

A Besançon de nouvelles erreurs ont été commises, mais sans gravité.

Dans l'ensemble, les fautes se sont plutôt raréfiées cette année.

Concours d'entrée en Sixième. — Les textes ont été plus convenables cette année. Une Commission, pour le choix des sujets, a été en effet créée conformément aux vœux de l'A.P.M., elle a pu fonctionner dès 1952.

Programme de Mathématiques dans le Premier Cycle. — La question avait été mise à l'étude à la dernière Assemblée générale. La création d'une Commission, sous la présidence de Mlles DIONOT et MASSON est décidée. Il est fait appel à toutes les bonnes volontés pour y participer.

M. JACQUEMART, rappelle qu'il y a 36 heures à répartir entre les divers enseignements, pour les travaux dirigés, étude du milieu, etc..., dans la nouvelle organisation des « Classes pilotes ». Il souhaite donc une unité d'action de tous les professeurs de Mathématiques pour que cette discipline ait la part qui lui revient. Il est décidé qu'une note en ce sens paraîtra au *Bulletin*.

Nouvelles sections au Baccalauréat. — Une faute d'impression dans un article au *B.O.* ayant fait croire que dans la section A' la quatrième épreuve au Baccalauréat (1^{re} partie) porterait nécessairement sur une langue vivante, M. MONJALLON est intervenu au Ministère pour faire les rectifications nécessaires et obtenir l'assurance que l'épreuve de Mathématiques était bien maintenue (avec coefficient 3).

M. JACQUEMART estime qu'il faudra aussi veiller à maintenir l'option Mathématiques en section B, malgré l'existence de la section A'.

Axiomatique et Redécouverte : M. CROZES continue à animer cette branche de l'activité de l'A.P.M. Il annonce la conférence de M. ITARD pour le mois de novembre sur l'histoire des axiomes de grandeur.

Elections au Comité

L'Assemblée générale de Pâques 1953 sera appelée à élire de nouveaux membres en remplacement des membres sortants, non immédiatement rééligibles.

Le Président fait appel à tous les collègues qui accepteraient de mettre leur dévouement et leur activité au service de l'Association, et *les prie de se faire connaître d'urgence* afin que leurs noms puissent figurer sur la liste des candidats aux prochaines élections.

DEUXIÈME PARTIE

Initiation à la pensée mathématique

Réunion du 15 mai 1952

En présence de M. l'Inspecteur général ROBERT, et sous la présidence de M. MONJALLON, les groupes de travail de Mlle DIONOT et la Commission « Axiomatique et Redécouverte » ont tenu au Lycée Henri-IV une réunion d'information réciproque. Mlle FÉLIX et M. FOUCHÉ en ont été les animateurs.

Les Groupes au travail

Témoignage de Mlle L. FÉLIX (Professeur au Lycée La Fontaine, Paris)

Le titre choisi par M. CROZES pour la séance d'aujourd'hui utilise le terme de « pensée mathématique ». Un débat toujours ouvert est de savoir jusqu'à quel point l'initiation à cette pensée est vraiment un des buts de l'Enseignement du Second

Degré. Actuellement, la question paraît être doublement d'actualité : d'une part, à cause de l'afflux des enfants et des conditions sociales qui les attendent à la sortie des établissements scolaires ; d'autre part, par suite de la révolution qui a bouleversé la pensée scientifique ces dernières décades. Le professeur du Second Degré doit nécessairement se poser les questions :

Qu'est la pensée mathématique moderne ?

Que devons-nous enseigner ? Qu'est-ce qui est utile ? vivant ?

Je voudrais seulement ici faire brièvement un rapport sur les recherches pédagogiques dont j'ai été témoin.

I. — *Groupe « axiomatique et redécouverte »* : Grâce au Bureau de l'A.P.M. et à l'action personnelle de M. CROZES, nous avons pu déjà méditer sur les conférences d'éminents mathématiciens et de professeurs de Faculté ou des hautes classes des Lycées. Des articles de revues pédagogiques nous ont aussi beaucoup appris : MM. BOULIGAND, CHATELET, CHOQUET, LICHNÉROWICZ ; MM. GLAESER et LACOMBE ; MM. MIRABEL et SIROS, nous ont exposé, les uns des introductions axiomatiques du nombre et de ses extensions, les autres différentes bases axiomatiques de la géométrie (1).

La géométrie a perdu son unité ; on ne peut plus concevoir que « des géométries » avec primauté de la géométrie linéaire. Et même, la géométrie existe-t-elle encore ? Théorie des ensembles, algèbre, topologie, calcul des probabilités... Voilà ce qui constitue les Mathématiques.

