle, ni même Poncelet et sa loi de continuité, où le sens Euclidien domine encore.

Mais revenons à la Grandeur et aux Grecs. Le cinquième livre des Eléments d'Euclide est entièrement consacré aux rapports de Grandeurs. C'est un court et très beau traité, un classique qui devrait être réédité périodiquement et qui a inspiré les théoriciens jusque y compris les axiomatistes de la fin du siècle dernier.

Le mot actuel rapport, dans le sens de « rapport de deux grandeurs », est notre traduction du mot logos des Grecs, que les Latins ont rendu d'abord par proportio, puis à partir de la traduction d'Euclide par Zamberti, en 1505, par ratio.

Parmi les nombreuses acceptions du mot grec et des deux mots latins se trouve le sens de mesure, de calcul, d'où dérivent le mot grec « logistique » ou art du calcul, le mot français ration.

A la fin du XVI^e et au XVII^e siècle, les matématiciens français ont traduit le sens technique ratio par raison, puis le mot rapport a, vers 1700, supplanté raison, et nous l'utilisons toujours, bien que sa signification ait évolué, depuis, dangereusement.

« Une raison, écrit Euclide, est certaine manière d'être de deux grandeurs homogènes suivant la quantité. » C'est là, remarquera Barrow en 1666, une définition plus métaphysique que mathématique, « puisque rien n'en dépend ou n'en est déduit par les mathématiciens, ni, je pense, ne peut en être déduit ».

Mais, immédiatement après, Euclide ajoute : « Des grandeurs sont dites avoir une raison entre elles, lorsque ces grandeurs, étant multipliées, peuvent se surpasser mutuellement. »

Ici, nous entrons dans le domaine solide des Mathématiques. La grandeur Euclidienne implique une notion d'ordre : plus grand, plus petit, se surpasser ; et, une opération : la multiplication par un entier, cas particulier de l'addition.

Pour que l'on puisse appliquer la notion de rapport à une famille de grandeurs, il ne suffit pas de pouvoir y définir un ordre, ni même une opération. Il faut encore que la grandeur soit Archimédienne, c'est-à-dire satisfasse à la condition imposée dans la définition d'Euclide.

La restriction est indispensable. Nous pouvons le faire sentir à nos élèves, grâce à l'algèbre élémentaire. Considérons les binômes $ax + b$. Ne gardons que ceux où $a > 0$ ou bien $a = 0$ avec $b > 0$.

Nous pouvons définir un ordre : de deux binômes le plus grand sera celui qui aura le plus grand a, ou si les a sont égaux, le plus grand b.

Nous pouvons définir une addition : la somme algébrique. La somme est toujours plus grande que chacun de ses deux termes. Tous les axiomes qui caractérisent la grandeur sont satisfaits, *sauf celui d'Archimède*. En effet, prenons par exemple le binôme x et le binôme 1. Quel que soit l'entier n, $1 \times n < x$. Notre grandeur n'est pas Archimédienne.

Les Grecs, s'ils montrent ici une telle prudence, une telle finesse, les doivent à un exemple plus géométrique et donc pour eux plus intuitif que celui que je viens de proposer.

On trouve dans les Eléments, livre 3, prop. 16 : « Une perpendiculaire au diamètre d'un cercle et menée de l'une de ses extrémités, tombe hors de ce cercle ; dans l'espace compris entre cette perpendiculaire et la circonférence, on ne peut pas mener une autre droite et l'angle du demi-cercle est plus grand, et l'angle restant est plus petit qu'aucun angle rectiligne donné. »

En contradiction absolue avec cette proposition, nous trouvons au livre 10, 1re proposition : « Deux grandeurs inégales étant proposées, si l'on retranche de la plus grande une partie plus grande que sa moitié, si l'on retranche du reste une partie plus grande que sa moitié, et si l'on fait toujours la même chose, il restera une certaine grandeur qui sera plus petite que la plus petite des grandeurs proposées. » La contradiction disparaît si l'on se reporte à la démonstration de cette proposition. Il y est expressément indiqué que la plus petite des grandeurs, multipliée, deviendra enfin plus grande que l'autre. Autrement dit, il s'agit là de grandeurs Archimédiennes.

Si le nom d'Archimède intervient ici si souvent, c'est que le grand mathématicien postule explicitement que les grandeurs qu'il utilise : longueurs, aires, volumes, possèdent la propriété en question.

