
DEUXIÈME PARTIE

Etude élémentaire des méthodes statistiques

Exposé de l'Ingénieur Général NICOLAU, Directeur de l'Institut Supérieur des Matériaux et de la Construction mécanique, à la réunion du 20 février 1950 des professeurs de Mathématiques.

MONSIEUR LE DIRECTEUR GÉNÉRAL,
MONSIEUR LE PRÉSIDENT,
MESDAMES, MESSIEURS,

M. le Professeur FRÉCHET a bien voulu me demander de vous entretenir, en son absence, de l'enseignement de l'Analyse statistique, qui, comme vous le savez, est l'objet de ses préoccupations. Il fallait un calculateur, pourrez-vous justement dire, et voici venir, non pas certes un danseur, mais un simple ingénieur. Mon excuse c'est que cet ingénieur a été conduit, sur le tard, à se faire maître d'école ; vous y gagnerez de connaître le point de vue d'une fraction d'usagers des Mathématiques que vous avez mission d'enseigner, qui fait partie de la profession appelée sans doute à en tirer le plus important bénéfice.

Pour vous situer exactement dans l'atmosphère où je me place, permettez-moi de vous indiquer tout d'abord, en quelques mots, la position et la structure des Ecoles de l'Armement que j'ai eu le très grand honneur, non seulement de diriger, mais aussi, pour une part notable, de créer ou d'établir après la Libération sur des bases nouvelles.

D'une part, ces écoles comprennent l'Ecole Nationale Supérieure de l'Armement, notre école d'application qui, sur le même plan que les écoles d'application du Génie Maritime et de l'Aéronautique, a pour objet de transformer en ingénieurs militaires de l'Armement les jeunes bottiers de l'X affectés dans notre Corps. Il s'agit là de leur mettre avant tout les pieds

au sol, puis de leur faire faire le tour d'horizon des techniques de production qu'ils auront à mettre en œuvre et de mettre l'accent sur les connaissances scientifiques qui, en l'état actuel de ces techniques et de leurs tendances, paraissent les plus aptes à en assurer le progrès.

D'autre part, ces écoles comprennent un dispositif complet de promotion ouvrière, permettant d'élever progressivement les meilleurs de nos apprentis jusqu'aux galons d'ingénieurs de Travaux d'Armement, leur admission ultérieure dans le Corps des Ingénieurs militaires n'étant d'ailleurs pas exclue. Pour bien comprendre l'esprit qui gouverne ce cycle de formation technique de nos agents d'exécution, il faut songer que l'un des effets, sinon même l'un des buts du progrès technique que nous poursuivons tous, est de libérer le travailleur de l'esclavage d'un machinisme trop longtemps mal entendu ; d'où la nécessité d'élever son niveau culturel à la hauteur de la dignité qui lui est ainsi consentie. Il ne s'agit plus seulement d'apprendre à nos apprentis les gestes et les réflexes d'un métier manuel, avec les règles technologiques de la profession. Il s'agit surtout de les cultiver, d'en faire des hommes, des êtres pensants. Il s'agit d'élever leur valeur morale tout autant que leur valeur physique. Il s'agit de donner, en outre, aux meilleurs la possibilité de gravir les échelons de la hiérarchie professionnelle dans la mesure de leurs capacités ou de leurs efforts.

Le cadre, et pour mieux dire le support, est constitué par les quelque 23 Etablissements constructeurs et Manufactures d'Armes rattachés à la D.E.F.A., et qui, en ce temps, ne comprennent pas moins de 35.000 ouvriers, pour la plupart mécaniciens. Chaque Etablissement possède son école d'apprentissage, où les enfants sont admis, sauf exceptions, après le certificat d'études, un bon nombre avec le brevet élémentaire. La durée de l'apprentissage est de trois ans, mais dès la deuxième année les meilleurs élèves sont sélectionnés pour subir une formation plus poussée et être maintenus à l'école une quatrième année, durant laquelle leurs vues sur le métier sont élargies. Au sortir de la troisième ou de la quatrième année, tous sont astreints à travailler au moins quatre — ou trois — années à l'atelier. Durant cette période d'assimilation sur le tas, ils ont la faculté de suivre, en dehors des heures de service, des cours préparatoires aux écoles techniques, dites normales, qui portent exclusivement sur les trois moyens d'expression du technicien (langue maternelle et éventuellement langue étrangère, mathématiques, dessin industriel). Sans chercher à élever le niveau des connaissances déjà acquises, on s'applique à faire de ces moyens d'expression, dont la « lettre » est connue, des éléments de culture.

A l'issue de ce stage, les meilleurs sont admis aux écoles techniques normales (Tarbes, St-Etienne, Paris) où, en prenant pour thèmes les techniques du métier, leur niveau culturel est élevé sensiblement au niveau du baccalauréat 2^e partie. Ils en sortent, après deux ans d'études, techniciens, c'est-à-dire préparés aux emplois de maîtrise dans les trois départements essentiels des entreprises de construction mécanique : bureau d'études, bureau de fabrication, atelier. Mais les meilleurs entrent, au concours, à l'Ecole Tech-

nique Supérieure où, en deux ans, ils atteignent le niveau actuel des ingénieurs A. et M. Ainsi, dans l'ensemble, la sélection se fait par élimination progressive, basée par suite, non seulement sur les facultés intellectuelles et les aptitudes professionnelles, mais, mieux encore, sur les facteurs moraux qui manifestent la persévérance et la volonté. C'est au demeurant une course de fond.

