

## Examens et Concours 1950

### Sujets de leçons de Mathématiques proposés aux oraux des Concours de Recrutement

#### 1. Agrégation féminine

##### *Leçons de Mathématiques Élémentaires*

1. Comparaison d'un angle inscrit et de l'angle au centre interceptant le même arc et des sens de ces angles supposés orientés. Applications (*Classe de Seconde C et Moderne*).
2. Exemples d'études de lieux géométriques en géométrie plane (*Classe de Seconde C et Moderne*).
3. Polygones réguliers (*Classe de Seconde C et Moderne*).
4. Etude de la fonction homographique (*Classe de Première C et Moderne*).
5. Droite et plan perpendiculaires (*Classe de Première C et Moderne*).
6. Volume de la pyramide (*Classe de Première C et Moderne*).
7. Première leçon sur les fractions (*Classe de Mathématiques*).
8. Première leçon sur les nombres positifs et négatifs (*Classe de Mathématiques*).
9. Résolution et discussion d'un système d'équations du premier degré à deux inconnues. Interprétation graphique (*Classe de Mathématiques*).
10. Etude de la fonction  $a \cos x + b \sin x$ . Résolution et discussion de l'équation  $a \cos x + b \sin x = c$  (*Classe de Mathématiques*).
11. Première leçon sur la résolution des triangles (*Classe de Mathématiques*).
12. Première leçon sur les trièdres (*Classe de Mathématiques*).
13. Projection orthogonale d'un cercle. Application à la représentation d'un cercle en géométrie descriptive ou en géométrie cotée, au choix de la candidate (*Classe de Mathématiques*).

14. Rabattement d'une figure plane. Applications (géométrie descriptive ou géométrie cotée, au choix de la candidate) (*Classe de Mathématiques*).
15. Cosmographie. Eclipses de lune et de soleil (*Classe de Mathématiques*).
16. Etude géométrique de la transformation par similitude dans le plan (*Classe de Mathématiques Supérieures, programme de « Géométrie pure »*).
17. Symétries par rapport à un point et par rapport à un plan ; produits de telles symétries (*Classe de Mathématiques Supérieures, programme de « Géométrie pure »*).
18. Etude géométrique de la transformation par inversion (*Classe de Mathématiques Supérieures, programme de « Géométrie pure »*).
19. Etude géométrique des faisceaux linéaires de cercles (*Classe de Mathématiques Supérieures, programme de « Géométrie pure »*).
20. Etude des tangentes et des asymptotes à une conique définie par un foyer, la directrice correspondante et l'excentricité (*Classe de Mathématiques Supérieures, programme de « Géométrie pure »*).
21. Hyperbole définie par ses asymptotes et un point (*Classe de Mathématiques Supérieures, programme de « Géométrie pure »*).
22. Intersection de deux cônes ou cylindres de révolution circonscrits à une même sphère (*Classe de Mathématiques Supérieures, programme de « Géométrie pure »*).

#### *Leçons de Mathématiques Spéciales*

(Toutes ces leçons étaient demandées pour une *classe de Mathématiques Spéciales*).

Les numéros correspondent aux leçons de Mathématiques Élémentaires et de Mathématiques Spéciales « associées »).

1. Première leçon sur les nombres complexes.
2. Première leçon sur les séries à termes réels.
3. Dérivation et intégration des séries entières.
4. Mouvement d'un point passant sur un plan incliné avec frottement, la vitesse initiale étant dirigée suivant une ligne de plus grande pente du plan.
5. Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples.
6. Emploi de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction. Exemples.
7. Cinématique. Changement du repère. Composition des vitesses. Composition des accélérations lorsque le mouvement d'entraînement est un mouvement de translation.
8. Donner quelques exemples de surfaces dont une représentation en géométrie analytique met en évidence un mode de génération géométrique simple ou des propriétés géométriques remarquables.
9. Construction des courbes planes définies en coordonnées polaires. Exemples. (Les résultats généraux sur les tangentes, sur la concavité et sur les branches infinies sont supposés connus).
10. Divisions homographiques sur une conique.

