

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement public

PREMIÈRE PARTIE

I. Documents officiels

Agrégation de Mathématiques (Hommes)

Rapport de M. l'Inspecteur général ROBERT, Président du Jury
(SESSION 1951)

Le Jury était composé de M. ROBERT, inspecteur général de l'Instruction publique, président ; M. ROGER professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, vice-président ; M. KUNTZMANN, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble ; M. CAGNAC, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Louis-le-Grand ; M. DOLLON, professeur de Mathématiques Supérieures au Lycée Louis-le-Grand.

ÉPREUVES ÉCRITES (1)

Elles ont eu lieu les 4, 5, 7 et 9 juin.

Sur deux cent quatre candidats inscrits, cent quatre-vingts ont composé le premier jour, cent soixante-dix-huit le deuxième, cent soixante-dix-sept le troisième et cent soixante-sept le quatrième jour.

Le jury, réuni le 5 juillet, a déclaré admissibles les candidats ayant obtenu un total au moins égal à 24 (sur 80) pour l'ensemble des épreuves. Quarante-deux se sont trouvés satisfaire à cette condition. Si l'on note que l'écrit du concours de 1950 avait fourni cinquante-trois admissibles, avec des totaux atteignant au moins 29, une baisse de notes s'accuse en 1951. Elle n'a été que partiellement imputable à la difficulté des compositions, où le volume des questions proposées, pour les deux premières épreuves, s'est légèrement accru ; la composition de Mécanique, par contre, avait en 1951 un texte plus court qu'en 1950.

Il faut en conclure sans doute que les admissions des concours précédents

(1) Les énoncés ont été publiés dans le n^o 142 (juillet 1951) aux pages 293 à 302.

ont écrémé le lot des candidats les plus méritants. L'abaissement des notes est corroboré par l'augmentation du nombre des faibles copies : en 1951, quarante-huit totaux (au lieu de vingt-huit en 1950) correspondent à la moyenne de 5 sur 20. Parmi les meilleures épreuves il ne s'en est trouvé que quatre dépassant la moyenne (10 sur 20), contre onze en 1950.

Ce brusque changement de la physionomie de l'écrit du concours, correspondant à un rajeunissement de l'ensemble des bons concurrents, est manifeste si l'on considère la provenance des candidats admissibles.

Ils comptent six professeurs des lycées, cinq professeurs des collèges, deux professeurs de l'enseignement technique, un professeur d'école normale, un professeur d'une école militaire préparatoire technique, un délégué, un maître auxiliaire, trois stagiaires d'enseignement ; au total, vingt concurrents ayant participé à l'enseignement en 1950-1951 (contre vingt-six en 1950).

Du côté des étudiants dégagés de la charge enseignante, par contre, on dénombre onze admissibles provenant de l'Ecole Normale de la rue d'Ulm, deux auditeurs, trois élèves de l'Ecole Normale de Saint-Cloud, un boursier du C.N.R.S. et six étudiants libres (un seul en 1950 !).

Parmi les quarante-deux admissibles figuraient seize admissibles des sessions antérieures.

Les épreuves écrites ont donné lieu aux rapports détaillés ci-après :

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES : RAPPORT DE M. DOLION

Le problème proposé aux candidats était soumis à leur étude sous forme d'un canevas détaillé ; celui-ci était destiné à gagner du temps dans la recherche de résultats qui auraient pu rester trop longtemps cachés et ne pas permettre de faire la preuve des qualités d'exposition qu'on est en droit d'attendre des candidats à un poste d'enseignement, si l'énoncé n'avait étroitement jalonné la voie à suivre.

Cette précaution a surtout mis en relief une fréquente incapacité de découverte. Certains ont fait une paraphrase de l'énoncé ; je pense qu'ils ne caressaient pas l'illusion d'abuser le correcteur lorsque cette paraphrase ne s'accompagnait d'aucun essai de démonstration. Le fait le plus frappant de toutes les solutions ou essais de solutions est l'absence de la construction syllogistique qui reste, qu'on le veuille ou non, à la base du raisonnement mathématique. On ne voit guère un maître étayant la conviction géométrique de ses élèves par des arguments d'autorité, fondés sur une pensée dont le moins qu'on puisse y trouver est l'inconsistance et la fluidité.

Je n'ai guère goûté non plus le ton d'une copie où les propriétés à démontrer sont qualifiées de « classiques » et d'évidentes : il faut ici jouer le jeu et montrer sa capacité à donner de ces prétendues évidences des démonstrations définitives.

Il faut bien dire un mot de la présentation matérielle. Peut-être est-il de bon ton de considérer comme mineures les qualités de soin, d'écriture et d'orthographe ; pour mineures qu'elles soient, je conçois difficilement qu'un professeur puisse s'en passer. Il ne déchoit pas en faisant leur part

aux exigences matérielles ; il facilite sa propre tâche et celle de ses élèves et les prépare à des relations sociales plus agréables. Dans un trop grand nombre de copies ces vérités premières sont méconnues.

Un autre point concerne les figures. Je n'ignore pas qu'on peut se passer de figures et que la construction logique des raisonnements se suffit à elle-même, mais c'est un défi au bon sens que de se priver du recours à des figures bien faites. Je vois mal un professeur de lycée — car il s'agit bien d'un concours de recrutement de tels professeurs — se passant de figures dans l'enseignement de la géométrie, tel ce candidat qui n'en fit aucune dans sa copie. On ne sait pas assez toute l'utilité de ces figures schématisées réduites à quelques traits essentiels et de maniement plus aisé que des tracés trop chargés.

On a quelque gêne à noter que certains candidats en soient encore à faire des figures recto et à les commenter verso ; serait-ce donc que tout bon sens les ait quittés ?

Première partie. — La transformation $\mathcal{C}(O, u)$ qui associe à un point a d'un plan le point A , tel que $Ou, OA = 2(Ou, Oa) \quad OA = \frac{Oa^2}{Ou}$ a été correctement étudiée ; pourtant un candidat prétend que cette transformation, n'étant pas biunivoque, n'est pas ponctuelle... Faute d'une construction précise de A , connaissant a , on n'a pu résoudre la seconde question. L'énoncé donnait cependant une indication précieuse en demandant de placer u_1 en A . $\mathcal{C}(O, u_1)$ faisait apparaître des triangles semblables qui rendaient évidentes les relations à démontrer.

Un nombre infini de copies a donné une solution de la relation angulaire.

La question concernant la tangente à une courbe et celle de sa transformée a été souvent traitée, mais on a oublié le cas de la courbe passant par O .

La transformation d'une ellipse de centre O et de foyers f et f' en une ellipse de foyers O et F était immédiate à partir de l'évaluation de MO et de MF . A cette occasion je signale qu'un candidat constatant que deux points A et B se changeant par une transformation ponctuelle en deux points A' et B' , croit que le segment AB ait pour transformé le segment $A'B'$; erreur pour le moins regrettable.