Arrivons maintenant à l'analyse statistique. Qu'a-t-elle à faire dans la formation des mécaniciens ?

Le temps n'est plus où les joueurs, déçus dans leurs folles espérances, se plaisaient à accabler la statistique de leurs sarcasmes.

Le temps n'est plus où de mauvais artisans pouvaient défier le bon sens de leurs contemporains au point de leur faire tourner en dérision la statistique.

« On fait dire à une statistique ce qu'on veut, à une condition, c'est qu'on évite de dire comment elle est faite », plaisantait Deteuf. Bien sûr ! N'en est-il pas de même de tout l'outillage mathématique, lequel ne saurait créer la vérité, mais bien exprimer et analyser ce qu'on lui donne pour vérité.

Le temps n'est plus où — sans doute parce que les méthodes statistiques cherchaient encore leur voie à travers le classique calcul des probabilités — d'illustres savants pouvaient, au nom d'un intransigeant déterminisme, s'insurger contre la statistique.

« Je ne comprends pas qu'on puisse arriver à une science pratique et précise en se fondant sur la statistique », écrivait Claude Bernard dans sa mémorable *Introduction à l'étude de la Médecine expérimentale...*, et encore : « Il n'y a pas de loi dans l'indéterminisme... ». « Les mathématiciens ont fait de longs calculs sur les erreurs accidentelles en leur appliquant les règles du jeu de hasard. Ces théories sont à peu près dépourvues d'intérêt pour les expérimentateurs... » Cette fois, c'est Henry Le Châtelier qui parle.

Les méthodes statistiques ont fait aujourd'hui leurs preuves dans les sciences expérimentales, et dans leurs applications techniques.

L'esprit humain se débarrasse peu à peu du Cartésianisme étriqué qui lui masquait trop de réalités physiques ; il découvre le caractère statistique du déterminisme sous les verres grossissants dont il est armé. Il apprend que l'indéterminisme a ses lois ; les méthodes statistiques les lui enseignent.

Dans le no man's land où se meut l'ingénieur, entre le fil conducteur de la théorie et la réalité physique, il n'y a place que pour le nombre. L'analyse statistique lui donne le moyen de faire parler le nombre et d'apprendre de lui, à défaut de la certitude que masquent tant d'aléas, le degré de confiance sur lequel se peut bâtir le concret.

Il va de soi que, dans tous les domaines de la conjecture, les méthodes statistiques règnent en maîtresses.

Pour l'industriel, ces domaines ne sont pas seulement d'ordre commercial, économique ou social, mais aussi d'ordre technique. Les problèmes d'exploitation qu'elles permettent notamment de résoudre (soit que les probabilités

y soient prises comme données dans le calcul des dimensions des installations, soit qu'elles constituent l'inconnue même du problème) sont classiques : charge des réseaux téléphoniques ou télégraphiques, trafics des industries de transport, débits des cours d'eau alimentant les installations hydro-électriques, etc...

Mais il est pour l'ingénieur un domaine d'élection des méthodes statistiques beaucoup plus vaste et fécond : la recherche expérimentale et le contrôle des fabrications, missions essentielles de l'ingénieur de production de notre temps.

Bien qu'en ma qualité de Président de la section « Mécanique de précision et Métrologie » de la Société Française des Mécaniciens, je me sois efforcé d'attirer avant-guerre l'attention des mécaniciens sur cet aspect nouveau de nos techniques, comme nul n'est prophète en son pays, il a fallu que la nouvelle de l'extrême fécondité des résultats acquis durant la guerre nous parvienne des pays anglo-saxons pour que nos ingénieurs de production commencent à dresser l'oreille.

Non seulement l'analyse factorielle se propose de nous mettre en état d'interpréter correctement les résultats de nos expériences, d'en tirer le maximum d'informations et d'en déterminer le degré de confiance, mais elle entend nous permettre de fixer le programme même de ces expériences de manière à obtenir des résultats significatifs avec le minimum de dépenses. Saura-t-on jamais la moisson expérimentale qui, chaque jour, faute de discernement dans la conduite de nos recherches, se trouve perdue devant les contradictions qu'il est impossible de lever à *posteriori* ? En l'état de pauvreté de nos moyens de recherche, qui ne mesurera l'importance d'un tel moyen ?

Plus payantes encore sont les applications de l'analyse statistique au contrôle des fabrications.

A l'échelle industrielle de notre époque, l'élément fabriqué n'apparaît plus isolément, mais dans le cadre de la « population » où l'a fait naître le travail continu ou en série. C'est dire que, pour le mécanicien, la statistique est désormais partout, comme partout est la mesure.

C'est elle qui apporte une solution économique au problème du contrôle par prélèvements, solution qui tient un juste équilibre entre le risque de producteur et le risque du client.

C'est elle aussi qui, prise pour base du dimensionnement, substitue, à la froide et implacable notion de tolérance, une notion plus souple et vivante, sans rigueurs inutiles.

