

Note sur l'étude des Déplacements

Pour éviter de définir les translations et les rotations par des constructions *à priori* et d'avoir à montrer ensuite que ce sont des déplacements, on peut adopter le plan suivant :

1° Deux figures égales F et F' sont définies comme deux positions succes-

sives d'une même figure f . Dans un plan deux points a et b de f , dans l'espace trois de ses points abc non alignés déterminent la position de f .

2° Dans un plan, F et F' sont déterminées par deux vecteurs égaux $\vec{AB}$ et $\vec{A'B'}$, positions successives du vecteur $\vec{ab}$. La construction classique de l'homologue M' d'un point M se déduit de l'égalité de F et F' :

$$(1) \quad (\vec{A'B'}, \vec{A'M'}) = (\vec{AB}, \vec{AM}), \quad A'M' = AM.$$

La constance de l'angle de deux vecteurs homologues en résulte ($\vec{MP}, \vec{M'P'} = (\vec{AB}, \vec{A'B'}) = \theta$, et on peut appeler θ l'angle du déplacement.

D'où l'étude des cas particuliers.

a) $\vec{AB}$ et $\vec{A'B'}$ sont confondus : transformation identique.

b) $\vec{AB} = \vec{A'B'}$ ($\theta = 2k\pi$). Le déplacement s'appelle une translation et la construction générale (1) est équivalente à $\vec{MM'} = \vec{AA'}$.

c) $\vec{AB}$ et $\vec{A'B'}$ ont une origine commune O . Le déplacement s'appelle une rotation et la construction (1) est équivalente à $(\vec{OM}, \vec{OM'}) = \theta, OM = OM'$.

Les théorèmes énonçant que la translation et la rotation sont des déplacements disparaissent.

3° Dans l'espace, F et F' sont déterminées par deux triangles égaux ABC , $A'B'C'$, positions successives du triangle abc de f . On étudiera d'abord le cas particulier où les plans ABC et $A'B'C'$ sont confondus : le déplacement admet un plan invariant P et on peut le définir en donnant P et les vecteurs $\vec{AB}, \vec{A'B'}$, qui sont homologues dans P et déterminent un déplacement dans ce plan, donc une translation ou une rotation :

a) Si c'est une translation, on constate que l'homologue M' d'un point quelconque M de l'espace se construit comme en géométrie plane :

$$\vec{MM'} = \vec{AA'}.$$

b) Si c'est une rotation, on peut la définir par son centre O et son angle θ . On en déduit que tous les points de la perpendiculaire Δ en O à P sont des points doubles, et qu'en orientant Δ il suffit de connaître cet axe et θ pour construire l'homologue M' d'un point M quelconque.

c) L'étude du cas particulier $\theta = \pi$ conduit par les méthodes habituelles aux conclusions relatives à un déplacement quelconque.

R. ROSTOLLAND,
professeur au Lycée de St-Germain-en-Laye.