

questions assez précises soient posées et étudiées séparément suivant les compétences de chacun. Si quelques rapports et propositions paraissaient ensuite dans le *Bulletin*, on pourrait envisager des discussions utiles et éventuellement un vote de l'Association.

M. KAY PIENE, mathématicien et directeur de l'Institut de pédagogie d'Oslo, résume ainsi son impression après un voyage d'étude en France : « Pour les professeurs norvégiens, les lycées et collèges français sont toujours et avant tout des écoles pour l'élite. Nous savons que les sujets donnés aux examens sont difficiles et que le nombre des candidats refusés est incroyable. Ce qui frappe en France c'est le contraste entre un corps enseignant très évolué et un système scolaire conservateur. J'ai l'impression que les programmes sont déterminés dans une trop large mesure par une tradition académique. »

A vrai dire, dans l'ensemble, les programmes ne nous gênent pas trop. Ils nous laissent une liberté dont la preuve est la grande diversité de nos enseignements.

Il ne faut pas non plus croire à un abîme entre les partisans des exposés axiomatiques et les professeurs des petites classes : telle étude en Sixième ou Cinquième des grandeurs ou des fractions est bien près d'une simple réalisation concrète de l'exposé axiomatique proposé pour les hautes classes, suivant le même ordre dans l'introduction des propriétés.

Une question spéciale à la France, et relative aux programmes, me paraît assez facile à résoudre : récupérer la classe de Première de façon à pouvoir repenser le programme des deux classes de Seconde et de Première. Il faudrait pour cela ne plus laisser aux hasards de la vie le soin de former la conception de l'espace chez nos enfants entre le jardin d'enfants et cette classe de Première. Heureux si les garçons ont joué au meccano et si les filles ont fait du modelage!! En profitant du goût de l'enfant pour les constructions et les mécanismes, on pourrait, en Sixième et Cinquième, faire une étude des formes géométriques avec le vocabulaire descriptif associé ; ceci permettrait de gagner les quelques heures nécessaires en Quatrième pour faire les droites et plans parallèles et perpendiculaires et, en Troisième, le théorème de Thalès dans l'espace et le calcul de la diagonale du parallépipède rectangle.

Cette question est, du reste, liée à la continuité de l'enseignement mathématique, en arithmétique et théorie des nombres, en astronomie comme en géométrie. Il me paraît peu raisonnable de faire brusquement apparaître, en Mathématiques Élémentaires, ces sujets d'étude après les avoir si longtemps abandonnés.

Pour finir, qu'il me soit permis de rappeler un moyen bien simple de former une documentation sur la structure mentale de nos élèves : ne pourrions-nous pas noter, à l'occasion, les exclamations et remarques spontanées des enfants, ces réactions révélatrices qui font si souvent l'objet des conversations en salles des professeurs ? Nous aurions là des matériaux peut-être plus directement utilisables que les tests, et plus variés, et vivants. Les questions à mettre à l'étude s'imposeraient peut-être après lecture de ces documents !

Lucienne FÉLIX,

*Professeuse agrégée au Lycée La Fontaine, Paris.*

Bien vouloir envoyer ces fiches (Phrase de l'élève et circonstances), ainsi que toutes suggestions sur les questions à mettre à l'étude, à M. CROZES (Lycée Henri-IV), ou Mlle DRONOT (Sèvres).

### **Les difficultés non logiques de l'enseignement des Mathématiques**

*Témoignage de M. FOUCHÉ, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly*

Le professeur débutant est souvent surpris par la naïveté des fautes commises par ses élèves. Son ardeur à convaincre se transforme alors en irritation devant l'obstacle stupide, irritation qui se manifeste en vitupérations véhémentes ou par les

signes d'un mépris qu'il voudrait écrasant. Les années passent, l'expérience pédagogique vient, qui souvent se résume à une patience inlassable ou à une résignation découragée.

Cependant, ceux qui ne sont pas résignés, ont tenté de trouver les moyens d'accroître leur efficacité pédagogique par un examen de conscience sévère et ont acquis des résultats remarquables. Malheureusement, tous ces résultats ne sont pas facilement transmissibles aux débutants qui viennent d'un milieu où la logique et la technique mathématique sont d'un niveau très élevé, qui ont oublié totalement leur propre expérience d'élève et ne sont plus guère sensibles qu'à des arguments de logique essentiellement cohérente. Ils jugent d'après eux-mêmes, d'après ce qu'ils sont devenus et rejettent, comme illogique, voire stupide, tout fait qui ne se raccorde pas à leur réseau d'habitudes mentales.

Ils admettent bien quelques faits non logiques, par exemple, la peur des Mathématiques ou l'influence du climat familial, mais ils repoussent l'illogisme de ces sentiments derrière cette merveilleuse trouvaille du « don des maths » qui les rassure à bon compte, en même temps, et parce qu'elle les grandit à leurs propres yeux.