La correspondance entre les extrémités m et n de deux demi-diamètres conjugués et les points M et N apparaissait par application de la relation angulaire établie pour les tangentes en $(I, 3^\circ)$. On a recours, fort inutilement, aux théorèmes d'Apollonius pour aboutir à des propositions inexactes : « un quadrilatère à côtés opposés égaux est un parallélogramme », par exemple.

Deuxième partie. — 1° et 2° . La recherche des ellipses de centre O , d'excentricité minimum passant par a et b était rendue immédiate par l'application de la transformation $\mathcal{C}(O, u)$. Pourquoi recourir à une hyperbole d'intervention malencontreuse ? la propriété de AB d'être perpendiculaire à la directrice relative à O apparaissait immédiatement.

Il suffit de transformer

$$(Ou, AB) = (Ou, OF),$$

$$\frac{\widehat{ba} + \widehat{ba'}}{2} = (Ou, of)$$

pour reconnaître que $\vec{ba}, \vec{ba'}$ a ses bissectrices parallèles aux axes de symétrie de e.

Un seul candidat a constaté la nécessité d'un choix pour les extrémités du diamètre conjugué de Oa . A peu près aucun n'a mis en évidence, sur de petites figures, les relations de dépendance indiquées par l'énoncé sur les ellipses e(a, b)... Un candidat, à la demande d'analyse des liaisons de L, M... aux points O, A, B, C, se contente de dire avec une certaine candeur que « le fait de fixer les points impose des liaisons... ».

3° et 4°. — Il suffisait ici d'une figure d'ensemble pour que les propriétés données intégralement par l'énoncé apparaissent en pleine lumière. Je n'ai trouvé que rarement tentée une réalisation acceptable de cette figure et encore dans des conditions telles qu'elle ne pouvait être d'aucune utilité.

5°, 6° et 7°. — On ne trouve plus désormais que quelques notes éparses et décousues sur tout ce qui va suivre. La disposition des ellipses E(...) de foyer commun O était une conséquence immédiate de la définition bifocale de ces ellipses et du régionnement du plan à partir de cette définition.

Troisième et quatrième parties. — Les très rares candidats qui ont abordé ces questions se sont bornés à une vérification rapide des formules indiquées en (III, 1°). Un seul a risqué quelques mots sur la partie IV. Pratiquement, on peut dire que cette fin de problème n'a pas joué pour le classement.

Résultats. — La meilleure note est un 18,5 ; je relève également deux 15,5 ; mais que de notes insuffisantes dans une épreuve qui fut largement cotée, compte tenu de sa longueur ! Un nombre important de notes sont inférieures ou égales à 3. Il faut dire que de telles notes témoignent d'une insuffisance inquiétante.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES : RAPPORT DE M. CAGNAC

La première partie du problème était à la portée d'un élève qui achève son séjour en Mathématiques Supérieures ; et pourtant quarante-cinq copies dont les notes sont au plus égales à 2 témoignent que leurs auteurs auraient bien besoin de suivre les cours d'une telle classe.

En particulier, dans le deuxième paragraphe, il fallait caractériser analytiquement, dans un plan rapporté à deux axes *quelconques* Ox, Oy , une direction fixe L. Ce simple détail a permis de dresser la statistique suivante :

Dix-huit copies ont introduit les « cosinus directeurs α et β de L, liés par la relation $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ » ; trois autres copies ont appelé $\cos \varphi$ et $\sin \varphi$ ces « cosinus directeurs ». Dans quatorze copies, le carré de la longueur du vecteur, dont X et Y sont les composantes scalaires, est $X^2 + Y^2$ (en par-

ticulier si m est le coefficient angulaire de L , on voit apparaître $\sqrt{1+m^2}$ dans les formules qui donnent les projections d'un segment de longueur connue ayant la direction L).

Parmi les candidats qui introduisent les composantes scalaires α, β , d'un vecteur unitaire de L , sept écrivent $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta \cos \theta = 1$

la relation qui lie ces deux nombres ($\widehat{rOy} = \theta$) ; huit parlent d'une relation, mais, prudemment, se gardent de l'écrire ; onze n'en parlent même pas, un autre écrit qu'on peut choisir $\beta=1$; deux autres posent $\frac{\beta}{\alpha} = \text{tg}(Ox, OL)$.

En résumé, plus du tiers des candidats ignorent la question de la détermination analytique d'une direction, dans le plan rapporté à deux axes obliques.

L'extrait suivant d'une copie illustre ce fait : « Remarque importante : ces calculs ont été faits en supposant Ox et Oy rectangulaires. Ox et Oy ne l'étant pas, il suffit de remplacer respectivement $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$ par les paramètres de direction q et p , vérifiant $p^2 + q^2 = 1$. On peut d'ailleurs poser $q = \cos \alpha$, $p = \sin \alpha$, les équations écrites sont valables, mais α n'est plus l'angle (Ox, MP') . »

La seconde partie pouvait se résoudre rapidement de la façon suivante : si $M(x, y)$ est un point du lieu cherché Σ , posons $\overline{MP} = \varphi$ et $\overline{MP'} = \varphi'$. Les coordonnées de P sont $(x + \varphi, y)$, celles de P' sont $(x, y + \varphi')$. Pour que M appartienne à Σ , il faut et il suffit qu'il existe deux nombres φ et φ' , non nuls tous deux, tels que l'on ait simultanément les relations

$$(1) \quad F(x + \varphi, y) = 0 \quad (2) \quad F(x, y + \varphi') = 0 \quad (3) \quad \varphi' = \lambda \varphi$$

$$\text{Or,} \quad \begin{aligned} F(x + \varphi, y) &= F(x, y) + \varphi f'_x(x, y) + A\varphi^2, \\ F(x, y + \varphi') &= F(x, y) + \varphi' f'_y(x, y) + C\varphi'^2. \end{aligned}$$

En définitive, il faut et il suffit qu'il existe un nombre φ non nul tel que, simultanément,

$$\begin{cases} F + \varphi f'_x + A\varphi^2 = 0, \\ F + \lambda \varphi f'_y + C\lambda^2 \varphi^2 = 0. \end{cases}$$

L'annulation du résultant de ces deux équations du second degré en φ donne, après avoir écarté la solution $F=0$ qui correspond à $\varphi=0$,

$$(C\lambda^2 - A)^2 F + \lambda^2 (Cf'_x{}^2 + Af'_y{}^2) - \lambda (C\lambda^2 + A) f'_x f'_y = 0.$$

$$\text{Or,} \quad \begin{aligned} f'_x{}^2 &= 4A\tau - 4\delta\gamma^2, \\ f'_y{}^2 &= 4Cf - 4\delta r^2, \\ f'_x f'_y &= 4Bf + 4\delta r\gamma, \end{aligned}$$

d'où l'équation de Σ sous la forme

$$(4) \quad (C\lambda^2 - 2B\lambda + A)^2 f - 4\lambda\delta (C\lambda^2 - 2B\lambda + A)xy - (C\lambda^2 - A)^2 k^2 = 0.$$

Quels que soient les procédés utilisés, la plupart des candidats ont été amenés à exprimer que deux équations du second degré ont une racine commune.