Certains mathématiciens, reniant ce qui, dans les études de leur jeunesse a peut-être contribué plus qu'ils ne croient à leur propre formation, sont prêts à rejeter de l'enseignement certains chapitres qui nous tiennent à cœur ; ainsi, M. DIEUDONNÉ, une des têtes éminentes du polycéphale Bourbaki, supprimerait volontiers du programme de Mathématiques Élémentaires, coniques, inversions, géométrie projective même, au profit de la géométrie vectorielle et de la géométrie analytique, affiné naturellement. On peut discuter sur le choix des chapitres à sacrifier, mais tout aménagement nécessite des allègements compensateurs. L'essentiel est de conduire les élèves par des voies qui ne soient, ni fausses, ni fermées.

L'évolution des programmes vers les parties jeunes et vivantes des Mathématiques, amorcée comme c'est naturel dans l'Enseignement Supérieur, et qui bouleversera bientôt les traditionnels certificats de calcul différentiel et intégral et de mécanique rationnelle (2), devra descendre de proche en proche dans l'Enseignement Secondaire. La possibilité en est prouvée par les essais que des collègues précurseurs font avec succès dans leurs classes : axiomatisation partielle en Mathématiques Élémentaires et même en Seconde (M. CROZES), organisation du cours d'après la structure (M. ESTÈVE). Mais il nous faudrait, dans cette nouvelle perspective, repenser tout notre enseignement, depuis les petites classes, car il faut tenir compte de la nécessité d'une certaine continuité, et se souvenir du grand nombre de nos élèves qui ne suivent pas la section scientifique, ou qui suivent celle-ci sans se destiner aux études purement mathématiques.

II. — *Groupe de travail de Sèvres* : Autour de Mlle DIONOT, des amies, dont beaucoup sont ses anciennes élèves ou stagiaires, se réunissaient depuis de longues années pour confronter leurs expériences pédagogiques et étudier en commun les difficultés de l'enseignement des Mathématiques. Le groupe s'est beaucoup élargi ces dernières années, en partie sous l'influence des recherches des classes nouvelles.

Ce sont surtout les classes de la Sixième à la Troisième qui sont envisagées, car c'est là que les réactions des élèves sont les plus perceptibles et que les problèmes

(1) Ajoutons, en novembre 1952, la belle conférence de M. ITARD, sur l'histoire des axiomes de grandeur.

(2) Ce dernier déjà rebaptisé en « Mécanique générale ».

pédagogiques se posent inévitablement. En outre, ces classes ne sont-elles pas essentielles pour la formation de la pensée de l'enfant et son orientation ?

Des petits groupes de travail ont été constitués, qui préparent le travail en commun. C'est ainsi que M. HUISMAN, avec quelques collègues, a composé des exercices de géométrie et d'algèbre pour préciser autant que possible les circonstances où se produisent les erreurs les plus courantes. De même, un autre groupe a rassemblé des exercices illustrant le cours de Cinquième. Et si je me trouve ici chargée de ce compte rendu, c'est pour avoir signé avec M. FOUCHÉ un questionnaire au sujet du premier enseignement de la géométrie : les réponses déjà reçues ont permis un rapport au moins provisoire qui montre bien les divergences d'attitude des divers collègues.

Il est fort difficile de traduire l'ensemble de la vie de ce groupe par des comptes rendus. La fidélité des habitués n'est pas due uniquement à leur respectueuse et reconnaissante amitié pour Mlle DIONOR ; elle témoigne du sentiment d'enrichissement que chacun ressent dans les discussions en commun.

Mais je me permets de suggérer qu'à mon avis, ce groupe, qui étudie les enfants devant notre enseignement, devrait amorcer un mouvement à la rencontre du groupe qui vient d'en haut, de la science mathématique, pour descendre vers l'élève. Si l'on se borne à voir les difficultés d'enseigner ce que nous avons l'habitude d'enseigner, à la manière habituelle, comme si c'était l'intangible vérité mathématique, les recherches risquent, je crois, de ne pas être vraiment fécondes. La connaissance réelle de l'enfant, qui fait la richesse de ce groupe, lui permettra d'étudier l'ensemble de la question suivant le degré de maturité des élèves, sans sacrifier ceux qui ne seront jamais mathématiciens, mais sans méconnaître la montée vers la pensée mathématique.

III. — D'autres groupes travaillent parallèlement : je souhaite que des rapports envoyés au Bureau de l'A.P.M. et accueillis dans le *Bulletin*, nous mettent au courant des questions posées et des conclusions obtenues.

La *Commission des psychologues scolaires pour les Mathématiques* utilise la technique des tests.