C'est elle, enfin, qui, dans son application la plus efficiente, le « Quality control », que nous traduisons imparfaitement « contrôle statistique des fabrications », permet, par des mesures sur des prélèvements effectués judicieusement à des intervalles réguliers, de suivre sur des graphiques l'évolution dans le temps de la valeur moyenne et de la dispersion des critères mesurés sur des échantillons prélevés. On s'assure ainsi que le fonctionnement de la machine reste normal (sous contrôle dit-on). c'est-à-dire

que la probabilité d'avoir des pièces hors tolérance reste inférieure à une valeur donnée. Cette méthode, qui a connu en Grande-Bretagne et aux U.S.A. un extraordinaire développement dans les fabrications de guerre, a permis de réaliser des économies considérables de calibres et de main-d'œuvre. Je souligne en passant qu'elle procède d'une idée très générale qui ne saurait trop être méditée. Qu'il s'agisse de fabrications ou d'enseignement, l'usage s'est établi de laisser l'ouvrier, l'élève, cheminer en quelque sorte à l'aveuglette dans une direction donnée, puis de lui révéler tout à coup, par un contrôle, par un examen, son point d'arrivée. N'est-il pas plus raisonnable et plus efficace de lui permettre de se contrôler constamment en bordant de deux traits la route à suivre ?

Tels sont, en raccourci, les besoins qui m'ont conduit à introduire l'enseignement de l'analyse statistique dans nos écoles de l'Armement.

A l'Ecole Nationale Supérieure de l'Armement, tout d'abord, où nos jeunes polytechniciens sont appelés, non seulement à pratiquer l'analyse statistique sur des cas concrets « vécus », mais à se préparer, par un enseignement assez élevé pour en dominer les moyens, à en gouverner les applications au cours de leur carrière d'ingénieur.

A l'Ecole Technique Supérieure, ensuite, où il s'agit d'obtenir que les futurs chefs de nos agents d'exécution soient assez avertis de la mise en œuvre des méthodes statistiques pour comprendre les directives qui leur sont données, pour avoir foi dans leur efficacité et pour en assurer la correcte exécution.

Aux Ecoles Techniques Normales enfin, où nos futurs agents d'exécution doivent eux-mêmes en apprendre assez pour apporter un utile concours aux applications pratiques de l'analyse statistique auxquelles il leur sera demandé de coopérer.

Le couperet de la limite d'âge m'a empêché d'étendre cet enseignement à nos écoles d'apprentissage, où je me proposais de demander à nos jeunes ingénieurs militaires d'avertir leurs futurs ouvriers, en bons apôtres, des notions très élémentaires concernant les bases expérimentales de la statistique et, jusqu'à la notion de corrélation, aussi utile aujourd'hui à mon sens pour un praticien, que celle de relation fonctionnelle qui n'en stylise généralement qu'une limite idéale pratiquement inaccessible.

Mais je sais que, dès que ce sera possible, mes successeurs réaliseront cette idée qui tend à créer dans nos Etablissements, chez les travailleurs de tous rangs attelés à la même tâche, une commune orientation d'esprit.

Mon collaborateur, l'Ingénieur Principal Girschig, Ingénieur des Arts et Manufactures, qui s'honore d'être l'élève de M. Georges Darmais, et que j'ai chargé d'introduire l'enseignement de la statistique dans nos écoles, sur les bases les plus modernes, après une information poussée en Angleterre concernant l'évolution de cette science et de ses applications dans les industries de guerre, vous exposera avec plus de pertinence que je ne saurais le faire moi-même, les programmes des cours qu'il fait lui-même, non seulement depuis 1945 à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Armement, mais aussi

depuis 1949 à l'Institut Supérieur des Matériaux et de la Construction mécanique, école de haute spécialisation des ingénieurs mécaniciens constructeurs, que j'ai reçu mission de créer dans le cadre de l'Education Nationale (Direction de l'Enseignement Technique). Ces principes sont aussi à la base des programmes élaborés à l'usage de nos écoles techniques normales et supérieure et que développe actuellement dans ces écoles son ancien collaborateur l'Ingénieur militaire Cave.

Je ne doute pas de l'intérêt que vous prendrez à sa communication : d'une part, en effet, je suis en mesure d'indiquer que notre expérience, bien que récente, a donné déjà des résultats remarquables ; d'autre part, au moment où se pose une fois encore le problème de l'adaptation de l'enseignement, à tous ses degrés aux conditions nouvelles créées par l'incroyable progression, au cours de ce demi-siècle, de la science et des techniques qui s'en réclament dans tous les domaines, j'imagine que vous êtes tous convaincus de la nécessité de ne pas tarder davantage à répondre à l'appel lancé il y a 150 années en faveur de la diffusion des méthodes statistiques, par notre grand Laplace.

Exposé de M. l'Ingénieur militaire CAVE

MONSIEUR LE DIRECTEUR GÉNÉRAL,
MONSIEUR LE PRÉSIDENT,
MESDAMES, MESSIEURS,

Je suis très confus d'avoir à traiter, devant un auditoire aussi qualifié que le vôtre, un sujet qui relève des Sciences mathématiques et je sollicite, par avance, toute votre indulgence.

On m'a demandé de vous exposer quel pourrait être un programme d'enseignement de la statistique dans les classes des lycées. Je me sens incapable de traiter directement un tel sujet et préfère de beaucoup vous exposer les avantages qu'un ingénieur peut retirer de la connaissance de cette branche des mathématiques appliquées. Je vous laisserai le soin, connaissant le but à atteindre, d'élaborer les programmes d'enseignement correspondants, tâche pour laquelle vous êtes certainement beaucoup mieux qualifiés que moi.