Quarante candidats résolvent ce problème de la manière suivante : ils résolvent la première équation du second degré par application de la formule bien connue ; ils résolvent de même la seconde équation ; ils égalent les deux valeurs obtenues ; comme la relation ainsi écrite présente deux

radicaux, ils isolent l'un d'eux, ils élèvent au carré ; comme un radical subsiste encore, ils l'isolent et font une seconde élévation au carré.

Quelques candidats, après l'emploi d'une telle méthode, sont arrivés néanmoins à un résultat correct ; on doit regretter que leurs études antérieures ne les aient pas mieux préparés à profiter de leurs qualités de calculateur.

Trente-six candidats ont retrouvé, par une combinaison linéaire, la valeur nécessaire de la racine commune, mais l'ont portée, au hasard, dans l'une ou l'autre de leurs deux équations, sans se soucier de la dissymétrie des résultats obtenus.

Trente candidats seulement ont appliqué la formule classique du résultant.

Evidemment, une minorité de candidats restaient disponibles, après l'effort qu'avait exigé d'eux la recherche de l'équation de Σ , pour une étude avisée du reste du problème.

Trois seulement ont vu que l'équation cartésienne de Σ était du second degré par rapport au paramètre $C\lambda + \frac{A}{\lambda}$ (ou par rapport au paramètre $\sigma = C\lambda + \frac{A}{\lambda} - 2B$, analogue aux paramètres $\sigma, \sigma', \sigma''$ indiqués dans la partie IV du problème), et qu'ainsi deux coniques Σ passaient par un point du plan.

D'ailleurs, entre les racines ρ_1 et ρ_2 de l'équation (1) existe la relation $\rho_1 \rho_2 = \frac{F}{A}$; entre les racines ρ'_1 et ρ'_2 de l'équation (2) existe la relation $\rho'_1 \rho'_2 = \frac{F}{C}$; et, par suite, M étant un point quelconque du plan

$$\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho'_1 \rho'_2} = \frac{C}{A}.$$

Si $\rho'_1 = \lambda \rho_1$, sur Σ nécessairement, sur la même conique Σ , $\rho'_2 = \frac{A}{C\lambda} \rho_2$, et chaque conique Σ était associée à deux valeurs distinctes λ et $\frac{A}{C\lambda}$.

Le résultat précédent aurait dû être aperçu par les candidats qui ont montré correctement que les coniques Σ formaient un faisceau linéaire tangentiel, mais, hélas, l'équation cartésienne de Σ était du quatrième degré en λ .

Quelques copies ont présenté, à propos de la partie II, de bonnes remarques géométriques.

III^e et IV^e parties. — Les candidats n'ayant pas, dans leur grosse majorité, su développer aisément l'équation de la conique Σ , ont été arrêtés, *à fortiori*, par celle de la quadrique Σ_1 .

Ceux qui ont étudié géométriquement la partie II ont généralisé certains de leurs résultats pour la partie III.

Trois candidats seulement ont obtenu l'équation du plan $\mathcal{P}$ de la conique $\mathcal{Q}$; personne n'a pu étudier cette conique.

Les meilleures copies sont notées 13,5 (deux fois), 13, 12,5 (deux fois) et 12 (deux fois). La moyenne générale de l'épreuve est 4,4.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL ; RAPPORT DE M. KUNTZMANN

La composition était destinée à vérifier les connaissances des candidats sur la question tout à fait classique des intégrales convergentes. En fait, elle a surtout mis en évidence une conception enfantine de la notion de fonction.

Première partie. — On rencontre des affirmations telles que les suivantes :

- une fonction bornée pour $1 \leq x \leq a$ est bornée pour $1 \leq x$,
- une fonction n'ayant qu'un nombre fini de discontinuités est à variation bornée donc intégrable au sens de Riemann.

Mais, surtout, deux candidats sur trois s'imaginent qu'à toute fonction $f(x)$, on peut associer un nombre α_0 tel que $x^\alpha f(x)$ tende vers une limite finie non nulle lorsque x tend vers $+\infty$.

Si l'énoncé, au lieu de laisser les candidats chercher eux-mêmes une méthode, leur avait suggéré d'utiliser la seconde formule de la moyenne, ou encore une intégration par parties, les résultats auraient été certainement meilleurs ; mais il semble que l'on peut demander à des candidats à l'agrégation autre chose que l'application d'une formule donnée.

La question (I, 2°) était délicate. Elle a tenté peu de candidats. Ceux qui l'ont abordée se sont contentés en général d'incorporer $x^{1/2}$ à $f(x)$ sans remarquer qu'en changeant la fonction, ils changent sans doute α_0 . Deux ou trois ont donné une solution correcte, soit en repensant la formule de la moyenne, soit, plus simplement, en intégrant par parties.

La question (I, 3°) a été abordée par presque tous. Malheureusement, il n'est pas correct de prendre r comme nouvelle variable et d'utiliser (I, 1°) ; car en certains points les dérivées $\frac{\partial x}{\partial r}, \frac{\partial y}{\partial r}$ peuvent être infinies.

Le contre-exemple de (I, 3°) était difficile. Il était d'ailleurs inutile de donner une expression explicite de $g(x)$. Il suffisait de montrer qu'avec des morceaux de droites convenablement choisis, on pouvait satisfaire à toutes les conditions. Quelques candidats l'ont vu clairement.

Deuxième et troisième parties. — La question (II, 1°) a encore été abordée par un grand nombre de candidats. Mais on a cherché trop souvent à se ramener à (I, 3°), alors que les conditions

$$r(s) \text{ croissant et } r \geq ks$$

sont visiblement tout à fait différentes.

La fin du problème a été peu abordée.

Pas de très bonne copie ; la meilleure note est 14 (trois fois donnée). Vingt-cinq copies ont une note entre 14 et 8. Elles émanent de candidats ayant traité correctement (I, 1°), (I, 3°) et (I, 4°). Vingt et un d'entre eux se retrouvent parmi les admissibles.

Vingt-quatre copies ont entre 8 et 4 inclus ; cinquante ont entre 4 et 2 inclus ; enfin soixante-treize ont moins parmi celles-ci, quarante-trois ont zéro.

La moyenne générale est 3,2.

MÉCANIQUE : RAPPORT DE M. ROGER

Le problème de mécanique avait été construit de manière que les équations de Lagrange fussent pratiquement inutilisables dans la première partie et d'un emploi délicat dans la seconde. Tandis que les théorèmes généraux, dont certains étaient suggérés en fin de l'énoncé, pouvaient être appliqués dans un cadre assez vaste pour englober les deux parties.

Il suffisait, par exemple, de prendre, pour le solide formé par le disque (D) et la tige (T), le théorème du mouvement du centre de gravité G et celui de la variation du moment cinétique dans le mouvement autour de G, en ne particularisant que dans l'étude de chaque partie les réactions sur M et K du plateau (II) et de l'axe (Δ). A ce sujet, une grosse faute, beaucoup trop couramment répandue, fut de prendre la réaction en K normale à (T) et (Δ) dans (I) alors que ce n'était vrai que dans (II). Avec des réactions correctes, et compte tenu de la constance de φ [fixité de K dans (I), glissement radial nul en M dans (II)], on obtenait en particulier l'intégrale première.

$$[(\varphi - 2a \cos \theta)^2 + a^2 \sin^2 \theta] \psi' - a (\varphi - 2a \cos \theta) (\psi' \cos \theta + \dot{\varphi}) = C$$
 valable dans les deux cas.

