

Une propriété caractéristique de l'homothétie

L'homothétie est une transformation qui a un point invariant et un seul (à distance finie) et dans laquelle l'homologue d'une droite est une droite de même direction. Ces propriétés sont caractéristiques.

En effet, soit une transformation (T) ayant un point invariant O et dans laquelle toute droite (D) a pour homologue une droite (D') de même direction. A étant un point arbitrairement choisi (distinct de O), l'homologue de la droite OA est la droite OA elle-même ; donc l'homologue du point A est un point A' situé sur OA. Soit alors un point quelconque M (non-situé sur OA). Son homologue M' se construit à l'intersection de OM et de la parallèle à AM menée par A'. La transformation (T) est une homothétie de

centre O et de rapport $\frac{OA'}{OA}$.

Application. — Le produit de deux homothéties est, en général, une homothétie, car une droite se transforme en une autre droite de même direction et il y a, en général, un point invariant O. (O_1, k_1) et (O_2, k_2) étant les homothéties composantes il existe en effet un couple de points O, O' tel que

$$\begin{aligned}\overrightarrow{O_1O'} &= k_1 \overrightarrow{O_1O} \\ \overrightarrow{O_2O} &= k_2 \overrightarrow{O_2O'}\end{aligned}$$

et O est à distance finie sur la droite O_1O_2 si $k_1k_2 \neq 1$.

G. SINGIER.