Nous avons tenté, dans un petit livre (1), de transmettre à nos jeunes collègues le témoignage de notre expérience personnelle, sans chercher à séparer les difficultés logiques et celles qui ne le sont pas. Ce témoignage, pour lequel nous revendiquons comme seuls mérites la sincérité et la franchise parfois un peu lourde ou brutale, ne pouvait être qu'une ébauche, en raison de l'audace prétentieuse qu'impliquait une telle entreprise, mais l'accueil de la critique a été si bienveillant que nous sommes assurés maintenant que les réflexions que nous avons présentées ont eu une résonance profonde chez ceux qui enseignent, et nous pensons qu'il faut aller plus loin, en étudiant plus franchement les difficultés non logiques de l'enseignement des Mathématiques.

Nous serons très heureux, à ce sujet, de recevoir les suggestions des collègues qu'intéressent ces études d'ordre psychologique, et pour bien montrer le chemin dans lequel nous voulons nous engager, voici quelques aspects des recherches que nous poursuivons actuellement, soit seul, soit avec le groupe d'études que dirige Mlle Dronot à Sèvres.

### 1° *La logique naïve des enfants.*

Nous pensons que cette logique embryonnaire est l'interpolation ou l'extrapolation, rectiligne, de souvenirs plus ou moins tronqués et déformés d'expériences vécues. Elle est donc essentiellement euclidienne, au sens large du mot. Les enfants se croient sincèrement logiques, mais en fait, ils procèdent par extension, par sympathie pour le simple, le facile, le symétrique, par une esthétique subjective et parfois sentimentale, ils mettent de la proportionnalité partout et ont un sens très aigu des compensations, bien que ce sentiment égalitaire et distributif soit, en général, faussé par une perspective individuelle dont ils ne peuvent pas se rendre compte. Cette logique naïve n'est pas nécessairement inexacte (n'est-elle pas celle dont doivent se contenter bien des adultes ?), mais peut conduire à des erreurs grossières, comme celle qui consiste à penser que pour multiplier un produit par un nombre, il faut multiplier chacun des facteurs du produit par le nombre.

Si, maintenant, on tient compte de ce que l'imagination des enfants est facilement divagante, en ce qu'elle change de direction à chaque impulsion venue de l'extérieur, il est difficile de ne pas penser à une sorte de mouvement « brownien » de ces esprits puérils, qui suivent ainsi une ligne brisée très éloignée de la ligne que le professeur voudrait leur faire suivre. Mais cette comparaison et la conclusion « euclidienne » qui s'en dégage, n'est-elle pas un exemple de logique naïve incorrecte, puisqu'elle tendrait à nier le rôle de l'imagination créatrice ? Mais (encore un « mais »), celle-ci, nous entendons l'imagination qui prétendrait créer à partir de rien, existe-t-elle vraiment ?

(1) *Pédagogie des Mathématiques*, P.U.F.

## 2° *Peur et habitude.*

La peur, spécialement la peur de l'échec, si néfaste en Mathématiques, est surtout une tension mentale qui résulte de la nécessité d'agir en dehors de ses habitudes. La peur disparaît souvent quand, le phénomène exceptionnel se reproduisant plusieurs fois, une habitude peut s'instaurer. Or, on peut démontrer, en mécanique, qu'une impulsion peut avoir un même résultat extérieur pour des contraintes et fatigues intérieures différentes suivant le profil de l'impulsion, et que le profil pour lequel la fatigue intérieure est minimum est celui où le maximum de la tension est le plus faible possible.

Ainsi une constatation bien connue des cyclistes, est qu'une côte est moins fatigante la nuit que le jour. Ce fait n'est pas seulement une apparence, il est bien réel : le profil de l'impulsion fournie par les muscles à la pédale a un maximum moins élevé la nuit que le jour, car il n'y a pas cette crispation nerveuse que ressent normalement le cycliste à la vue de toute la côte à monter, et qui fait que le début de chaque coup de pédale est plus tendu qu'il n'est nécessaire. La dépense énergétique, mesurée à l'extérieur, est la même, mais au point de vue physiologique, la différence est sensible. Cela tient, pour citer un exemple mécanique simple duquel on pourra « extrapoler », à ce qu'un système élastique comprimé progressivement de 0 à 2 kg. emmagasine une énergie de contraction quatre fois plus forte que s'il était tendu progressivement de 0 à 1 kg. Les énergies de déformation sont proportionnelles aux carrés des tensions finales ; or, les pertes intérieures aux systèmes élastiques sont, en gros, proportionnelles aux énergies.

L'adaptation à des circonstances nouvelles et imprévisibles est donc la recherche, naturelle, organique, du moindre effort, c'est-à-dire d'une tension mentale de réponse dont le profil a le maximum le moins élevé possible. De là viennent les rythmes fonctionnels organiques, physio- ou psychologiques, marche, respiration, cœur, parole..., dont la qualité tient au profil d'impulsion.