Je m'efforcerai de vous convaincre que l'interprétation statistique d'un ensemble de résultats expérimentaux correspond à une conception nouvelle, souvent très féconde, de la réalité physique des phénomènes étudiés. Un enseignement élémentaire de la statistique doit avoir pour but de faire acquérir à l'élève ce mode de pensée nouveau, en le familiarisant, sur des exemples numériques concrets, à l'emploi de notions statistiques, même assez complexes. La valeur éducative d'un tel enseignement justifie, à mon avis, l'abandon d'un exposé mathématique qui serait obligatoirement très élémentaire et dont ne tireraient, en conséquence, aucun profit les élèves qui ne poursuivraient pas leurs études scientifiques dans les Facultés ou les Grandes Ecoles.

I. DESCRIPTION STATISTIQUE D'UNE SÉRIE D'OBSERVATIONS. — En abordant

dans l'Enseignement Secondaire l'étude de la physique ou de la chimie, on acquiert facilement la conviction que tout résultat scientifique peut s'exprimer par un nombre parfaitement défini que seule l'imperfection des instruments de mesure ne permet pas de connaître avec exactitude.

Cette conception trop schématique s'applique souvent très mal à la réalité. Lorsque un ingénieur prélève, par exemple, dix éprouvettes de résilience dans une même coulée d'acier, les résultats qu'il obtient diffèrent souvent entre eux de $\pm 10\%$, sans que les écarts observés puissent, dans ce cas, être attribués à l'imprécision de la machine d'essai utilisée. Les fluctuations constatées sont le signe d'une hétérogénéité de l'acier étudié, qu'il importe de connaître tout autant que la valeur moyenne de la propriété mesurée. On peut dire que, dans le domaine de la recherche appliquée, les fluctuations se manifestent très fréquemment à l'échelle macroscopique, alors qu'elles ne deviennent sensibles qu'à l'échelle moléculaire pour les propriétés physiques ou chimiques des corps purs. Il semble utile d'introduire assez tôt dans l'enseignement les notions élémentaires qui permettent de décrire la configuration d'ensemble d'une série d'observations.

Les artilleurs semblent avoir été les premiers à exploiter d'une manière pratique un ensemble d'observations non concordantes. Constatant, en effet, l'impossibilité de contrôler tous les facteurs déterminant la trajectoire d'un projectile, ils ont cherché à étudier expérimentalement la distribution statistique d'un grand nombre de coups tirés dans des conditions apparemment identiques. Ils ont ainsi négligé les caractères individuels de chaque coup, pour ne retenir que l'effet global, seul réellement efficace, du tir de nombreux projectiles. On connaît l'importance des résultats obtenus dans ce domaine. L'exemple des artilleurs peut être suivi avec profit dans tous les cas où il est impossible de contrôler, ou même de définir, l'ensemble des facteurs déterminant l'effet étudié, circonstances que l'on rencontre dans les recherches techniques, médicales, biologiques, en agriculture et dans la plupart des sciences appliquées.

S'appuyant sur des exemples numériques dont la signification concrète peut être facilement comprise des élèves, il sera facile de définir les caractères essentiels d'une distribution statistique : courbe de fréquence, courbe de fréquence cumulée, paramètres de localisation (moyenne arithmétique, médiane), paramètres de dispersion ou d'échelle (quartiles, écart type), règles d'emploi des tables numériques des principales distributions mathématiques.

II. GÉNÉRALISATION DE LA NOTION DE DISTRIBUTION. ÉCHANTILLONNAGE.

-- L'expérience ne fournit, en général, qu'une série limitée d'observations, série qui, dans de nombreux cas, ne comporte pas l'ensemble des résultats qu'il serait théoriquement possible de recueillir.

Lorsque l'on contrôle la résistance à la traction d'une livraison de ciment en cassant dix éprouvettes, cette série d'éprouvettes doit être considérée comme un échantillon parmi toutes celles que l'on pourrait confectionner à l'aide du lot de ciment reçu. C'est, en fait, la population « mère » que for-

meraient toutes ces éprouvettes qui caractérise, d'une façon précise, la fourniture livrée. On cherche à déduire les paramètres de la population « mère » à partir des caractéristiques de l'échantillon étudié, en faisant l'hypothèse que cet échantillon est prélevé au hasard dans la population « mère » correspondante. Sans donner de démonstrations mathématiques rigoureuses, on peut exposer la notion de convergence en probabilité comme un fait expérimental, en procédant, par exemple, au tirage au sort d'une vingtaine d'échantillons de quatre ou cinq pièces dans une population normale, de moyenne m et d'écart type σ connus, matérialisée par des fiches portant inscrites les valeurs des résistances à la traction des éprouvettes de ciment qu'elles sont censées représenter. On insistera sur le fait que les écarts entre les moyennes d'échantillons de n pièces et la moyenne théorique atteignent rarement $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ et ne dépassent pratiquement jamais $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$.

Il est par suite possible d'obtenir une estimation de la valeur moyenne d'autant plus précise que l'effectif n de l'échantillon prélevé est plus important (sans toutefois que cette précision puisse dépasser la limite de sensibilité de l'appareil de mesure utilisée). On indiquera également que l'écart type empirique est une estimation convergente de l'écart type théorique σ , mais que les différences observées peuvent être très importantes lorsque l'effectif de l'échantillon est faible. Les valeurs des limites de confiance relatives aux estimations de la moyenne et de l'écart type pour des échantillons d'effectifs croissants peuvent être données sous forme de tableaux numériques permettant de préciser l'importance pratique des erreurs d'échantillonnage.