Les angles curvilignes ne la possèdent pas. D'où des discussions sans fin dans l'Antiquité, et de la Renaissance au XVII^e siècle. Les angles sont-ils des grandeurs, ou non ? Les uns disent que l'angle de contingence est une grandeur, mais hétérogène à l'angle rectiligne. Les autres disent qu'il n'en est pas une. Disons que les angles curvilignes sont des grandeurs ayant un nombre de dimensions en général infini et qu'ils relèvent du calcul fonctionnel, non du calcul numérique. Mais cela, nous ne le savons d'une façon profonde que depuis quatre-vingts ans environ. Et on ne peut comprendre Pascal, par exemple, que si l'on a présent à l'esprit : « Si l'on veut prendre dans les nombres une comparaison qui représente avec justesse ce que nous considérons dans l'étendue, il faut que ce soit le rapport du zéro aux nombres ; car le zéro n'est pas du même genre que les nombres, parce qu'étant multiplié, il ne peut les surpasser : de sorte que c'est un véritable indivisible de nombre, comme l'indivisible est un véritable zéro d'étendue. » Attention, dans ce texte, au piège des mots : le « rapport du zéro aux nombres » n'est pas un rapport dans le sens technique, une raison. C'est une relation qui pourrait s'exprimer, soit en disant qu'il n'y a pas de raison du zéro aux nombres, soit que cette raison est un infiniment petit. « Voilà l'admirable rapport que la nature a mis entre ces choses, et les deux merveilleuses infinités qu'elle a proposées aux hommes, non pas à concevoir, mais à admirer. »

Tournons la question comme nous voudrons. Soyons subtils comme Euclide dans la suite du livre cinquième, soyons plus pragmatiques comme les Babyloniens, les Egyptiens ou les Indous, qui dit raison, ou rapport, dit nombre, ou suite illimitée de nombres. Car ici encore, il faudrait étudier les fluctuations et les avatars de la notion de nombre. Mais allons droit au but et déclarons avec Stevin : « Nombre est cela par lequel s'explique la quantité de chacune chose. » Lisez à ce propos le chapitre cinq de la quatrième partie de la logique de Port-Royal. Vous y verrez que nos Messieurs n'ont pas accepté cela facilement. La postérité a fini par donner raison à Stevin.

Mais les difficultés ne cessent pas. L'évolution n'est pas complète. Deux grandeurs de même espèce étant données définissent un rapport rationnel ou irrationnel (piège des mots encore : un rapport qui est un rapport ou qui n'est pas un rapport, effable ou ineffable), un nombre pour Stevin, une coupure dans l'ensemble des rationnels disons-nous aujourd'hui. L'accord est fait depuis Euclide. Mais la réciproque ? Une coupure dans l'ensemble des rationnels, un nombre réel enfin, correspond-il toujours à une grandeur ? Voilà qui transcende toute expérience, voilà qui implique un postulat, et voilà qui n'a guère qu'un siècle d'existence, aussi bizarre que cela paraisse.

Cette ténébreuse affaire a des dessous encore plus cachés que celle que raconte Balzac et je ne veux pas ici en faire l'histoire. Mais les origines en remontent au XVIIIe siècle au Calcul avec une majuscule, c'est-à-dire au calcul différentiel et intégral. On a commencé par essayer d'exprimer en nombres, ou en fonctions algébriques, des grandeurs, aires, volumes, arcs, dont l'existence était par ailleurs solidement attestée. Quand on n'a pas réussi, on s'est contenté à regret d'exprimer approximativement ces grandeurs, dont l'existence, je le répète, était parfaitement reconnue, par des suites, des produits infinis, des fractions continues, des séries.

« Au défaut des solutions rigoureuses, écrira Bossut, on est forcé de recourir aux méthodes d'approximation, et on leur doit, en grande partie, le succès des Mathématiques pratiques. La théorie des suites infinies est le principal fondement de toutes ces méthodes. »

Puis, peu à peu, et enfin d'une façon consciente avec Cauchy, on a adopté la position exactement opposée. Un calcul indéfiniment approché, convergent, une limite, une coupure, a défini un être mathématique. La grandeur concrète, alors, s'évanouit. Le nombre seul subsiste. Nous en sommes là, depuis 1850 environ. Mais nos élèves nous suivent-ils ? C'est un problème pédagogique dans lequel je ne veux pas entrer, mais que cette esquisse éclairera peut-être un peu.

Il a été très bien abordé, il y a cinquante ans, par Jules Tannery, en particulier dans les dernières pages de ses Leçons d'Arithmétiques, publiées chez Armand Colin. Le chapitre 13, mesure des grandeurs, mérite d'être lu et repensé.

Terminons ici ces bavardages. Puissent-ils montrer que nous pouvons, dans notre enseignement, développer tout autant l'esprit de finesse que l'esprit géométrique.

Jean ITARD,
Professeur au Lycée Henri-IV.

Sur la nécessité de réformer nos méthodes

Cette nécessité est plus impérieuse que jamais *à cause, d'abord, de la persistance à la baisse du niveau des études, et, ensuite, du danger de croire que l'on peut remédier à cette situation en allégeant les programmes.* Il est indéniable que nos collègues de Mathématiques Supérieures, et même de Mathématiques Spéciales, se plaignent constamment de ce que leurs élèves calculent moins bien que dans le passé, et nous-mêmes, en Mathématiques Elémentaires, devant l'incapacité de nos élèves à calculer, sommes de plus en plus portés à considérer la classe de Mathématiques comme une classe d'initiation au calcul, ce qui, avouons-le, est inadmissible. Il est non moins indéniable que, si l'on écoute les parents, ou des journalistes qui n'y entendent rien, comme ceux, par exemple, qui voudraient bien régler à leur fantaisie le sort de nos vacances — comme si les vacances des professeurs ne devaient pas être *exactement* celles de leurs élèves — où en arrivera-t-on, de suppression en suppression ? Il ne faudra certainement pas un quart de siècle pour que le programme de la classe de Mathématiques ne devienne le programme actuel de la classe de Quatrième.