Voici, à ce sujet, les informations qui nous sont apportées par M. VIOLETTE, qui dirige un petit groupe d'étude sur la logique des élèves :

« La Sous-Commission des Mathématiques (Psychologues et Professeurs) pour les classes de Cinquième et Quatrième a choisi comme thème de travail l'étude des possibilités logiques de l'élève de Cinquième sur le plan de l'apprentissage de la géométrie. Après avoir essayé de déterminer les possibilités de raisonnement des élèves en leur soumettant des syllogismes à terminer et à justifier, il a été décidé de se placer à un point de vue plus analytique.

La réussite semble conditionnée par deux facteurs :

— la compréhension de la nécessité du raisonnement ;

— la mise en place de celui-ci. C'est à ce problème que nous nous sommes attaqués. Pour faire une démonstration l'élève doit, partant d'un énoncé, faire une figure et dégager l'hypothèse.

Nous avons commencé l'étude, de façon très modeste, en soumettant à une quinzaine de classes dix énoncés (huit de problèmes et deux de théorèmes), les élèves devant faire la figure et écrire l'hypothèse sous forme d'égalités. Exemples et exercices amènent la compréhension de la consigne qui, à l'usage, s'est révélée satisfaisante. C'est en somme un exercice de thème : passage de l'expression verbale à l'expression géométrique. Les fautes ont été analysées et classées : omissions, additions, confusions entre hypothèses et conclusions, non-sens, fautes d'énoncé .. Enfin un exercice de version (retour à un énoncé) a été essayé dans deux classes.

Nous espérons isoler ainsi les problèmes qu'il conviendra d'étudier par la suite du double point de vue de la psychologie et de la pédagogie. Il nous semble cependant

possible d'affirmer dès maintenant la grande importance des problèmes de vocabulaire et de syntaxe. »

IV. — Une « *Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des Mathématiques* » a été fondée à Pâques (1952) au quatrième Congrès réuni par M. GATTEGNO (professeur à l'Institut de pédagogie de l'Université de Londres) qui en est secrétaire général. M. CHOQUET en a accepté la présidence, assisté de M. GONSETH, M. PIAGET, M. FIALA (Université de Neuchâtel) et M. SERVAIS (professeur à Morlanwelz, Belgique).

Les deux premiers Congrès avaient rassemblé presque exclusivement des professeurs du Second Degré, mais les deux derniers ont permis de confronter, professeurs (des jardins d'enfants aux Facultés), des psychologues, des logiciens. Cette année, l'étude portait sur les relations entre structures mathématiques et structures mentales. La participation active, par des exposés et des interventions dans la discussion, des savants mathématiciens que sont MM. DIEUDONNÉ, CHOQUET, LICHNÉROWICZ, des philosophes comme MM. GONSETH et PIAGET, assurait le grand intérêt de la rencontre. L'art de M. GATTEGNO, pour amener chacun à « confesser » ses opinions, est vraiment extraordinaire. Ne nous a-t-il pas fallu, comme nos collègues suisses, belges, anglais, passer un véritable oral d'agrégation avec, comme terrible président de jury, M. GONSETH !

Un rapport détaillé doit être rédigé par M. SERVAIS. Je crois pouvoir résumer les conclusions sous la forme suivante :

Les Mathématiques sont l'étude des structures. Les structures élémentaires sont les structures d'équivalence, les structures d'ordres, les structures opératoires, les structures topologiques. Les mathématiciens ne peuvent actuellement concevoir d'autres structures que des combinaisons de celles-ci. La recherche mathématique consiste à étudier les structures « en cultures pures », à les découvrir dans les questions étudiées et, s'il le faut, à transformer les problèmes qui se posent pour y mettre les structures qui en permettront l'étude.

C'est par la comparaison de raisonnements utilisés dans les différentes théories des Mathématiques traditionnelles que l'on a pris conscience de ces structures. On peut poser la question, avec M. GONSETH, de savoir en quoi les méthodes des Grecs ou celles des siècles qui nous précèdent ne sont plus valables. Mais, puisque les structures étaient présentes implicitement, c'est sans doute que ce sont des structures mentales. En effet, M. PIAGET a pu étudier leur apparition dans la pensée du jeune enfant. Le principal objet de notre enseignement serait alors de développer et assouplir ces structures mentales pour les rendre efficaces. Il faudrait donc les étudier et chercher leur parallélisme avec les structures mathématiques.

Mais M. GONSETH considère que ceci n'est qu'un courant de la pensée du mathématicien ; marche vers l'abstrait et la formalisation. Le courant complémentaire est dirigé vers l'adéquation à la réalité physique.