III. SIGNIFICATION DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX. TESTS STATISTIQUES.

— On est souvent conduit à comparer les résultats de différents procédés de fabrication, de plusieurs équipes d'ouvriers, l'influence de divers lots de matières premières... Ce problème est simple lorsque les mesures effectuées sont reproductibles ou que les écarts observés sont très importants par rapport à la dispersion des essais correspondants à une même classe. Dans le cas contraire, il est difficile et parfois dangereux de tirer des conclusions définitives des expériences effectuées. L'analyse statistique permet souvent d'apprécier d'une manière objective la valeur des résultats obtenus.

Supposons, par exemple, qu'une fabrique de lampes électriques veuille étudier l'influence de deux lots, A et B, de tungstène, d'origines différentes, sur la durée de vie des ampoules fabriquées. Les essais à entreprendre sont longs et les résultats pour un même lot de tungstène sont fortement dispersés. Afin d'atténuer les effets de cette dispersion, on décide d'essayer, dans des conditions identiques neuf lampes de chacun des lots A et B.

Les durées de vie moyennes sont respectivement de :

$$\bar{x}_A = 1.500 \text{ heures,} \quad \bar{x}_B = 1.350 \text{ heures.}$$

Doit-on en conclure que le lot A doit être préféré au lot B ? La comparaison des deux moyennes $\bar{x}_A$ et $\bar{x}_B$ ne permet pas de répondre à cette

question, car il manque une unité de mesure pour juger si la différence constatée est systématique ou doit être attribuée aux erreurs d'échantillonnage et serait, par suite, susceptible de s'inverser pour une nouvelle série d'essais. Cette unité de mesure ne peut être trouvée que dans la dispersion des résultats correspondants à un même lot et le test de Student apporte une réponse satisfaisante à la question posée. Il est facile de distinguer qualitativement, par un graphique analogue à celui de la figure 1, le cas où l'on doit considérer la différence observée comme systématique de ceux pour lesquels les essais entrepris ne permettent de tirer aucune conclusion. On pourra, sans démonstration mathématique, illustrer par des exemples numériques l'emploi des tables de Student. Dans la discussion des résultats obtenus on insistera plus spécialement sur le fait que l'emploi des tests statistiques limite, à une valeur raisonnable, le risque de tirer d'une série d'observations des conclusions qui ne s'appuient sur aucune évidence expérimentale réelle et permet ainsi d'éviter les nombreuses contradictions apparentes que l'on rencontre si fréquemment dans les sciences appliquées.

On pourra également exposer sur les exemples concrets le test de Fisher-Snedecor sur la comparaison des variances, ainsi que les méthodes de comparaisons de plusieurs moyennes (analyse de la variance à simple entrée). (Références bibliographiques : 1, 2, 4, 5).

IV. RÉGRESSION ET CORRÉLATION. — Si les lois de la Mécanique, de la Physique ou de l'Astronomie peuvent s'exprimer, avec une excellente approximation, par des relations fonctionnelles, un déterminisme aussi rigoureux ne convient que rarement à l'étude des sciences appliquées. Lorsque l'on mesure, par exemple, la résistance à la rupture R et la dureté H d'un grand nombre d'aciers de nuances voisines, les points représentatifs de ces mesures ne se situent pas rigoureusement sur une courbe, mais forment un nuage allongé dont le grand axe présente une pente positive (fig. 2).

Si la résistance à la rupture et la dureté n'étaient fonction que d'un seul paramètre indépendant, par exemple, la teneur en carbone des aciers étudiés, les points représentatifs se situeraient effectivement, aux erreurs de mesure près, sur une même courbe. Mais, en réalité, les caractéristiques R et H dépendent de manière complexe de très nombreux facteurs qui déterminent la qualité des aciers utilisés. Deux aciers de même dureté n'auront pas rigoureusement la même résistance à la traction et, dans ces conditions, il ne peut être question de rechercher une relation fonctionnelle entre ces deux grandeurs. On peut seulement s'efforcer de décrire, dans le cadre des expériences effectuées, les effets moyens observés. Les caractéristiques R et H ne sont, en effet, pas indépendantes, en ce sens qu'une augmentation de la dureté se traduit, *en moyenne*, par un accroissement correspondant de la résistance à la rupture : on dit que les grandeurs R et H présentent une corrélation positive. On peut ainsi prédire la valeur moyenne de la résistance à la traction d'après une mesure de dureté, mais il subsiste dans cette prédiction une marge d'incertitude d'autant plus grande que la corrélation entre les deux variables est plus lâche. La notion de corrélation, qui inclut

d'ailleurs la notion de relation fonctionnelle, permet, comme on le voit, une description plus riche et plus fidèle des observations (1, 4, 5).

V. SURVEILLANCE DE LA RÉGULARITÉ D'UNE FABRICATION. — Quels que soient les contrôles exercés au cours d'une fabrication, on sait qu'il est impossible de produire en série des pièces qui soient rigoureusement identiques entre elles. Lorsque l'on vérifie les pièces à l'aide d'appareils suffi-