11. Géométrie descriptive. Intersection d'une sphère et d'une quadrique de révolution.
12. Exemples classiques d'équations différentielles du premier ordre dont l'intégration se ramène à celle d'équations à variables séparées. La candidate s'efforcera de montrer le parti que l'on peut tirer dans une telle étude de considérations géométriques.
13. Systèmes d'équations linéaires à trois inconnues. Résolution et discussion. Interprétations géométriques.
14. Fonction inverse d'une fonction continue et monotone.
15. Equation différentielle linéaire du premier ordre.
16. Fonctions composées ; dérivation.
17. Première leçon sur les séries entières.
18. Formes linéaires.
19. Fonctions symétriques entières des racines d'une équation algébrique entière.
20. Plus grand commun diviseur de deux polynômes.
21. Fonction exponentielle.
22. Séries absolument convergentes à termes réels et à termes complexes.

## 2. Certificat d'aptitude à l'Enseignement dans les Collèges

(Concours féminin)

### *Leçons de géométrie*

1. Notions exposées sur un nombre très restreint d'exemples de théorèmes réciproques, de conditions nécessaires et suffisantes, de propriétés caractéristiques (*Classe de Troisième*).
2. Méthode exposée sur un nombre limité d'exemples de recherches de lieux géométriques (*Classe de Troisième*).
3. Lieu des points équidistants de deux droites données. Cercles tangents à trois droites données concourantes 2 à 2 (*Classe de Seconde C*).
4. Lieu des points d'où l'on voit un segment donné sous un angle donné. Application à un mode de génération du cercle. (On suppose traitée la comparaison de l'angle inscrit et de l'angle au centre) (*Classe de Seconde C*).
5. Vecteurs équipollents. Translation (*Classe de Seconde C*).
6. Rapport de deux segments. Etude du rapport arithmétique dans lequel un point partage un segment donné ou ses prolongements (*Classe de Seconde C*).
7. Théorème de Thalès. Applications simples. (Les triangles semblables sont hors du sujet) (*Classe de Seconde C*).
8. Parallélisme des droites et des plans (*Classe de Première*).
9. Droite et plan perpendiculaires (*Classe de Première*).
10. Plans perpendiculaires (*Classe de Première*).
11. Volume du parallélépipède (*Classe de Première*).
12. Faisceau harmonique de droites. Exemples simples (*Classe de Sec. C*).

13. Figure homothétique d'un cercle dans le plan. Centres d'homothétie de deux cercles (*Classe de Seconde C*).
14. Cercles passant par deux points donnés et tangents : a) à une droite donnée ; b) à un cercle donné (*Classe de Mathématiques*).
15. Cercles orthogonaux (*Classe de Mathématiques*).
16. Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles. Axe radical. (Le candidat suivra à son choix l'ordre indiqué de l'ordre inverse) (*Classe de Mathématiques*).
17. Produit de deux homothéties (*Classe de Mathématiques*).
18. Première leçon sur les trièdres supplémentaires (*Classe de Math.*).
19. L'ellipse considérée comme lieu des points dont le rapport des distances à un point et à une droite fixes est égal à une constante inférieure à 1. Construction par points. Tracé. Symétries (*Classe de Math.*).
20. Equivalence des deux définitions suivantes de l'ellipse : a) par ses deux foyers ; b) par un foyer et la directrice associée (*Classe de Math.*).
21. Enveloppe d'un côté d'un angle droit dont le sommet décrit un cercle et dont l'autre côté passe par un point fixe (*Classe de Math.*).
22. Tangentes issues d'un point à une parabole. Théorèmes de Poncelet (*Classe de Mathématiques*).
23. Recherche du lieu des sommets des cônes de révolution passant par une conique donnée. On suppose traité le théorème de Dandelin (*Classe de Mathématiques*).
24. Rabattement d'une figure plane (*Descriptive*).
25. Distance d'un point à un plan (*Descriptive et cotée*).