Au moment où les progrès de la Science sont de plus en plus marqués, en quantité et en qualité, n'est-il pas contradictoire, donc déraisonnable et maladroit, de vouloir diminuer le bagage de nos élèves ? Il n'est pas question non plus de vouloir aggraver leur besogne, car le surmenage étant contraire au but poursuivi, est à éviter coûte que coûte. Il n'est nullement contradictoire, à mon avis, de maintenir, et, au besoin même, d'augmenter le bagage de nos élèves et en même temps de simplifier leur tâche pour l'acquérir.

Il semble donc que *le but à viser et à atteindre soit d'obtenir un maximum de rendement avec un minimum de fatigue, et*, j'ajouterai même, *pour une quantité de matière déterminée, dans un minimum de temps et avec des chances plus grandes d'assimilation.* Il y faut comme condition que *les programmes mettent mieux en vedette l'unicité des Mathématiques*, donc que *les constructeurs de ces programmes s'ingénient à réunir et non à disjoindre,* comme il a été fait dans le passé. Comme on le voit, le sort d'une réforme intelligente de nos façons d'enseigner est ainsi liée, qu'on le veuille ou non, à la rédaction des divers paragraphes du programme.

Pour ne donner qu'un exemple, et sans m'interdire absolument d'en effleurer d'autres au cours de cette étude, on peut, en un mois, dans une classe de Troisième, exposer aux élèves tout ce qui concerne en algèbre les premier et second degrés si toutefois le texte correspondant du programme est ainsi libellé ou de toute manière approchante, le but étant de réunir tout ce qui peut l'être, ne l'oublions pas :

Etude du binôme du premier degré $ax + b$ et du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$: leur comparaison à zéro (équations et inéquations du premier et du second degrés à une inconnue), leur comportement quand x varie (variation du binôme $ax + b$ et du trinôme $ax^2 + bx + c$).

Quand on a fait remarquer à l'élève que rien n'est plus simple que de comparer à zéro un produit de facteurs pourvu que la comparaison de chaque facteur à zéro soit assurée, on a immédiatement la marche à suivre pour développer le texte ci-dessus. Tout effort en algèbre élémentaire, la seule évidemment qui compte ici, ne consiste-t-il pas à montrer la possibilité ou l'impossibilité de la mise en facteurs et, dans le premier cas, de faire donner à cette possibilité son maximum ? Comme celle-ci est assurée le plus souvent quand on a affaire à une différence de deux carrés, on voit que la possibilité sera acquise dès que l'on aboutira à une différence de deux carrés et que l'impossibilité se révélera quand, cherchant une différence de deux carrés, on aboutira à une somme de deux carrés, tout au moins en ce qui concerne le second degré. Il ne sera peut-être pas mauvais alors, avec des exemples du genre de $x^4 + 4$, pour parer à certains dangers, de montrer aux élèves que l'on peut avoir ici un produit et qu'il est inutile, quand on a deux facteurs, de pousser plus loin. La possibilité d'avoir, pour une expression telle que $x^4 + 4$, à la fois une somme et une différence de deux carrés, va les surprendre très certainement et les demandes d'explications ne se faisant guère attendre, il sera bien difficile de ne pas les satisfaire.

Revenant au texte du programme mis en avant, donnons quelques détails sur les façons possibles de le développer *avec la condition qu'il s'agit de réunir et non de séparer.* $ax + b$ étant mis sous la forme $a\left(x + \frac{b}{a}\right)$ ou $a(x - x')$ en posant $-\frac{b}{a} = x'$, l'étude du binôme $ax + b$ (équation, inéquation et variation) est l'affaire de quelques instants, ce qui, agrémenté d'exemples bien choisis, sera assimilé par l'élève aussi bien et même mieux qu'en lui présentant cette même matière sous forme plus ou moins disloquée. Quant à la représentation graphique du binôme (les coordonnées cartésiennes ayant été antérieurement exposées comme applications des nombres algébriques et de la relation de Chasles), elle devient presque immédiate si l'on a traité d'abord la réciproque habituelle à propos du théorème de Thalès, comme exemple illustrant ce théorème, ce qui fournit, par ailleurs, une belle introduction à la notion de fonction.