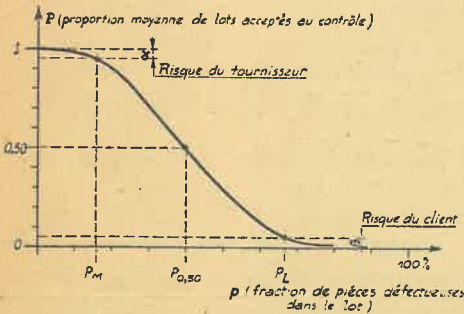


Fig. 3

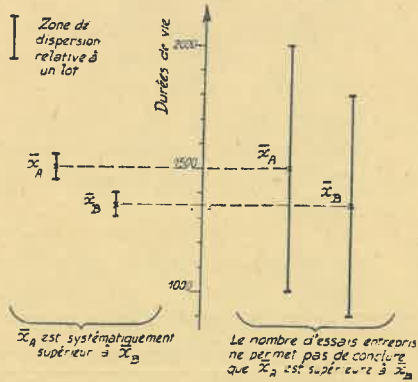


Fig. 1

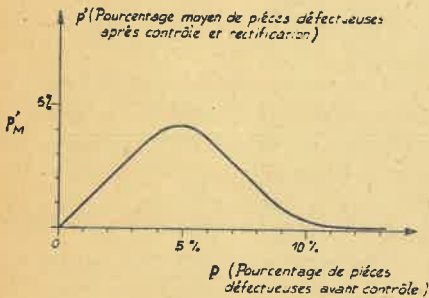


Fig. 4

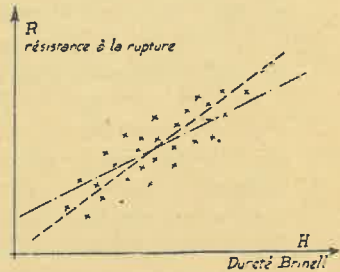


Fig. 2

samment sensibles, on constate toujours une certaine dispersion des caractéristiques mesurées, qui peuvent être dimensionnelles, pondérales, magnétiques, électriques, mécaniques, chimiques, etc... Le bureau d'étude doit tenir compte de cette dispersion en imposant un intervalle de tolérance dont les valeurs extrêmes soient tout juste compatibles avec le bon fonctionnement ou l'utilisation normale des produits fabriqués. Le chef d'atelier doit, dans ces conditions, choisir les moyens de production pour respecter les tolérances imposées. L'intervalle de dispersion d'un procédé de fabrication apparaît donc comme une caractéristique essentielle à connaî-

tre, caractéristique que les méthodes statistiques de « Quality Control » permettent de déterminer et de contrôler dans les meilleures conditions.

Les méthodes de « Quality Control » ou de surveillance statistique d'un procédé de fabrication reposent sur les bases suivantes, que l'expérience de nombreuses usines en Angleterre et aux U.S.A. a pleinement confirmées.

1° Lorsqu'un procédé de fabrication est définitivement mis au point (nous dirons « sous contrôle »), les causes possibles de variabilité des produits fabriqués sont nombreuses, très souvent indépendantes, difficiles à analyser et n'ayant individuellement aucun effet nettement prépondérant.

2° On constate, dans ces conditions, que la suite chronologique des pièces fabriquées par une machine bien au point peut très sensiblement être assimilée à une suite de pièces prélevées au hasard dans une population hypothétique dont la courbe de distribution, définie et stable dans le temps, est une caractéristique essentielle de la machine ou du procédé de fabrication utilisé.

3° La production d'une pièce peut, dans ces conditions, être assimilée à un événement aléatoire dont la probabilité de réalisation est égale à la fréquence relative de cet événement dans la distribution qui caractérise le procédé de fabrication utilisé.

4° On considérera comme indice d'un dérèglement de la machine l'obtention de toute pièce ou de tout ensemble de pièces (échantillon de n pièces produites dans un court intervalle de temps), dont la probabilité de réalisation est très faible (l'expérience conduit à utiliser un seuil voisin de $2/1000$, soit $\pm 3,09 \sigma$ pour une distribution normale).

La mise en œuvre des méthodes de surveillance statistique d'un procédé de fabrication comporte deux étapes distinctes :

a. Il faut, en premier lieu, déterminer les paramètres de la loi de dispersion qui caractérise le procédé de fabrication étudié et vérifier la stabilité de cette loi dans le temps. On obtient ce résultat en contrôlant un nombre suffisant (supérieur à 25, par exemple) d'échantillons de n pièces ($2 \leq n \leq 10$) prélevées à des intervalles de temps s'étendant sur plusieurs heures ou plusieurs jours, selon la cadence de la fabrication étudiée.

Des méthodes simplifiées d'analyse de la variance, basée sur l'utilisation de « l'amplitude » (1) comme paramètre de dispersion, permettent de vérifier très rapidement que la machine est sous contrôle, c'est-à-dire :

a) que la dispersion entre les moyennes des divers échantillons prélevés peut être expliquée par la dispersion des pièces au sein d'un même échantillon ;

aa) que la dispersion au sein des divers échantillons reste constante dans le temps.

Lorsque l'on constate que la machine étudiée n'est pas sous contrôle, pour l'une ou l'autre des raisons précédentes (a ou aa), on peut affirmer que les conditions de fonctionnement varient d'une manière systématique et qu'une

(1) L'amplitude d'un échantillon est la différence entre les mesures de la plus petite et de la plus grande pièce de l'échantillon correspondant.

étude bien conduite permettra d'identifier, et peut-être de supprimer, les causes des perturbations constatées. Lorsqu'au contraire, la machine est sous contrôle, toute tentative d'amélioration risque d'être effectuée en pure perte.

b. Lorsqu'un procédé de fabrication est définitivement mis « sous contrôle », il faut ensuite vérifier qu'aucun dérèglement nouveau ne se produit au cours du temps ; on obtient ce résultat en prélevant périodiquement des échantillons dont les moyennes et amplitudes doivent demeurer comprises entre des limites déterminées par l'étude préliminaire du fonctionnement de la machine contrôlée.