Dans la partie (I), qu'il était aussi possible de traiter séparément en appliquant le théorème du moment cinétique par rapport au point fixe K, on pouvait, avant même de savoir si le glissement s'arrêtait, montrer que, s'il s'arrête, il ne peut pas reprendre : car la condition $uX < 0$, où u désigne la vitesse de glissement comptée algébriquement sur le même axe que X, peut s'écrire $uu' < 0$, et montre que, au cours d'une phase de glissement, u^2 ne peut qu'aller en décroissant.

L'équation donnant la vitesse v s'intégrait directement, ou par un arcus ou un arctg suivant que h était nul, négatif ou positif ; d'où l'arrêt du glissement au bout d'un temps fini, sauf dans le cas (c) avec

$$\frac{h\omega^2}{g} \geq \frac{(2a^2 + 3l^2)^2 \sin^2 \theta}{(a^2 + l^2) \varphi^2}.$$

Dans les trois cas, la composante Z reste positive en même temps que v' .

Par application du théorème des forces vives au plateau (II), le travail qu'il faut lui fournir pour maintenir constante la rotation ω pendant la première (et unique comme il a été vu) phase de glissement est l'opposé du

travail de l'action de (D) sur (II) en M, soit $-\int_{t_0}^{t_1} m(-X)\omega \varphi dt$.

Ce travail à fournir sert à deux fins : accroître l'énergie cinétique de (D), vaincre le frottement ; les candidats qui ont donné comme expression celle

du travail de la réaction de (II) sur (D) : $\int_{t_0}^{t_1} mXv dt$ n'ont pris que la première de ces deux contributions, négligeant alors l'énergie

$-\int_{t_0}^{t_1} mXu dt$ (positive puisque $Xu < 0$) dissipée en chaleur.

Dans la partie II, l'intégrale des forces vives était utilisable à condition

de remarquer que le travail élémentaire, par rapport au système fixe, de la réaction de (II) sur (D) en X : $mX\omega\varphi dt$ où $X = a(\psi' \cos \theta + \varphi')$ était la différentielle totale exacte de $m\omega pa(\psi' \cos \theta + \varphi')$. On pouvait aussi appliquer l'intégrale des forces vives dans le mouvement relatif au plateau (II), par rapport auquel le travail de la réaction en M est nul, à condition toutefois de tenir compte de la fonction des forces centrifuges simples $\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$, où $I_{\Delta} = m(\varphi - 2a \cos \theta)^2 + ma^2(1 + \cos^2 \theta)$.

On pouvait enfin écrire l'intégrale de Painlevé dans le cadre d'une méthode particulièrement rapide pour traiter séparément (II), celle des équations de Lagrange. Car le système est holonome si l'on remarque que les conditions de roulement sans glissement sont ici intégrables :

$$\varphi = C^{\text{te}} \quad \varphi(\psi - \omega t) + 2a\varphi = C^{\text{te}}.$$

Un tel énoncé a permis de classer très aisément les copies d'après le degré d'achèvement de l'une et de l'autre parties. La meilleure note 17 a récompensé un travail où ne manquait que l'étude des mouvements stationnaires de (II) ; la condition à laquelle doivent satisfaire les données initiales pour qu'on ait un tel mouvement a même été établie dans la seconde copie, notée 15 parce que l'étude du (I) n'y était pas assez poussée. Un 14 a été attribué à un travail particulièrement honnête quant à l'obtention des résultats de calcul, mais où ne figurait aucune interprétation de ceux-ci dans le domaine des faits observables. On rencontre ensuite un 13,5 et un 13 ; puis deux 11,5, deux 11, un 10,5, quatre 10 ; ce qui ne fait quand même que 14 notes au-dessus de la moyenne. Viennent après onze notes jusqu'à 8, vingt jusqu'à 6, vingt-huit jusqu'à 4, trente-six jusqu'à 2 et cinquante-huit au-dessous.

ÉPREUVES ORALES

Elles ont eu lieu au lycée Saint-Louis pour les quarante-deux candidats admissibles. Un seul candidat était également admissible au Certificat d'Aptitude au Professorat des Collèges et a été heureusement inspiré en n'abandonnant pas les épreuves orales de ce dernier concours.

Leçons de mathématiques élémentaires. — 1. Longueurs d'un arc de cercle ; radian, approximations de $\sin x$, $\text{tg } x$, $\cos x$, x étant la mesure en radians d'un petit angle.

L'auteur a tenu un certain compte de remarques, faites à ce sujet en 1950 ; mais il est surprenant qu'il n'ait pas compris que la définition du nombre π était partie intégrante de la leçon ; la dernière partie de son exposé a été faible en ce qui concernait les erreurs commises (confusion des erreurs absolues et des erreurs relatives pour conclure une étude qui s'annonçait correcte).

2. Dans une leçon élémentaire sur les droites parallèles (programme de seconde), le jury a été confondu d'entendre parler d'« angles de droites définies à $k\pi$ près ». Telle est la difficulté, dont ce n'est pas le seul exemple, de nos étudiants à se plier à des exposés d'initiation.

3. Une leçon sur $\frac{1}{x}$ et $\frac{a}{x}$, au niveau de la seconde, a été improvisée, et le souci d'« évasion » de son auteur n'a été que trop apparent. Il a cru devoir donner des définitions générales des limites infinies et des limites finies quand la variable augmente indéfiniment, mais celles-ci n'ont pas été exposées avec soin. Les phrases doivent commencer par les données A (ou ε) et indiquer les conditions précises où l'on se place. Eviter des « pathos de ce genre » : « $y = \frac{a}{x}$ d'où $x = \frac{a}{y}$ soit $y(x) = x(y)$ » !

« L'analogie de ces écritures explique le nom de fonction homographique. » Cette leçon a été assez peu appréciée, à cause de sa désinvolture n'excluant pas de fréquentes maladresses et incorrections.

4. Etude du système
$$\begin{cases} ax + by + c = 0, \\ a'x + b'y + c' = 0. \end{cases}$$

On y a multiplié inutilement des hypothèses sur la non-nullité de a, b, a', b' , d'où une impression de « bricolage », l'auteur ne prenant guère au sérieux ces diverses hypothèses ; l'analogie des équations entre elles, des inconnues entre elles, doit être soulignée de manière à pouvoir déduire d'une première étude, supposant par exemple $a \neq 0$, des conclusions relatives à tous les cas.

5. Fonction $y = \frac{ax + b}{a'x + b'}$ (programme de première). Il est contre-indiqué de manier d'emblée des données littérales, à grand renfort de $\Delta = ab' - ba'$; cela ne fournit pas une méthode bien assimilable pour les élèves, qui n'ont que trop tendance à invoquer des formules littérales générales, bien inutiles ici pour les exemples.