[Disons, au passage, qu'il ne serait peut-être pas maladroit d'initier les élèves le plus tôt possible à cette notion, dès qu'apparaissent en géométrie des couples de quantités variables dépendant l'une de l'autre ; en faisant de l'un des éléments du couple un chef (qui commande) et de l'autre un subordonné (qui obéit), on rend plus sympathiques à l'élève les mots de variable indépendante et de fonction. Du reste, l'illustration d'une notion d'algèbre par des exemples empruntés à la géométrie ne crée-t-elle pas un climat plutôt favorable à la réunion qu'à la dispersion ? Au surplus, quelle belle occasion d'introduire les fonctions circulaires quand on étudie en géométrie les dépendances qui existent entre la longueur d'une corde d'un cercle et l'un des arcs interceptés, entre la longueur de la corde et sa distance au centre, donc entre cette dernière et l'un des arcs interceptés !].

L'étude du binôme étant achevée, il ne faudra pas longtemps à l'élève pour savoir résoudre les équations ayant les formes $ABC = 0$, $\frac{A}{B} = 0$, et les inéquations ayant les formes $ABC > 0$, $ABC < 0$, $\frac{A}{B} > 0$, $\frac{A}{B} < 0$, où A, B, C sont des binômes du premier degré. Au surplus, la liaison avec le second degré est assurée. En effet, proposer ensuite aux élèves une équation telle que $(2x - 3)(x + 5) = 0$ va conduire, de la part de quelques-uns, à une résolution immédiate, de la part de beaucoup d'autres, au développement du premier membre, ce qui, tout en étant maladroit, permettra de montrer aux premiers qu'ils viennent de résoudre une équation du second degré et aux seconds qu'il est dangereux, sans raison valable, de développer un produit isolé, sous peine, comme c'était le cas ici, de remplacer une lumière éblouissante par une obscurité complète. C'est alors qu'en proposant aux élèves la résolution d'une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, de préférence avec a, b, c numériques pour commencer, il ne leur faudra pas longtemps pour trouver la marche à suivre. Naturellement, on visera plus grand, *toujours par souci d'unité,* en s'attaquant directement au trinôme $ax^2 + bx + c$. Plutôt que de recourir au procédé classique de recherche des formes canoniques diverses du trinôme, il est beaucoup plus éducatif, à mon avis, de faire constater à l'élève que le nombre $x' = -\frac{b}{a}$ qui annule le binôme $ax + b$ ayant joué le rôle principal dans l'étude du binôme, il peut être de même intéressant de faire appel à un nombre analogue pour $ax^2 + bx + c$, donc annulant $ax^2 + bx + c$, en supposant naturellement que ce nombre existe. Ceci conduit assez vite, tout en excitant la curiosité de l'élève, ce qui est excellent pour capter et retenir son attention, après avoir écrit le trinôme sous la forme

$$(ax^2 + bx + c) - (ax'^2 + bx' + c),$$

ce qui donne $(x - x')\,(ax + ax' + b)$, à prouver que l'existence d'une racine entraîne l'existence d'une deuxième, et de pas davantage, à établir *à priori* les relations entre les coefficients et les racines et à en déduire les formules de calcul des racines par la recherche de deux nombres connaissant leur somme et leur différence, ce qui n'implique aucun contact avec les systèmes d'équations. En outre, tout ceci assure en même temps la discussion de l'existence des racines et, comme la mise sous forme canonique $a\,(x - x')\,(x - x'')$ est acquise dès le début, on a en même temps, à très peu près, l'intuition aidant pour le reste, le signe du trinôme et la résolution des inéquations du second degré.

A ce moment-là, il ne sera peut-être pas mauvais de revenir sur ses pas pour obtenir du coup la variation de $ax^2 + bx + c$, en ayant soin, pour justifier ce retour en arrière, de faire constater à l'élève que la mise du trinôme, sous forme de produit, qui a été payante dans l'étude du signe, ne l'est nullement dans l'étude actuelle. Comme l'introduction d'une racine x' a permis l'étude précédente et que celle de l'autre racine x'' l'aurait permise aussi, on peut intéresser les élèves à poursuivre en leur disant qu'il serait peut-être intéressant de faire intervenir une valeur de x qui ne serait ni x', ni x'', mais un nombre intimement lié à ces deux-là, permettant en quelque sorte de n'en avantager aucun. Un instant suffit pour leur faire introduire la demi-somme des racines $-\dfrac{b}{2a}$. Penser à comparer le trinôme à sa valeur pour $x = -\dfrac{b}{2a}$ devient alors tout naturel et l'on aboutit ainsi à la relation $ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 + \dfrac{4ac - b^2}{4a}$, que l'on va utiliser aussitôt à l'étude de la variation du trinôme. [C'est peut-être plutôt maintenant que, à titre d'exercice, on peut leur faire chercher cette forme du trinôme par le procédé classique qui consiste à repérer le commencement du développement du carré d'une somme, à mettre ce carré en vedette et à compléter en conséquence puis, la forme canonique étant acquise, à leur faire trouver ce qui a été établi plus haut sur $ax^2 + bx + c$].