Toutes les considérations qui précèdent ne prétendent pas résoudre le problème de la prise d'habitude et de leur contrôle ; par exemple, l'opposition entre la technique opératoire développée en habitude et la logique consciente qui l'a créée et la contrôle. Pas davantage, de l'interaction des habitudes de deux personnes ; par exemple, l'attention d'un élève envers son professeur, étude qui reposerait surtout sur les résonances entre les rythmes de l'un et ceux de l'autre. Pas davantage, aussi, de la valeur éducative de l'exemple, du mimétisme psychologique, pour ou contre mais jamais indifférent, du climat familial, social. Cependant, nous avons voulu indiquer que toutes ces questions ont un substratum mécaniste qu'il est intéressant d'étudier, ne serait-ce que pour mieux dégager un résidu d'ordre plus élevé. D'ailleurs, avant d'aborder ces questions très complexes, il faut étudier le phénomène inverse de la prise d'habitude, c'est-à-dire le rôle des habitudes déjà prises sur la valeur de nos perceptions des faits extérieurs, c'est-à-dire encore de l'interaction du caractère et de ce qu'on appelle l'intelligence.

## 4° *Réflexions et réfractions des faits extérieurs à travers le réseau de nos habitudes.*

Nous percevons certains éléments ou aspects de l'extérieur et négligeons les autres par paresse, fatigue, hâte, inadaptation... à travers le réseau de nos habitudes actuelles et c'est sur cette sélection d'éléments que nous construisons ce qui est l'image de la vérité pour notre esprit. Notre mode de pensée est donc caractérisé par ce filtrage, par cette altération de l'extérieur et par notre aptitude à composer les éléments déformés qui parviennent à notre conscience. Par exemple, une ligne droite, tracée sur une feuille placée sur une table horizontale, est cependant annoncée verticale au cerveau si elle se trouve dans le plan médiateur des deux yeux.

L'image de la vérité est donc incomplète, inexacte, aussi trouble que l'aspect d'un objet vu à travers un système optique mal adapté, les actions extérieures sont partiellement réfléchies et perdues et partiellement réfractées en nous et c'est cette partie réfractée qui constitue la perception.

A cette composition des éléments déformés de l'extérieur, se mêlent des souvenirs, des habitudes mentales et d'action, tout ce qui forme notre tempérament, notre personnalité, notre caractère. Les perceptions, et ce qu'en fait notre conscience, sont donc subjectives à un degré invraisemblable, inacceptable pour les enfants et pour bien des adultes qui ne peuvent le comprendre sans une très longue éducation morale, scientifique et peut-être même artistique. Et, pour nous qui le savons, mais qui n'y pensons pas souvent, ne devons-nous pas avouer que nous ne savons pas nous écouter les uns les autres, que nous ne savons pas vraiment lire, que nous ne prenons, dans une conversation, dans un roman, que ce qui se rapporte à nous ? Faut-il voir dans cette subjectivité organique, la cause profonde de l'instinct de propriété ou d'appropriation dont l'influence, comme nous allons le voir, est prépondérante dans notre façon de penser, de chercher, de conclure ?

5° *Démarches intellectuelles, directe et « à reculons ».*

Les philosophes désignent ces démarches intellectuelles par les expressions : progression synthétique et régression analytique. Nous sommes confus de l'avouer, mais nous ne comprenons pas le sens de ces mots. Nous préférons nos expressions prises dans le langage ordinaire et refusons, pour l'instant, d'employer particulièrement le mot « synthétique », qui a, en chimie par exemple, un sens très clair qui ne convient pas pour la découverte directe qui est certainement analytique.

Nous avons écrit, dans le livre déjà cité, que pour résoudre un problème dont le résultat est indiqué, il fallait procéder à deux genres de recherche. Le premier consiste à oublier ce qui est à démontrer et à partir à la découverte en tirant les conséquences immédiates des données, et en se disant : « Puisque (ou si) ceci est vrai, cela est nécessairement vrai » : chacune des propriétés trouvées est alors contenue dans la précédente. Le deuxième consiste, au contraire, à tirer ce qu'on pourrait appeler des « préséquences » du résultat à démontrer, en se disant : « Pour que cela soit vrai, il suffirait que ceci le soit » ; chacune des propriétés trouvées contenant celle qu'il faudrait prouver. Nous avons appelé le premier genre de recherche : la découverte directe, et le deuxième : la recherche « à reculons ».