En résumé, les méthodes d'analyse statistique permettent :

1° De déceler d'une manière objective et automatique l'existence de causes systématiques de variations du fonctionnement d'une machine et d'éviter, au contraire, toute perte de temps dans la recherche d'incidents de marche inexistantes (étude et mise sous contrôle de la machine).

2° De définir numériquement la précision d'une machine et par suite de répartir à bon escient les diverses commandes en fonction des possibilités des machines dont dispose l'atelier.

3° D'effectuer, sans pertes de temps, le réglage d'une machine, en éliminant tout tâtonnement inutile.

4° De surveiller à peu de frais le fonctionnement d'une machine et de déceler immédiatement tout dérèglement effectif, en évitant également toute intervention non justifiée.

5° Dans le cas où la dispersion de la machine est inférieure aux tolérances imposées, de supprimer toute vérification individuelle des pièces produites, en substituant au contrôle passif, et à *posteriori*, des pièces, le contrôle « actif » du procédé même de fabrication. On évite ainsi, par des interventions immédiates, la production de pièces hors tolérances.

Les méthodes de surveillance statistique des fabrications s'étendent également au cas où les pièces produites ne peuvent être classées qu'en deux catégories, bonnes ou mauvaises. L'exposé de ces procédés sortirait du cadre de cette étude et le lecteur, plus particulièrement intéressé par ces questions, voudra bien consulter les ouvrages cités en référence (2, 3, 6, 7, 8). Il pourra ainsi choisir les exemples qui lui paraîtront les plus instructifs pour illustrer, dans un enseignement général, les avantages des méthodes statistiques.

VI. LES MÉTHODES DE RÉCEPTION PAR PRÉLÈVEMENT. — La réception d'un lot de produits industriels peut s'effectuer par vérification de la totalité des éléments qu'il comporte (contrôle à 100 %), ou par examen d'un échantillon de pièces prélevées au hasard dans le lot livré. Les procédés de réception par prélèvement, qui sont obligatoires lorsque les essais à effectuer sont destructifs, entraînent dans tous les cas une diminution importante des frais de contrôle, tout en offrant des garanties suffisantes lorsque l'on peut tolérer la présence d'une faible proportion de pièces défectueuses dans les lots acceptés.

Lorsque l'on établit un plan de contrôle par prélèvement, on pense, en premier lieu, à éliminer d'une manière quasi-totale (par exemple dans 95 cas sur 100) les lots contenant plus de p_L % pièces défectueuses, pourcentage au delà duquel la fourniture devient pratiquement inutilisable. Le client court ainsi un risque d'accepter au maximum, dans 5 cas sur 100, des lots dont le pourcentage de pièces défectueuses dépasse le pourcentage limite acceptable p_L .

La seule considération des risques du client et du pourcentage limite acceptable correspondant ne suffit pas à déterminer d'une manière rationnelle le plan de contrôle sur prélèvement à utiliser. Il faut en outre que la majorité des lots de bonne qualité livrés par le fournisseur soient acceptés, disons par exemple dans 95 cas sur 100 également, sinon la méthode de contrôle par prélèvement se traduirait par un gaspillage dont le client assumerait finalement les frais. On voit donc qu'un plan de contrôle par échantillonnage doit être ajusté en tenant compte des possibilités de fabrication et de la protection qu'il doit assurer.

Les propriétés d'un plan de contrôle par prélèvement peuvent se résumer en une courbe unique, appelée courbe caractéristique d'efficacité, ou courbe de sélectivité, qui indique, en fonction de la fraction p de pièces défectueuses contenues dans les lots soumis au contrôle, la proportion moyenne P de lots qui seraient acceptés (fig. 3).

On peut reporter sur ce graphique :

- 1) le pourcentage limite acceptable par le client p_L ;
- 2) le pourcentage moyen p_M correspondant à la majorité des lots susceptibles d'être fabriqués dans des conditions normales par le fournisseur.

Le plan de prélèvement aura été choisi d'une manière rationnelle si les risques du client et du fournisseur sont faibles, par exemple, inférieurs à 0,10.

Un plan de contrôle sur prélèvement permet, en définitive, de séparer d'une manière pratiquement certaine les lots de bonne qualité ($p < p_M$) de ceux de qualité médiocre ($p > p_L$).

Dans le choix du plan de contrôle, il faut éviter à tout prix que le pourcentage moyen, p_M , correspondant à la fabrication de qualité normale du fournisseur, soit voisin de la valeur $p_{0,50}$ pour laquelle le contrôle accepterait un lot sur deux. Il vaudrait mieux, dans ces conditions, décider en jouant à pile ou face si l'on accepte ou si l'on refuse les lots livrés, car on éviterait ainsi les frais d'examen des échantillons correspondants.

La considération des courbes caractéristiques d'efficacité montre clairement que l'utilisation des méthodes de contrôle par prélèvement n'est possible qu'à la condition que le pourcentage moyen p_M soit inférieur au pourcentage limite acceptable p_L . L'écart entre les valeurs p_L et p_M peut être d'autant plus réduit que la pente de la courbe caractéristique est plus raide. Cette pente dépend, en première analyse, du nombre *absolu* de pièces de l'échantillon prélevé, et non de l'importance relative de l'échantillon et du lot correspondant. A sélectivité égale (mêmes valeurs de p_M ; p_L et des

risques α et β), les frais de contrôle à répartir sur chaque pièce livrée seront d'autant moins élevés que les lots seront plus importants. L'accroissement de la sélectivité (diminution de l'intervalle p_M , p_L) entraînera au contraire une augmentation du prix du contrôle effectué.