Il peut être encore très éducatif de leur faire apparaître comme très importante la valeur $-\dfrac{b}{2a}$ de x de la façon suivante. S'il a été facile d'étudier $ax + b$, c'est certainement parce que x n'y figure qu'à un endroit ou, dit plus mathématiquement, qu'au premier degré. La difficulté pour $ax^2 + bx + c$ provient donc de la présence de x à deux endroits, sous forme de x et x^2. Quoi de plus naturel que de se demander alors s'il ne serait pas possible de remplacer x par une autre quantité X liée à x d'une manière telle que $ax^2 + bx + c$ devienne une expression où X ne figure qu'à un seul endroit. Comme $ax^2 + bx + c$ est du second degré en x, il faut évidemment orienter la recherche de manière que son équivalent en X soit aussi du second degré, donc choisir d'abord la relation entre x et X du premier degré, par exemple de la forme $x = X + h$, et déterminer ensuite h de manière que le terme du premier degré en X n'existe pas dans l'équivalent en X de $ax^2 + bx + c$. Le procédé réussit puisqu'on trouve $h = -\dfrac{b}{2a}$ et l'on a ainsi une autre façon d'introduire l'étude complète de $ax^2 + bx + c$ (équations et inéquations du second degré, signe et variation du trinôme).

Toutes ces méthodes sont aussi éducatives les unes que les autres, en ce sens qu'elles sont intimement liées et qu'elles risquent fort de mettre en vedette des façons de procéder que l'élève estimera payantes et qu'il sera tout naturellement porté à utiliser sur d'autres terrains, en géométrie par exemple, surtout lorsque l'initiation aux vecteurs aura été faite. Tout comme le choix d'une valeur particulière de x pour l'étude d'une expression en x en algèbre, le choix judicieux d'un point particulier dans l'étude d'une question géométrique suffit assez souvent à mettre cette étude sur une bonne voie et à la conduire à son terme.

Et, puisque nous avons prononcé le mot de *vecteurs*, quels outils puissants ne va-t-on pas trouver là, grâce aux opérations que l'on peut définir sur ces êtres géométriques, pour mieux atteindre le but que nous avons signalé *en vue d'un meilleur rendement, d'un exposé plus succinct, d'une fatigue moins grande et d'une compréhension plus complète ?*

Puisque tout le monde est d'accord pour ne pas trop redouter, tout au moins dès la Seconde, *la notion de rapport de deux vecteurs de même direction* ou, ce qui revient au même, *de produit d'un vecteur par un scalaire,* donc aussi sans doute *la notion de barycentre* (elle aiderait beaucoup nos collègues physiciens à exposer les centres de gravité, sans qu'il soit besoin de parler de produit vectoriel) et que beaucoup redoutent — je n'ai jamais bien compris pourquoi — *la notion de produit scalaire,* je n'insisterai que sur cette dernière. Tout le monde sent, je n'en doute pas un instant, combien cette notion serait utile pour faire apparaître, avec rapidité et non sans élégance, toutes les relations métriques classiques... et même beaucoup d'autres. Il faut croire alors que c'est l'introduction du produit scalaire, disons sa mise en contact avec les élèves, qui seulement est redoutée. Comme il est possible d'introduire le produit scalaire de plusieurs façons différentes, on a le choix. La plus simple est celle qui s'appuie sur la similitude des triangles parce qu'elle se passe de trigonométrie. On peut cependant en donner une autre qui ne suppose connu que le théorème de Pythagore et que certains collègues ont certainement expérimentée. La voici :

D'abord, définir le produit sclaire de deux vecteurs de même direction comme étant — la notion de rapport de ces deux vecteurs nous y conduit — le produit des mesures algébriques des deux vecteurs, celles-ci étant prises sur un axe de même direction et affecté d'un vecteur unitaire. Ensuite, les vecteurs étant supposés de même origine, soient $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$, de constater que l'on a $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ (notation adoptée pour le produit scalaire) $= OI^2 - IA^2$, I étant le milieu de AB. Enfin, les vecteurs étant maintenant de directions différentes, avec la même origine, soient $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$, d'appeler produit scalaire des deux vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ (notation $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$) l'expression $OI^2 - IA^2$, I étant toujours le milieu de AB. Il sera tout indiqué, à ce moment-là, de montrer à l'élève que, si l'on remplace les vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ par deux vecteurs respectivement équipollents $\overrightarrow{O'A'}$, $\overrightarrow{O'B'}$, on a $\overrightarrow{O'A'}.\overrightarrow{O'B'} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$, ce qui lui prouvera que la nouvelle opération définie est une opération sur les vecteurs libres, comme toutes celles qui lui ont été déjà définies.