*Leçons d'Algèbre, d'Arithmétique et de Trigonométrie*

*Classe de Seconde C* : Inéquation du premier degré à une inconnue. Applications.

*Classe de Seconde* : Signe du trinôme du second degré, étude sur des exemples numériques.

*Classe de Seconde C et Moderne* : Etude de la fonction linéaire. Représentation graphique. Pente d'une droite. Applications.

*Classe de Première* : Détermination de la position d'un nombre par rapport aux racines d'une équation du second degré.

*Classe de Première* : Variation de la fonction homographique, l'étude de la fonction :  $y = \frac{a}{x}$  étant supposée faite.

*Classe de Première* : Recherche de deux nombres ayant pour somme et pour produit deux nombres donnés.

*Classe de Troisième Moderne* : Problèmes empruntés à la géométrie ou à la physique conduisant à des relations de la forme :  $y = ax^2$  ;  $y = \frac{a}{x}$  où  $a$  est un coefficient numérique.

*Classe de Sciences Expérimentales* : Etude de la fonction :  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $n$  entier positif.

*Classe de Mathématiques* : Recherche directe de la dérivée de la fonction :

$y = \frac{1}{2} \sqrt{-x^2 + 14x - 24}$ . Application. Etude des variations de cette fonction.

*Classe de Mathématiques* : Etude de la fonction :  $y = x^3 + px + q$  sur trois exemples numériques.

*Classe de Mathématiques* : Inéquation du second degré à une inconnue.

*Classe de Mathématiques* : Progressions géométriques. Applications.

*Classe de Quatrième Moderne* : Proportions et nombres proportionnels.

*Classe de Cinquième* : Reste de la division d'un nombre entier par 2, 5, 9, 3. Caractères de divisibilité par ces nombres.

*Classe de Cinquième* : Multiplication d'une somme ou d'une différence par un nombre. Mise en facteur étudiée à partir de problèmes concrets.

*Classe de Mathématiques* : Recherche des diviseurs d'un nombre au moyen de la décomposition en facteurs premiers. Applications. (La recherche du P.G.C.D. et du P.P.C.M. n'est pas comprise dans le sujet).

*Classe de Mathématiques* : Première leçon sur les nombres premiers.

*Classe de Mathématiques* : Diviseurs communs à deux nombres entiers. Recherche du P.G.C.D. de deux nombres entiers par la méthode des divisions successives. Propriétés du P.G.C.D. Nombres premiers entre eux. Propriétés relatives à la divisibilité.

*Classe de Mathématiques* : Définition de la racine carrée à 1 près par défaut d'un nombre entier. Relations caractéristiques. Extraction de la racine carrée à 1 près par défaut. On pourra se contenter d'expliquer l'opération pour un nombre de quatre chiffres.

*Classe de Première* : Problèmes simples, d'origine géométrique, conduisant à une équation du premier degré, quand on prend comme inconnue un rapport trigonométrique.

*Classe de Première C* : Résoudre :  $\sin x = \sin a$   $\cos x = \cos a$   $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a$ . Exemples.

*Classe de Mathématiques* :  $a, b, c, A, B, C$  désignant les côtés et les angles d'un triangle ABC, établir le système de relations :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A,$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B,$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

Énoncer et démontrer le théorème réciproque.

*Classe de Mathématiques* : Résolution d'un triangle ABC dans un cas non classique. On pourra, sans obligation, choisir l'exemple suivant. Données : le côté  $a$  ; le demi-périmètre  $p$  ; le rayon du cercle inscrit  $r$ . Faire une construction géométrique du triangle à partir des données et retrouver les résultats de la discussion précédente.

*Classe de Mathématiques* : Résolution et discussion de l'équation :

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

*Classe de Mathématiques* : Résoudre un triangle connaissant deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux.

---

Le Gérant : L. PARAZINES.