6. Dans la leçon sur les problèmes du second degré en première, un exercice a donné lieu à une faute de calcul ; ce qui est grave, c'est de ne pas la retrouver par des contrôles. De même, si la recherche d'un triangle rectangle où l'hypoténuse a et la somme des côtés l sont données conduisait à la seule condition de possibilité $l \leq a\sqrt{2}$, un coup d'œil décelait l'erreur ; car il était à prévoir que l ne peut être voisin de zéro pour que le triangle existe. Ainsi, il ne suffit pas de connaître des problèmes-types (problème du puits, problème de Pappus, moyenne et extrême raison) ; il faut encore témoigner de bon sens. D'une façon générale, les leçons de géométrie de la classe de première ont été honorablement exposées. Cependant la :

7. Leçon sur les angles dièdres et les plans perpendiculaires a été faible dans ces deux parties : l'auteur affirme que deux angles dièdres égaux peuvent coïncider de quatre façons, ne définit pas ce qu'on entend par dièdre supérieur à un autre, et malgré cela, veut traiter le cas où le rapport de deux dièdres est irrationnel. Le sujet des plans perpendiculaires permettait de donner des démonstrations par transformation de l'hypothèse ; c'est annuler la portée du travail que d'y partir de ce qu'il faut démontrer. Les figures étaient tracées sans soin et par suite obscures.

8. La leçon sur les arcs généralisés en trigonométrie est-elle si difficile ?

On le croirait. Il est bien simple pourtant de ne pas confondre points, arcs et mesures. Que dire de ces affirmations :

« la mesure algébrique de tous les arcs $\widehat{AM}$ est $x = \alpha + 2k\pi$ » ;

« on divise α par 2π et on prend le reste ».

Nous nous élevons contre l'habitude d'appeler « arcs symétriques » deux arcs dont les extrémités sont symétriques par rapport au diamètre passant par l'origine des arcs : alors qu'un nombre algébrique n'a qu'un « symétrique », ce ne serait plus vrai quand il s'agit d'arcs : les arcs de mesures 0 et 2π seraient symétriques, etc... ; ce n'est plus là du bon français.

9. Leçon sur l'équivalence des définitions classiques des coniques.

Nous admettons tous les procédés, qui sont nombreux, pour traiter ce sujet. Cependant, il y a lieu d'en expliquer l'ossature, ce que n'a pas fait le candidat, maniant sans explications le théorème sur la différence des puissances d'un point M par rapport au cercle directeur ($F', 2a$) et au cercle point (F, O) et appliquant encore la même proposition à deux autres cercles ensuite : Qu'on arrive à un résultat simple $\frac{MF'}{MH} = C^2$, par cette voie, voilà qui semblerait à des élèves bien miraculeux. Le candidat a été lui-même fort embarrassé à propos d'une généralisation de cette méthode : le dogmatisme se paye quand on ne peut en dissiper l'arbitraire ; il aboutit vite à partir de ce qu'on voudrait démontrer, c'est ce qui est le contraire d'une exposition bien faite.

10. Représentation de prismes et de pyramides en classe de Mathématiques.

Le candidat, visiblement découragé, a accru la mauvaise impression produite en s'inspirant d'une composition antérieure de la leçon, trop ambitieuse pour les élèves et aussi pour ses moyens... qu'il a réduits en tenant la gageure de ne mettre aucune lettre dans ses épures. Que voilà du temps mal gagné ! Après avoir expliqué tant bien que mal que le contour apparent d'un polyèdre convexe est un polygone convexe, il n'a pas fait application de cette règle à la représentation d'un cube. Ce n'est pas son essai d'étude géométrique des projections d'un dodécaèdre (que le manque de temps vouait à un insuccès fatal) qui a pu remédier à l'impression fâcheuse produite par des oublis grossiers d'arêtes dans la représentation du cube. Il faut attribuer ces défauts à l'infériorité que l'on ressent à bâtir une leçon à laquelle on n'a pas réfléchi en cours d'année.

11. Une solide leçon sur deux exemples numériques de fonctions

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$$

a été bien notée, grâce au soin et à l'intelligence dont elle a fait preuve.

12. On a entendu avec plaisir une leçon sur la résolution d'un triangle dans un cas non classique et apprécié la mise en équations bien raisonnée de l'exemple intéressant choisi, sa discussion et les recoupements avec l'étude de la construction géométrique du triangle.

13. La leçon sur les transformations de formules en trigonométrie était

destinée en premier chef à des applications et non à une démonstration directe de $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$, qui, d'ailleurs, n'a pas été conduite avec toute la rigueur désirable : $\frac{p+q}{2}$ n'est pas forcément l'angle polaire de la bissectrice *intérieure* des demi-droites d'angles polaires p et q . La considération de cette demi-bissectrice est tout à fait superflue et complique la démonstration.

14. On peut être embarrassé par un choix d'exemples simples dans une leçon sur les équations trigonométriques à une inconnue.

Il est naïf de qualifier d'exemple « amusant » la résolution de

$$\cos^6 x + \sin^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1.$$

La discussion de l'équation : $\cos 2x + 4m \sin x - 2m - 3 = 0$, où $f(u) = u^2 - 2mu + m + 1 = 0$ — $-1 \leq u \leq +1$ a donné lieu à la construction d'un tableau renfermant $m, \Delta, S?, P?, f(-1), f(+1)$.

Décidément, les vertus des tableaux conduisent aux pires excès.

15. Exemples de détermination de coniques par certains de leurs éléments (en Mathématiques).

L'auteur de la leçon l'a compliquée par des stipulations dans certains des énoncés, indiquant qu'on désire avoir une ellipse, ou une hyperbole, voire une parabole. Il faut tendre à ouvrir des horizons et non à les rétrécir.

La construction graphique, et la synthèse qui doit en résulter, d'une parabole dont on donne deux tangentes et leurs points de contact, semble, depuis plusieurs années, excéder les capacités des concurrents. Nous faisons appel à leur réflexion et à leur perspicacité sur ce point.

16. Du programme de la classe de Sciences Expérimentales est sortie une leçon sur les combinaisons et probabilités simples.

Elle eût pu mériter une bonne note sans l'exemple du cube formé lui-même de n^3 petits cubes peints en noir, sauf sur les faces apparaissant à l'extérieur du grand cube : un aveugle se propose de reconstituer l'état primitif après bouleversement. Cet exemple donne lieu à une probabilité très faible : celle qu'il aurait eue d'être compris par les élèves le serait encore davantage.

Notes : Le jury a donné pour ces leçons trois 17, quatre 16, six 15, trois 14, sept 13, quatre 12, quatre 11, un 10, soit trente-deux notes au moins égales à la moyenne ; puis trois 9, deux 8, quatre 7, un 4. La moyenne des notes est 12,25, sensiblement égale à celle de l'an dernier (12,17).

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

1. Une excellente leçon sur les formes linéaires a valu à son auteur une note voisine du maximum.

2. Leçon sur les séries à termes positifs : pour la dégager du dogmatisme, il convient de montrer, au moins sur des exemples, que la comparaison directe de la série (u_n) à une série de nature connue (v_n) [comparaison par inégalité] peut donner lieu à des difficultés ; que l'emploi de la

limite de $\frac{u_n}{v_n}$ est déjà plus commode ; enfin, que la série (v_n) doit être bien choisie, (u_n) étant donnée.