Au surplus, la définition choisie se prête très aisément et très rapidement à l'établissement des diverses propriétés. En effet, on a immédiatement :

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0,$$

si $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont perpendiculaires, et réciproquement ; B' et I' étant les projections orthogonales de B et I sur la droite OA, $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = OI^2 - IA^2 = OI'^2 - I'A^2$ (avec Pythagore) $= \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB'}$. La distributivité par rapport à l'addition constatée ici $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ ou $\overrightarrow{OA}.(\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{B'B}) = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{B'B}$, puisque ce dernier produit est nul, conduit à penser qu'elle est générale, ce qui est bien vrai, car avec des notations évidentes, on a $\overrightarrow{OA}.(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OS'} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OS'} =$

$\overline{OA}.(\overline{OB'} + \overline{OC'}) = \overline{OA}.\overline{OB'} + \overline{OA}.\overline{OC'} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}$.

Des élèves de Seconde peuvent très bien comprendre tout ce qui précède et, à plus forte raison, des élèves de Mathématiques. On remarquera, en outre, que ceci n'impose aucune notion de trigonométrie. Il y a évidemment quelques dangers à redouter, donc à éviter, provenant peut-être des définitions elles-mêmes, mais ceci n'est-il pas constant en Mathématiques, et même ailleurs ?

Il nous a été reproché, à MITAULT et à moi, dans un de nos ouvrages, de n'avoir pas assez mis en vedette l'équation de $a \cos x + b \sin x + c = 0$, ceci sous le prétexte qu'une méthode de résolution a été donnée à propos de l'établissement des formules donnant $\cos x$ et $\sin x$ en fonction de $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ et une autre à propos des transformations trigonométriques, ce qui, dans l'ouvrage a distancé les deux méthodes. Si nous avons péché là par disjonction, c'est que nous avons estimé que la réunion était préférable ailleurs. A mon avis, ce qui compte, ce qui est capital, c'est de pouvoir exprimer $a \cos x + b \sin x + c$ au moyen d'une seule ligne trigonométrique et de choisir cette ligne, en modifiant l'arc au besoin, de manière à avoir finalement une expression rationnelle par rapport à la ligne choisie. Voilà pourquoi la première méthode de résolution de ladite équation a été donnée à propos de l'établissement des formules qui donnent $\cos x$, $\sin x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction rationnelle de $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, comme exemple soulignant l'utilité de ces formules, et que la deuxième méthode a été donnée à propos des transformations qui s'appuyent sur l'introduction d'un arc auxiliaire, comme exemple illustrant l'utilité des dites transformations. La résolution de l'équation $a \cos x + b \sin x + c = 0$ n'est, au fond, qu'un aspect du problème plus général de l'étude de l'expression $a \cos x + b \sin x + c$ (signe et variation) et ce problème lui-même donne seulement un terrain, parmi tant d'autres, où lesdites transformations (des deux espèces) sont d'une utilité incontestable. Donc, ce qui doit surtout être souligné aux yeux des élèves, c'est la richesse de puissance des dites transformations dans tout le domaine des Mathématiques.

Réunir judicieusement et, pour cela, rapprocher tout ce qui peut et doit l'être, dans l'état actuel de la Science, en disloquant au besoin des groupements routiniers (1) *pour en créer de plus vastes, en profondeur surtout, telle me paraît être la clef de toute réforme dans l'enseignement des Mathématiques.* Ceci, comme nous l'avons longuement expliqué sur quelques exemples et pourrions l'expliquer sur beaucoup d'autres, donnera satisfaction à tout le monde, au professeur en augmentant surtout la qualité du bagage de l'élève, à l'élève en comblant avantageusement les fossés qu'il redoute tant d'une classe à la suivante, d'un enseignement au suivant et aux parents en diminuant considérablement les dangers du surmenage. Au surplus, la Science y trouvera largement son compte, car on aura réussi à introduire dans le domaine intellectuel une sorte de travail en série qui sera payant, et cela sans détruire aucunement les qualités d'analyse, de synthèse, de rigueur et de finesse, en un mot d'intelligence complète, qu'exige toute recherche, quelle qu'elle soit.

R. ESTÈVE.

(1) L'ordre euclidien en géométrie a paru si parfait pendant deux millénaires qu'il serait vraiment inélégant et surtout injuste, de le qualifier de routinier. Cependant, maintenant que le vecteur, pour ne parler que de cette notion moderne, a enfin acquis droit de cité dans l'Enseignement Elémentaire, ne pourrait-on pas concevoir un autre ordre dans l'enseignement des vérités géométriques, tout au moins à partir de la Seconde, en subdivisant par exemple en géométrie linéaire et géométrie métrique ? M. BOULIGAND, dans son petit ouvrage *L'accès aux principes de la géométrie euclidienne,* édité par Vuibert, ne nous fait-il pas entrevoir, par la richesse des idées développées dans l'ouvrage, tout ce qu'il y aurait à gagner à quitter des sentiers un peu trop battus ? Est-il possible de trouver sur ces questions un guide plus éclairé ?