Lorsque les vérifications effectuées ne sont pas destructives, on peut procéder au contrôle de la totalité des pièces des lots refusés sur prélèvement et remplacer les pièces défectueuses par des pièces bonnes. On améliore ainsi la qualité moyenne des produits livrés. On peut résumer les propriétés « rectificatives » d'un schéma de contrôle par une courbe qui indique la qualité moyenne des lots après contrôle en fonction de la proportion de pièces défectueuses qu'ils contenaient avant contrôle (fig. 4).

L'ordonnée p'_M du maximum de cette courbe représente la qualité moyenne limite (A O Q L average output quality limit) que l'on peut garantir après contrôle, quelle que soit la qualité initiale des lots présentés.

Les considérations qui précèdent s'appliquent à tout plan de contrôle par échantillonnage, quelles qu'en soient les modalités.

Le procédé le plus simple consiste à prendre dans chaque lot un seul échantillon et à accepter le lot correspondant sous réserve que le nombre de pièces défectueuses dans l'échantillon soit inférieur ou égal à un nombre fixé d'avance. Un tel processus n'est jamais le plus économique. Les statisticiens ont prouvé qu'il existe des méthodes de prélèvement qui nécessitent le contrôle d'un beaucoup plus petit nombre de pièces que le plan d'échantillonnage simple de même efficacité.

Le principe de ces méthodes, dites « progressives », consiste à ne pas fixer à l'avance l'effectif de l'échantillon à prélever et d'arrêter le contrôle dès que les renseignements recueillis permettent de prononcer l'acceptation ou le refus du lot examiné. Après avoir choisi les valeurs p_M et p_L , et les risques du client et du producteur correspondant au problème posé, un abaque ou un tableau permet de déterminer les modalités du contrôle à effectuer. Dans l'une de ces méthodes, on attribue au lot un coefficient numérique H , appelé handicap. On prélève les pièces une à une et l'on calcule à chaque fois le score S , en ajoutant au handicap ou au score correspondant au prélèvement précédent une unité si la dernière pièce prélevée est bonne ou en lui retranchant un nombre b appelé pénalité si la pièce est mauvaise. Le lot sera refusé si le score s'annule, sans avoir atteint la valeur $2H$, double du handicap. Il sera accepté si le score atteint au contraire le double du handicap, sans être passé par 0.

Les valeurs H et b sont lues directement sur une abaque, en fonction de p_L et p_M et des risques α et β .

L'économie réalisée sur le nombre moyen de pièces contrôlées peut dépasser 60 %.

En résumé, on peut dire que les procédés de contrôle par échantillonnage nécessitent dans chaque cas une étude complète du problème posé. Un plan de contrôle par prélèvement ne procure qu'une garantie sur la qualité moyenne des lots acceptés et l'emploi de telles méthodes de contrôle ne

présente donc un réel intérêt que si les opérations de réception doivent se répéter un assez grand nombre de fois sur des lots de même origine.

De nombreux ouvrages (9, 10) permettent de choisir sans connaissances mathématiques spéciales les plans de prélèvement les mieux adaptés à chaque cas particulier.

VII. CONCLUSIONS. — Je me suis efforcé, au cours de cet exposé, de montrer par quelques exemples, la valeur des méthodes statistiques dans l'interprétation des résultats expérimentaux. Avant d'étudier d'une manière rigoureuse les théories mathématiques sur lesquelles repose l'analyse statistique, je pense qu'il est indispensable d'expliquer, dans un langage clair, et aussi simple que possible, la nature des problèmes que ces méthodes prétendent résoudre. Pour l'ingénieur l'emploi des mathématiques n'est qu'un procédé plus efficace pour atteindre le but poursuivi et non une fin en soi. L'expérience des pays étrangers démontre clairement qu'un ingénieur de culture moyenne peut utiliser avec profit les méthodes de calcul statistique les plus complexes, sans avoir nécessairement approfondi les démonstrations rigoureuses des tests qu'il utilise d'une manière courante.

Tout enseignement élémentaire des méthodes statistiques devrait avoir pour but d'éveiller l'intérêt des auditeurs et non de les rebuter dès le prime abord par un exposé abstrait de problèmes dont ils pourraient difficilement saisir le sens.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

1. *Méthodes statistiques en Biologie et en Agronomie*, par VESSEREAU (J.-B. Baillière et fils, Paris).
2. *Les méthodes statistiques modernes et leur application au contrôle des fabrications en série*, par J. MOTIHS (Institut National de la Statistique).
3. La surveillance statistique des fabrications en série, par R. GIRSCHIG, *Mécanique*, novembre 1949.
4. *Industrial Experimentation*, par K. A. BROWNLEE (His Majesty Stationery Office, Londres).
5. *Statistical Methodes in Research and Production* par Owen L. DAVIES (Oliver and Boyd, Londres).
6. *A first Guide to Quality Control for Engineers* (His Majesty Stationery Office, Londres).
7. *British Standart* n° 600 R.
8. *Quality Control*, par L. GRANT (Mac Graw Hill, New-York).
9. *Sampling Inspection*, Columbia University (Mac Graw Hill, New-York).
10. *Sampling Inspection Tables*, par DODGE et ROWNING (John Wiley, New-York).