3. Leçon sur les séries à termes réels de signe quelconque : la manie d'associer des noms propres à des théorèmes continuant à sévir, on a attribué à Abel le théorème classique sur les séries alternées avec décroissance des valeurs absolues des termes ; il semble qu'Abel ait obtenu un résultat plus général comprenant ce théorème comme cas particulier.

Ira-t-on jusqu'à appeler formule de Cramer la formule $x = \frac{b}{a}$ pour résoudre l'équation $ax = b$?

4. Fonction exponentielle a^x . Ne pas reprendre d'une manière détaillée l'étude de cette fonction dans le cas où l'argument x est rationnel, c'est bien mal connaître le sujet. Les suites de nombres rationnels sont autrement plus maniables que les ensembles pour la définition de a^x quand x est irrationnel : il nous faut bien le dire ici, car jamais une exposition correcte à l'aide des ensembles n'a été entendue par les jurys, dans ces dernières années.

5. Leçon sur l'application de la variation des fonctions à la séparation des racines d'une équation ; à l'intention des futurs candidats, disons aussi que cette leçon ne vise que des exemples. En effet, l'étude des variations d'une fonction au moyen de sa dérivée, et les propositions sur les valeurs prises par une fonction monotone dans un intervalle sont toutes choses acquises préalablement à cette leçon. Ces acquisitions constituent la seule théorie à connaître, qu'il n'y a aucunement lieu de compléter.

La « suite de Rolle » est inutile à l'enseignement et même nuisible, comme échantillon de procédé sacrifiant l'intuition visuelle à un rite (gonflé de pseudo-rigueur), qui équivaut en fait à la considération d'une courbe représentative.

6. Différentielles totales : donner des formules telles que

$$d(uv) = u dv + v du, \quad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2},$$

sans aucune explication, est une omission regrettable, car ces formules, quand u, v , sont fonctions de variables, en nombre quelconque, sont des conséquences de la propriété fondamentale des différentielles totales, autour de laquelle gravite la leçon.

Les explications à donner ont été aussi insuffisantes relativement à l'application à z , fonction implicite de x, y , qui satisfait à une équation

$$f(x, y, z) = 0.$$

7. Intégration de $f(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$. A propos des changements de variable ramenant cette différentielle à une expression rationnelle, il n'est pas nécessaire de trop insister sur le fait que $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ est supposé positif ; dans la majorité des cas où l'élève fera appel à cette théorie, et en particulier en dynamique, le radical y est algébrique et non arithmétique.

8. Leçon sur la longueur d'un arc d'une ligne plane ou gauche. Il faut y

prendre garde de ne pas citer comme application de la théorie une « démonstration rigoureuse » pour la longueur d'un arc de cercle

$$\begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases} \quad t_0 < t < t_1.$$

Il y a là pétition de principe, puisque les formules de dérivation de $\cos t$ et $\sin t$ résultent de $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$, question liée à la définition du radian, donc à la théorie (élémentaire) de la longueur d'un arc de cercle.

9. Exemples simples de développements en série entière déduits d'équations différentielles.

Cette leçon a péché par des détails : intégration de $y' = y$ en supposant inutilement y positif ; recherche d'une série solution formelle de l'équation $(1+x)y' - my = 0$ et étude de sa convergence ; le cas où m est entier (positif ou nul) n'ayant pas été écarté de cette recherche, les résultats trouvés étaient faux dans cette éventualité, faute d'avoir serré de près les raisonnements employés.

10. Une très bonne leçon, fort intelligemment bâtie, a été présentée sur la recherche des points doubles d'une courbe définie paramétriquement. Une seule observation à y présenter : le calcul d'une fraction rationnelle $R(t)$ pour deux valeurs t_1 et t_2 , racines d'une équation du second degré en t , sachant *a priori* que $R(t_1) = R(t_2)$, peut éviter les irrationnelles, mais la solution optimum, en pratique, ne résulte pas de la considération de

$$\frac{1}{2} [R(t_1) + R(t_2)].$$

10. Courbure, développée, d'une courbe plane. Cette leçon a été médiocre. Elle ne sera jamais tout à fait satisfaisante si l'on introduit, d'une manière quelque peu arbitraire, la notion de centre de courbure. Il est naturel de le déduire, soit de la recherche d'un cercle osculateur à la courbe en un point donné, soit de la considération de l'enveloppe des normales.

Les rôles dans les définitions des conventions d'unité, d'orientation du plan, d'orientation de la courbe, ne sont pas à méconnaître si l'on définit, par un procédé où jouent ces conventions, le centre de courbure.

Pour les courbes gauches, faute d'avoir réfléchi à ces questions, un géomètre amateur (ceci ne vise pas nos agrégatifs) avait défini un « centre de torsion » ! Son erreur est instructive à relever, et des considérations analogues aux précédentes jouent alors un rôle essentiel.

11. Système de vecteurs glissants, moment résultant, axe central. Combien les solutions du problème de l'axe central sont, dans une telle leçon, artificiellement obtenues !

On connaît la position du problème : le système étant défini par sa somme géométriquement $\vec{S} \neq 0$ et son moment résultant $\vec{OG}$, trouver les points où $\vec{OG} - \vec{OM} \wedge \vec{S}$ a la direction de $\vec{S}$.

Il est commode de remarquer que le problème à résoudre reste, *a priori* le même si, sans changer $\vec{S}$ on substitue à $\vec{OG}$ le vecteur $\vec{OG}_1 = \vec{OG} + k\vec{S}$,

k scalaire quelconque. Disposons de k de manière à réduire la difficulté du problème : pour une valeur de k , $\vec{OG}_1$ devient orthogonal à $\vec{S}$: on est ramené dans cette condition à $\vec{OG}_1 - \vec{OM} \wedge \vec{S} = 0$, soit à la détermination d'un vecteur glissant équipollent à $\vec{S}$, sachant que son moment en O est $\vec{OG}_1$, question classique.

12. Glissement, avec ou sans frottement, d'un petit corps pesant sur un plan incliné, le long d'une ligne de pente.

La bonne leçon faite sur ce sujet aurait été parfaite avec un *résumé* de la discussion des différents cas.

13. Leçons de géométrie descriptive : le jury a exprimé, au cours des années précédentes le vœu qu'on ne se désintéressât pas totalement des épreuves comportant deux projections.

Mais il n'impose pas un pensum aux candidats, qui restent libres d'effectuer un choix simple et suggestif de la seconde projection utilisée ; si ce choix est arbitraire, le candidat risque des inexactitudes graphiques et complique sans intérêt les difficultés auxquelles il doit faire face.

Une seule des leçons effectuées sur une telle détermination d'intersection de surfaces a été mauvaise (omission de points sur les contours apparents horizontaux des surfaces, dénaturant complètement la ponctuation du résultat).