Equivalence des deux définitions $|MF \pm MF'| = 2a$ et $\frac{MF}{MH} = e$

Considérons le faisceau de cercles d'axe radical (D) et de point limite F : K étant le pied de la perpendiculaire abaissée de F sur (D), l'inversion de pôle F de puissance $2FK^2$ transforme les cercles du faisceau en cercles concentriques de centre K (1). Soit alors un cercle quelconque (M) de centre M passant par F et H, pied de la perpendiculaire MH sur (D). L'inversion indiquée transforme (M) dans la droite (M') et en abaissant $K\varphi'$ perpendiculaire sur (M'), le cercle de centre K de rayon $K\varphi'$ est l'inverse d'un cercle du faisceau centré en F' tangent à (M) en φ. Les deux tangentes en F et φ à (M) se coupent en I sur (D) et les cinq points $FM\varphi HI$ sont cocycliques. L'angle $\widehat{FHM}$ est égal à $\widehat{F\varphi M}$, puis à $\widehat{MF\varphi}$ et par suite à $\widehat{F\varphi'K}$; comme d'autre part les angles $\widehat{FMH}$ et $\widehat{FK\varphi'}$ sont égaux, les deux triangles FMH et $FK\varphi'$ sont semblables et par suite $\frac{MF}{MH} = \frac{FK}{K\varphi'}$. (1)

d'où la double conséquence :

1° Si $\frac{MF}{MH}$ est constant, $K\varphi'$ est constant et le cercle du faisceau de centre F' est fixe, M est alors centre d'un cercle passant par F et tangent à (F'),

$$|MF \pm MF'| = 2F'\varphi.$$

2° Si M décrit une conique de foyer F de cercle directeur (F'), on a $\frac{MF}{MH} =$ constante, la droite (D) étant l'axe radical de (F') et du point F.

La discussion sur la nature de la conique fait intervenir la position de F par rapport au cercle (K) :

$e > 1$, $K\varphi' < KF$, l'homothétie de centre F qui fait passer de (K) à (F') a pour rapport $\frac{2FK^2}{FK^2 - K\varphi'^2} = \frac{2e^2}{e^2 - 1}$ plus grand que 1, donc K sépare F et F' et on a $MF' - MF = 2a = \frac{2de}{e^2 - 1}$.

$e < 1$, le rapport d'homothétie est négatif, F et F' sont du même côté de K et on a $MF' + MF = \frac{2de}{1 - e^2}$.

Comme, de plus, $\frac{FF'}{FK} = \frac{2e^2}{|e^2 - 1|}$, on obtient $2c = \frac{2de^2}{e^2 - 1}$ et par suite $e = \frac{c}{a}$. Le passage du système d, e à a, c et le passage inverse est ainsi établi.

Ceci permet de voir aussi des propriétés de tangentes aux coniques, I appartenant à cette tangente.

P. MAGRON.

(1) Le lecteur est prié de faire la figure.

Bibliographie

La Vie et l'œuvre de Clairaut (1713-1765), par Pierre BRUNET, 1 vol. 25×16, 112 pages, Presses Universitaires, Paris, 1952, 400 francs.

Le regretté Pierre Brunet avait laissé à sa mort, prêt pour l'édition, un ouvrage sur Clairaut. Ses amis l'ont fait paraître dans plusieurs numéros de la *Revue d'Histoire des Sciences,* dont il fut le fondateur et le premier directeur. Il vient de sortir en volume.

Sans entrer dans les détails mathématiques cet ouvrage d'un maître de l'histoire des sciences apporte sur Clairaut et sur le XVIIIe siècle scientifique des précisions passionnantes. Il intéressera maîtres et élèves et il a sa place dans les bibliothèques de nos Lycées.

Jean ITARD.

SOCIETE ASTRONOMIQUE DE FRANCE

L'Astronomie, 67e année, janvier 1953.

Ce fascicule, réalisé — de même que les suivants — à l'aide du concours du C.N.R.S., est orné de quatre planches hors-texte, outre l'habituelle photographie de la couverture. Il contient le début d'un rapport de Bernard LYOT, sur les observations planétaires au Pic du Midi, grâce à une nouvelle lunette de 60 cm. d'ouverture. Ce rapport avait fait l'objet d'une conférence à la Société astronomique, était resté inachevé par suite de la mort brutale de Bernard LYOT. C'est son collaborateur Audoin DOLLFUS qui a retrouvé ces notes et les a mises au point pour les exposer dans ce numéro, ainsi que dans les suivants, qui contiendront la suite de ce rapport. Malheureusement, cette étude très détaillée est pratiquement impossible à résumer, même brièvement.

Le numéro de janvier expose les caractéristiques de la nouvelle lunette de 60 cm., ainsi que les résultats relatifs à l'étude des grosses planètes : Neptune, Uranus, Saturne et Jupiter, ainsi que des quatre gros satellites de Jupiter. La Lune non plus n'est pas oubliée, et un atlas rassemblera les magnifiques photographies obtenues.