— Que conclure ? La vraie nature de la pensée mathématique nous est cachée par les habitudes qui nous viennent de la tradition, de nos souvenirs d'élèves, de notre expérience d'années d'enseignement et de la lecture des manuels. Il est alors difficile d'apercevoir tout ce qui est sous-entendu par nous : c'est ce dont l'étude des structures mathématiques nous aiderait à prendre conscience, et ceci éclaircirait la cause des répugnances de nos élèves, qui n'ont pas nos habitudes, à accepter parfois la règle du jeu qui heurte leur structure mentale.

Le projet de la Commission internationale est de mettre à l'étude à tous les degrés de l'enseignement, les structures mentales présentes et leur écart avec les structures mathématiques exigées, et, plus généralement, de confronter la pensée mathématique et les exigences psychologiques et sociales.

V. — Après ce résumé trop sommaire de ces activités qui risquent de rester divergentes, je crois qu'il est opportun de souhaiter que, chaque année, quelques

questions assez précises soient posées et étudiées séparément suivant les compétences de chacun. Si quelques rapports et propositions paraissaient ensuite dans le *Bulletin*, on pourrait envisager des discussions utiles et éventuellement un vote de l'Association.

M. KAY PIENE, mathématicien et directeur de l'Institut de pédagogie d'Oslo, résume ainsi son impression après un voyage d'étude en France : « Pour les professeurs norvégiens, les lycées et collèges français sont toujours et avant tout des écoles pour l'élite. Nous savons que les sujets donnés aux examens sont difficiles et que le nombre des candidats refusés est incroyable. Ce qui frappe en France c'est le contraste entre un corps enseignant très évolué et un système scolaire conservateur. J'ai l'impression que les programmes sont déterminés dans une trop large mesure par une tradition académique. »

A vrai dire, dans l'ensemble, les programmes ne nous gênent pas trop. Ils nous laissent une liberté dont la preuve est la grande diversité de nos enseignements.

Il ne faut pas non plus croire à un abîme entre les partisans des exposés axiomatiques et les professeurs des petites classes : telle étude en Sixième ou Cinquième des grandeurs ou des fractions est bien près d'une simple réalisation concrète de l'exposé axiomatique proposé pour les hautes classes, suivant le même ordre dans l'introduction des propriétés.

Une question spéciale à la France, et relative aux programmes, me paraît assez facile à résoudre : récupérer la classe de Première de façon à pouvoir repenser le programme des deux classes de Seconde et de Première. Il faudrait pour cela ne plus laisser aux hasards de la vie le soin de former la conception de l'espace chez nos enfants entre le jardin d'enfants et cette classe de Première. Heureux si les garçons ont joué au meccano et si les filles ont fait du modelage!! En profitant du goût de l'enfant pour les constructions et les mécanismes, on pourrait, en Sixième et Cinquième, faire une étude des formes géométriques avec le vocabulaire descriptif associé ; ceci permettrait de gagner les quelques heures nécessaires en Quatrième pour faire les droites et plans parallèles et perpendiculaires et, en Troisième, le théorème de Thalès dans l'espace et le calcul de la diagonale du parallépipède rectangle.

Cette question est, du reste, liée à la continuité de l'enseignement mathématique, en arithmétique et théorie des nombres, en astronomie comme en géométrie. Il me paraît peu raisonnable de faire brusquement apparaître, en Mathématiques Élémentaires, ces sujets d'étude après les avoir si longtemps abandonnés.

Pour finir, qu'il me soit permis de rappeler un moyen bien simple de former une documentation sur la structure mentale de nos élèves : ne pourrions-nous pas noter, à l'occasion, les exclamations et remarques spontanées des enfants, ces réactions révélatrices qui font si souvent l'objet des conversations en salles des professeurs ? Nous aurions là des matériaux peut-être plus directement utilisables que les tests, et plus variés, et vivants. Les questions à mettre à l'étude s'imposeraient peut-être après lecture de ces documents !

Lucienne FÉLIX,

Professeuse agrégée au Lycée La Fontaine, Paris.

Bien vouloir envoyer ces fiches (Phrase de l'élève et circonstances), ainsi que toutes suggestions sur les questions à mettre à l'étude, à M. CROZES (Lycée Henri-IV), ou Mlle DRONOT (Sèvres).

Les difficultés non logiques de l'enseignement des Mathématiques

Témoignage de M. FOUCHÉ, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly

Le professeur débutant est souvent surpris par la naïveté des fautes commises par ses élèves. Son ardeur à convaincre se transforme alors en irritation devant l'obstacle stupide, irritation qui se manifeste en vitupérations véhémentes ou par les