14. La projection orthogonale de la « fenêtre ovale de Viviani » sur un plan perpendiculaire au diamètre de sa sphère circonscrite mené par le point double, n'est nullement une lemniscate de Bernouilli, malgré une certaine similitude d'apparence.

15. Directions conjuguées rectangulaires dans les quadriques. Le candidat n'a pu établir correctement que si deux directions Δ' Δ'' sont perpendiculaires à une direction principale Δ , et de plus rectangulaires et conjuguées entre elles, ces directions sont principales.

16. Génératrices rectilignes des surfaces du second ordre. Le candidat qui a employé l'équation $XY = ZT$, où X, Y, Z, T sont quatre formes linéaires *indépendantes*, dont les variables sont les coordonnées homogènes d'un point de la quadrique, n'a pas montré comment cette hypothèse jouait dans les théories relatives à *deux* systèmes de génératrices.

La « loi d'inertie », relative aux décompositions d'une forme quadratique en carrés précédés de signes $+$ ou $-$, portant sur des formes linéaires du corps réel, n'est pas enseignée en Spéciales, et l'auteur qui s'en inspire devrait, pour y être compris, en donner la justification.

17. La méthode dite de Rouché pour déterminer l'intersection d'une droite et d'une surface de révolution a été expliquée, mais à moitié seulement, par un candidat qui a montré que l'intersection de deux quadriques de révolution de plan équatorial commun $z = 0$, d'équations :

$$(1) \quad z^2 = k_1 C_1$$

$$(2) \quad z^2 = k_2 C_2$$

$$C_i \equiv (x - a_i)^2 + (y - b_i)^2 + \lambda_i \quad i = 1, 2$$

est « projetée sur $z = 0$ selon un cercle », parce qu'elle satisfait à l'équation

$$(3) \quad k_1 C_1 - k_2 C_2 = 0.$$

En réalité, on se sert du fait que le système des équations (1) et (2) est équivalent au système constitué par l'une d'entre elles et par (3).

Il vaudrait mieux dire que toutes les quadriques du faisceau défini par l'intersection ont $z=0$ comme plan équatorial et que, parmi elles, il existe un cylindre de révolution. Au point de vue réel, la courbe d'intersection peut ne pas faire *tout le tour* du cylindre.

Notes : On relève deux 19, deux 17, trois 16, quatre 15, quatre 14, dix 13, deux 12, quatre 11, trois 10, soit trente-quatre notes supérieures ou égales à 10. Au-dessous de 10 : deux 9, deux 8, deux 7, un 5, un 4. La moyenne générale des notes est 12,4 (contre 10,6 l'an dernier). Mais ces notes ont été uniformément relevées, car initialement le jury, influencé par l'impression de faiblesse des compositions écrites, s'était montré réticent. Somme toute, l'oral est de même qualité moyenne que ceux des concours précédents. Il n'a pas donné lieu même à des critiques bien graves.

Que l'on comprenne bien que les observations de ce rapport ne sont pas destinées à constituer autant de reproches aux candidats de cette année, car la critique est facile, et des imperfections sont inévitables. Mais il nous semble que ces observations peuvent être profitables aux futurs candidats et apporter quelque contribution à l'amélioration de leur préparation, qui se manifeste d'ailleurs d'année en année.

EPREUVES PRATIQUES

(Elles ont été effectuées, au lycée Saint-Louis, le 16 juillet)

COMPOSITION D'ÉPURE : SUJET

Les données, exprimées en millimètres, sont rapportées à trois axes rectangulaires, $\Omega x, \Omega y, \Omega z$. L'axe Ωy est le petit axe de la feuille, orienté positivement vers la droite ; le plan $x\Omega y$ est le plan horizontal de projection ; le plan $y\Omega z$ est le plan frontal de projection, le plan $x\Omega z$ est de profil, suivant le grand axe de la feuille ; Ωx est orienté positivement vers le bas, Ωz vers le haut.

On donne un point O (120 ; 0 ; 100) ; un plan P contient O et les deux directions de coefficients directeurs (2, 1, 0) et (0, 1, 1). Dans P se trouve une ellipse $\mathcal{C}$; la projection horizontale de $\mathcal{C}$ a pour centre c ($x=105$; $y=-20$) ; le grand axe de cette projection, porté par la droite co (o est la projection horizontale de O) a pour longueur 150 ; le petit axe a pour longueur 100.

En tournant autour de la verticale O , $\mathcal{C}$ engendre une surface Σ .

1) Construire la méridienne frontale $\mathcal{M}$ de Σ .

2) Construire l'intersection Λ de Σ avec le cylindre $\mathcal{C}$ qui projette frontalement $\mathcal{C}$.

3) Représenter le solide formé par les points de l'espace non extérieurs à Σ , et non intérieurs à $\mathcal{C}$.

N.B. — On justifiera sur une notice jointe à l'épure :

1) la construction d'un point courant et de la tangente en ce point pour la courbe $\mathcal{M}$;

- 2) la construction des points et tangentes remarquables de $\mathcal{M}$;
- 3) la détermination des tangentes aux points doubles de Λ .

Certains détails relatifs aux projections de Λ gagneront à être reproduits, avec un agrandissement convenable, à côté de l'épure.

RAPPORT DE M. CAGNAC

Les données étaient choisies de telle sorte que $\mathcal{M}$ possédait deux points de rebroussement : six candidats ont démontré correctement l'existence de ces rebroussements, un seul d'entre eux a su déterminer la tangente de rebroussement à partir du centre de courbure de la projection horizontale de $\mathcal{G}$. Un autre candidat a déterminé la tangente de rebroussement sans avoir su démontrer qu'il y avait rebroussement.

Naturellement le correcteur n'attache qu'une faible valeur à des phrases comme celle-ci : « On constate que le pied d'une normale menée de o à la projection horizontale de $\mathcal{G}$ est la projection d'un point à tangente horizontale de $\mathcal{G}$. » Une telle constatation ne prend tout son prix que si elle est le point de départ d'une recherche mathématique tendant à démontrer le fait souligné. Que les candidats sachent bien que le graphique seul ne permet pas d'affirmer que trois lignes sont concourantes en un point.

Le correcteur a constaté avec regret que trois candidats ont commis des erreurs de mise en place qui leur ont valu la note 0 ; 11 autres n'ont pas tracé la projection frontale de $\mathcal{G}$; quatre enfin ont commis dans ce tracé de graves imprécisions (erreur de près d'un centimètre sur la position des points à tangente horizontale). En résumé, dix-huit candidats (sur quarante-deux admissibles) n'ont pas su tracer correctement la projection frontale d'une ellipse dont on donnait le plan et la projection horizontale ; observons que ce tracé est enseigné à des élèves de Mathématiques Supérieures au cours du premier trimestre de leur scolarité.

L'intersection de Σ avec le cylindre $\mathcal{C}$ comprenait, outre $\mathcal{G}$ et sa symétrique par rapport au plan parallèle à $\gamma\Omega z$ mené par O , une courbe gauche Γ ; quelques épreuves présentent un tracé global de Γ , mais sans que les points communs à Γ et à $\mathcal{G}$, ou à Γ et à $\mathcal{M}$, aient fait l'objet d'une étude détaillée.