L'article pédagogique est intitulé « Les théories de l'Univers en Expansion », signé évidemment de Paul COUDERC. Il y expose la théorie relativiste de l'expansion, en s'appuyant sur les faits d'observation exposés dans l'article du numéro de décembre 1952.

L'Astronomie, 67e année, février 1953.

Ce fascicule est orné de deux planches hors-texte, hormis celle de la couverture, et contient la suite du rapport d'observations planétaires de Bernard LYOT, consacré aux planètes Mercure et Vénus.

Il contient également le début d'une longue suite d'articles documentaires consacrés à la description systématique du ciel, constellation par constellation, avec toutes les étoiles et objets remarquables qu'elles contiennent. Ce mois-ci, une carte très claire des constellations de la Petite Ourse et du Dragon est jointe à la description de la pauvre constellation de la Petite Ourse ; ce début est accompagné en outre d'un article documenté de Jean TEXEREAU, intitulé « Conseils aux jeunes Observateurs », donnant de nombreux conseils pratiques pour observer facilement les curiosités célestes, ainsi que les procédés ou « tours de main » utiles pour retrouver un objet déterminé dans le champ minuscule d'un instrument. Il rendra ainsi de grands services à ceux que rebuterait un échec initial dans l'utilisation d'une petite lunette.

L'Astronomie, 67e année, mars 1953.

Ce fascicule est, lui aussi, orné de deux planches hors-texte ; il contient la troisième partie des rapports d'observation au Pic du Midi, consacré aujourd'hui à l'étude détaillée de mars ; il est malheureusement très difficile de la résumer, même brièvement.

L'exploitation des spectres stellaires est l'objet d'un article simple mais clair, de J.-Claude Pecker ; il est accompagné d'un papier de M. Charles Maurain, spécialiste bien connu de Géophysique, sur les Raz-de-Marée, nom qui s'applique indifféremment à plusieurs phénomènes semblables, mais d'origines bien différentes : mouvements telluriques, séismes sous-marins, phénomènes météorologiques, cyclones ou vents de tempête. Ces causes interviennent généralement de manière complexe, se conjuguant avec la phase de la marée ou son amplitude. Cet article permettra de clarifier les idées des lecteurs sur les causes possibles des catastrophes qui ont endeuillé récemment les côtes de Belgique et de Hollande.

Enfin, la Revue des Constellations est consacrée dans ce numéro à la constellation du Dragon (n° 2), formée d'étoiles plutôt faibles, mais riche d'étoiles doubles et variables, et de nébuleuses brillantes, la plupart spirales. Signalons dans cette constellation une nébuleuse planétaire connue : NGC 6543 (n° IV-37 du catalogue de William Herschell).

Jacques Dautrevaux,
Professeur agrégé à Belfort.

Le Gérant : L. Parazines.

Cahors. Imp. A. Coueslant (*personnel intéressé*). 84.698 — 1953
C.O.A.L. 31.2330. — Dépôt légal : II-1953

Roland MAILLARD et **Albert MILLET**

Professeur de Mathématiques spéciales au Lycée Charlemagne, chargé d'un cours à l'École Normale Supérieure

Professeur agrégé au Lycée Janson-de-Sailly et à l'École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique

COURS DE MATHÉMATIQUES

Enseignement du second degré

Classe de Sixième
Mathématiques. 192 p., 900 exerc. et probl.

Classe de Cinquième
Mathématiques. 272 p., 900 exerc. et probl.

Classe de Quatrième
Mathématiques. 288 p., 687 exerc. et probl.

Classe de Troisième
Mathématiques. 304 p., 1185 exerc. et probl.

Classes de Seconde Classique A et B
Mathématiques. 320 p., 714 exerc. et probl.

Classes de Seconde Classique C et Moderne
Algèbre. 256 p., 633 exerc. et probl.
Géométrie. 444 p., 724 exerc. et probl.

Classes de Première Classique A et B
Mathématiques. 288 p., 600 exerc. et probl.

Classes de Première Classique C et Moderne
Algèbre et Trigonométrie. 288 p., 634 ex probl.
Géométrie. 336 p., 528 exerc. et probl.

Classe de Mathématiques
Algèbre. 368 p., 890 exerc. et probl
Cosmographie, 256 p., 94 exerc. et probl.
Géométrie. 480 p., 693 exerc. et probl.
Géométrie descriptive. 256 p , 414 ex. probl.
Trigonométrie. 192 p., 585 exerc. et probl.

Classe de Mathématiques (Technique)
Géométrie. 496 p., 711 exerc. et probl.

Classe de Philosophie et Sciences expér.
Cosmographie. 208 pages

Classe de Philosophie
Trigonométrie et Algèbre 104 p , 158 ex probl.

Une méthode efficace

Une culture mathématique

★

Une nouvelle présentation typographique

LIVRES DU MAITRE :

Corrigés de 6e
Corrigés de 5e
Corrigés de 3e
Corrigés de Géométrie 2e CM

CLASSIQUES HACHETTE