

racines et leur valeur approximative. Or, si on calcule à cet effet sa dérivée z' , on trouve, en notant que u'' et v'' sont des constantes :

$$z' = v(v'u'' - u'v'') - v'(vu'' - uv'') - 2v''(vu' - uv'), \text{ ou simplement : } z' = -3v''(vu' - uv').$$

En supposant que v soit un véritable trinôme du second degré, $v'' \neq 0$. Donc $y' = 0$ et $z' = 0$ ont les mêmes racines : *le maximum et le minimum des fonctions y et z existent simultanément et ont les mêmes abscisses :*

D'où les conséquences suivantes :

1° Si y' ne s'annule pas, la fonction z n'a qu'une racine : *lorsque la fonc-*

Fonctions et Transformations

Il peut paraître intéressant, dans une classe de Mathématiques Élémentaires, d'établir un parallèle entre ces deux notions, soit à titre de révision, soit en cours de route.

Fonctions

1) A un ensemble de valeurs de x , on fait correspondre, par exemple par un calcul, un ensemble de valeurs de y . Notation $y = f(x)$.

2) Une fonction peut n'être pas définie pour certaines valeurs isolées de x :

$$\text{Ex. : } y = \frac{1}{x} \text{ pour } x = 0$$

3) Une fonction peut n'être définie que dans certains intervalles :

Ex. : $y = \sqrt{x^2 - 1}$, y n'existe pas si x est à l'intérieur de l'intervalle borné par -1 et $+1$.

Transformations

1) A un ensemble de positions de M , on fait correspondre, par exemple par une construction, un ensemble de positions de M' . Notation $M' = T(M)$.

2) Une transformation peut n'être pas définie pour certaines positions isolées de M :

Ex. : l'inversion (O, μ) pour M en O .

3) Une transformation peut n'être définie que dans certains domaines :

Ex. : M' est l'intersection du diamètre OM d'un cercle de centre O avec la corde des contacts des tangentes issues de M . M' n'existe pas si

4) On peut définir un nombre variable x qui a pour limite un nombre fixe a : $|x - a|$ peut être rendu aussi petit qu'on veut. Il peut arriver que y ait une limite l quand x a pour limite a . Si $l = f(a)$, on dit que la fonction est *continue* pour a .

M est à l'intérieur du *domaine borné* par le cercle.

4) On peut définir un point variable M qui a pour limite un point fixe A : la distance AM peut être rendue aussi petite qu'on veut. Il peut arriver que M' ait une limite L' quand M a pour limite A .

Si $L' = T(A)$, on dit que la transformation est *continue* pour A .

On poursuivra sans peine en examinant les points à l'infini, les points doubles, les figures invariantes, la transformation identique, etc...

La notion de dérivée soulève évidemment des difficultés. De même que x prend un accroissement Δx en passant de x_1 à x_2 , on pourra dire que si M passe de M_1 en M_2 le vecteur $\vec{OM}$ prend l'accroissement

$$\vec{OM}_2 - \vec{OM}_1 = \vec{M_1M_2} = \vec{\Delta OM} \text{ ou } \vec{\Delta M}.$$

Il faudrait ensuite définir et étudier le rapport des accroissements correspondants $\vec{\Delta M}$ et $\vec{\Delta M}'$ analogues aux accroissements Δx et Δy . Ce sera simple si les vecteurs $\vec{\Delta M}$ et $\vec{\Delta M}'$ sont constamment parallèles, et l'on retrouvera la translation et l'homothétie ; ou si l'on a constamment, en géométrie plane, $(\vec{\Delta M}, \vec{\Delta M}') = \alpha, \frac{AM'}{AM} = k$, α et k étant constants, et l'on retrouvera

la similitude avec les déplacements et l'homothétie comme cas particuliers. Ce sera simple encore si M et M' sont en correspondance sur deux droites fixes, et l'on pourra noter qu'une fonction $y = f(x)$ établit une correspondance de ce genre entre les points d'abscisses x et y sur les axes de coordonnées. Sans aller plus loin, les élèves comprendront l'intérêt de la question. Ne peut-on espérer que certains d'entre eux seront moins surpris plus tard lorsqu'ils rencontreront les nombres complexes et les fonctions analytiques ?

R. ROSTOLLAND,
professeur agrégé
au Lycée de St-Germain-en-Laye.