Il est bien connu que la découverte directe est très pénible, rebutante, antipathique aux élèves et à bien d'autres personnes ; la recherche à reculons est beaucoup plus sympathique parce qu'on est plus près du but à atteindre. Nous n'imposons pas aux élèves la découverte directe de façon systématique, nous les laissons libres, mais nous leur demandons de reconnaître franchement le genre de démarche intellectuelle qu'ils suivent à chaque instant. En effet, ils passent trop facilement de l'un à l'autre et il est très prudent de leur faire préciser qu'en travaillant à reculons ils devraient parler au conditionnel, sinon ils perdent le sens de l'orientation et prennent pour-démontré ce qui n'est que souhaité.

Dans le cas de problèmes où le but n'est pas indiqué, qui sembleraient imposer la découverte directe, il se passe un phénomène, également bien connu, qui semble cependant n'avoir pas encore été bien franchement étudié ; l'imagination, souvent divagante, fournit des solutions possibles, vraisemblables, sympathiques à un titre quelconque, purement accidentelles parfois, que l'on cherche à justifier à reculons, par une suite de conditions suffisantes. Dans ce cas, l'élève perd le sens de l'orientation beaucoup plus facilement, car l'instinct de propriété est plus exigeant, du fait que c'est le chercheur qui a trouvé la solution possible qu'il veut justifier. Il faut reconnaître qu'il est bien désagréable de constater qu'on s'est trompé et d'avoir à reprendre un travail qu'on croyait presque acquis. C'est pour cela que nous voyons parfois des élèves en arriver à nier l'énoncé ; n'est-ce pas aussi le cas de bien des grandes personnes qui nient une vérité en faveur d'une « préséquence » de la parcelle déformée qu'ils ont perçue de la réelle vérité ? Il nous semble que le véritable éveil de la pensée logique, telle que l'entendent les scientifiques, est précisément la reconnaissance, puis l'acceptation d'une erreur possible dans une solution imaginée,

c'est-à-dire la conscience claire et parfaitement calme, totalement affranchie de l'instinct de propriété, de l'orientation de la démarche intellectuelle suivie, directe ou à reculons.

On pourrait définir ainsi quatre stades psychologiques :

— Démarche intellectuelle toujours à reculons, par conditions suffisantes et avec justifications, malgré les données et malgré la vérité extérieure ; les incohérences qui en résultent sont acceptées et souvent non perçues.

— Démarche intellectuelle, toujours à reculons, par conditions suffisantes et avec tentatives de justifications, mais en acceptant à l'avance la sanction de l'expérience, la logique devient cohérente.

— Démarche intellectuelle directe, en moyenne ou dans l'ensemble, mais chaque pas à reculons.

— Démarche intellectuelle directe dans tous ses détails.

De l'aveu de beaucoup d'entre nous, le quatrième stade est très rare, sinon impossible. Ceci est un aveu grave, car c'est reconnaître le rôle dominant de l'imagination, qui, de façon très générale pour ne pas dire unique, puise ses projets de solutions dans les souvenirs et ne peut ainsi fournir de solutions vraiment nouvelles.

Toutes ces dernières considérations paraîtront à certains de la philosophie voire de la métaphysique, jeu d'esprit sinon jeu de mots, mais veut-on bien réfléchir, par exemple, au simple fait suivant : en Mathématiques, nous appelons hypothèse, ce qui est vrai, sûr, solide, ce sur quoi on peut construire, alors que dans le langage courant une hypothèse n'est que probable, possible, peut-être fausse. N'y a-t-il pas dans ce simple renversement de sens du mot, même si on l'appelle seulement supposition, le signe que l'orientation de la recherche doit être clairement défini ?

M. A. FOUCHÉ,

Professeur au Lycée Janson-de-Sailly.

## Notes diverses

### Tangente et dérivée

C'est en Première A, B, C, Moderne, Technique, que la dérivée fait son apparition ; aux programmes de ces cinq classes, elle figure dans les termes suivants :

« Définition et signification géométrique de la dérivée d'une fonction pour une valeur donnée de la variable.

« Applications à la détermination des tangentes aux courbes  $y = f(x)$  étudiées antérieurement. »

Ce libellé donne à penser que la dérivée est l'instrument indispensable à la recherche analytique d'une tangente.

On calcule donc la dérivée pour la valeur donnée  $x_0$ , puis, à l'aide de la dérivée-formule ainsi trouvée, on calcule le coefficient angulaire de la tangente au point donné  $M_0$  d'abscisse donnée  $x_0 = -3$  par exemple.

On aperçoit alors rapidement, au contact avec les élèves, combien ce formalisme, certes commode, est dépourvu de substance et de valeur éducative.

Et on arrive ainsi à proscrire, plus ou moins officieusement, l'emploi de la dérivée-formule et à exiger que tout calcul de dérivée se fasse à partir de la définition

de la dérivée : limite de  $\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$  lorsque  $x_1$  tend vers  $x_0$ .

Mais, alors, quel détour inutile ! Les élèves de Première savent depuis longtemps :