Une épreuve a mérité la note 17 : son auteur a certainement des dons de géomètre. Les autres notes atteignant la moyenne sont un 11 et quatre 10. La moyenne générale de l'épreuve est 5.

EPREUVE PRATIQUE D'ANALYSE ET DE CALCUL NUMÉRIQUE : SUJET

On pose : $z = u + 2i\pi w$,

$$Z = \frac{thz}{z} \quad Z = X + iY.$$

On se propose de calculer X et Y à 0,001 près pour tous les couples (u, w) formés avec les valeurs :

$u = 0$	0,1	0,2		0,9	1,
$w = 0$	0,02	0,04		0,48	0,50.

On dispose des tables ci-jointes :

Lignes trigonométriques

x (en grades)	$\cos x$	$\sin x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{cotg} x$
0	1,00000	0,00000	0,00000	
4	0,99803	0,06279	0,06291	15,89454
8	0,99211	0,12533	0,12633	7,91582
12	0,98229	0,18138	0,19076	5,24218
16	0,98858	0,24869	0,25676	3,89474
20	0,95106	0,30902	0,32492	3,07768
24	0,92978	0,36812	0,39593	2,52571
28	0,90483	0,42578	0,47056	2,12511
32	0,87631	0,48175	0,54975	1,81899
36	0,84433	0,53583	0,63462	1,57575
40	0,80902	0,58779	0,72654	1,37638
44	0,77051	0,63742	0,82727	1,20879
48	0,72897	0,68455	0,93906	1,06489

On pourra, si on le désire, se servir des tables de logarithmes à cinq décimales.

1. Indiquer la formule à utiliser et expliquer en détail l'organisation des calculs, confection des feuilles de calcul, vérification, durée approximative,

2. Effectuer réellement les calculs pour les quatre couples formés par les valeurs : $u = 0,8 \quad 0,9$; $w = 0,20 \quad 0,22$.

3. En se servant des résultats obtenus et en utilisant au besoin un graphique, donner une valeur approchée d'une racine de l'équation

$$thz = (0,6 - i 0,6)z \quad (E).$$

Rechercher une autre valeur approchée de cette racine en appliquant la méthode habituelle de Newton à l'équation (E), en l'un des quatre points pour lesquels on a déterminé $\frac{thz}{z}$.

4. Expliquer pourquoi l'emploi de cette méthode est justifiée en variables complexes et donner un ordre de grandeur de l'erreur commise. On fera pour cela intervenir les termes du second ordre.

RAPPORT DE M. KUNTZMANN

Les candidats devaient d'abord chercher une formule commode pour calculer $\frac{thz}{z}$. Vingt-quatre l'ont trouvée. Les autres, ou bien se sont trompés, ou bien ont gardé des carrés de lignes trigonométriques sans les remplacer par des lignes d'argument double.

Les quatre valeurs demandées s'obtenaient ensuite facilement. Les quatre points correspondants du plan complexe devaient se trouver aux quatre sommets d'un rectangle curviligne contenant probablement le point $(0,6, -0,6)$. On avait ainsi une vérification grossière des résultats. Le même graphique donnait à vue une valeur approchée de la racine de l'équation proposée.

Les notes vont de 18 à 1 avec une moyenne de 5.

RESULTATS GENERAUX

Pour l'ensemble des épreuves écrites, les notes obtenues par les admissibles varient de 131 à 268 sur 400, soit de 6,6 à 13,9 sur 20.

Le jury a proposé pour l'admission définitive les vingt-huit premiers candidats et en plus un candidat ayant signé l'engagement de servir comme professeur en Tunisie ou au Maroc. La moyenne générale des notes de ces agrégés est 10,6 (11,08 en 1950 ; 9,85 en 1949). Le candidat classé 30^e n'a atteint que 8,8.

Les deux premiers de la liste d'admissibilité se sont classés premiers (*ex-aquo*) dans le classement final ; l'un des deux cinquièmes de la première liste a obtenu le troisième rang définitif ; ensuite les deux classements ne sont pas concordants.

L'ensemble des nouveaux agrégés comprend dix élèves de l'Ecole Normale Supérieure de la rue d'Ulm, dont un redoublant (et l'un des deux premiers) ; un auditeur à cette école ; un ingénieur, ancien élève de l'Ecole Polytechnique (classé aussi premier) ; quatre professeurs de lycée (dont deux anciens élèves de l'E.N.S.) ; deux professeurs de collège ; un professeur de l'enseignement technique ; un professeur d'école normale ; un boursier du C.N.R.S., ancien professeur ; deux élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Saint-Cloud (troisième concours) ; un stagiaire d'enseignement ; cinq étudiants auprès des Facultés de province, dont un surveillant d'externat (classé 3^e).

On compte, parmi cette liste, neuf admissibles à l'un, au moins, des concours précédents.

Sur les treize admissibles qui n'ont pas été proposés pour l'admission figurent huit professeurs, dont deux dans les collèges techniques ; deux stagiaires d'enseignement, un élève (redoublant) de la rue d'Ulm ; un élève de Saint-Cloud, un étudiant libre.

La dispense du Certificat d'aptitude à l'enseignement dans les collèges a été accordée par le jury à trois de ces concurrents qui ne la possédaient pas encore. Les deux derniers candidats du classement définitif ont été proposés pour accomplir un stage d'agrégation, en tant que stagiaires d'enseignement, qualité que l'un de ceux-ci possédait depuis un an.

Mais les circonstances sont telles qu'on aurait souhaité recruter pour l'enseignement bien davantage de maîtres agrégés et l'on doit regretter que le niveau des épreuves, affaibli par l'écrit, ne l'ait pas permis. Les exigences légitimes de la France d'Outre-Mer ne sont pas satisfaites, faute de candidats qualifiés possédant l'agrégation. Nous n'avons pu nommer que vingt et un agrégés des lycées, parmi lesquels une demi-douzaine devront sous peu satisfaire à leurs obligations militaires ; le nombre des chaires de Mathématiques Élémentaires non pourvues de professeurs s'est très fâcheusement accru pour ces diverses raisons. Il était donc de toute urgence, en ce qui concerne notre discipline, d'envisager un recrutement latéral des maîtres dont l'Enseignement du Second Degré a besoin. Dans les Centres de formation pédagogique qui fonctionneront à partir d'octobre 1952, aux

chefs-lieux d'académie, les stagiaires candidats au nouveau concours de recrutement, et qui pourront aussi affronter l'Agrégation, bénéficieront des conseils et enseignements des professeurs de faculté et de lycée. Il est hautement important qu'agrégatifs et stagiaires fusionnent dans un groupe unique d'étudiants, les uns apportant leurs connaissances, les autres leur expérience pédagogique, dans leurs travaux communs, pour que la nouvelle institution soit féconde.

P. ROBERT.

L'Association des Professeurs de Mathématiques tient à la disposition de tous ceux qui en feront la demande, la liste complète des leçons de Mathématiques proposées aux diverses Agrégations et aux Certificats d'Aptitude à l'Enseignement (C.A.E.C., C.A.P.E.S.).