

La Fonction exponentielle

en classe de Sciences expérimentales

On a introduit, à la suite du logarithme népérien de x (Lx) le logarithme décimal ($\log x$). On a fait des calculs logarithmiques, ce qui a amené à rechercher un nombre dont le logarithme décimal est donné.

Ne serait-il pas alors plus naturel d'introduire aussitôt l'exponentielle de 10 ($\exp x$) et non celle de e ($E(x)$) ?

Un nombre quelconque x étant donné on saurait ainsi calculer une valeur (approchée, certes), mais bien plus précise que celle qui est fournie par le graphique pour $\exp x$. On ne se bornerait pas à $E(0) = 1$ et à $E(1) = e$, on pourrait dire par exemple :

Soient les deux nombres $a = 686$ $b = 2,83632$,

$$(1) \quad 686 = \exp 2,23632$$

$$(2) \quad 2,83632 = \log 686.$$

(1) peut donc s'écrire : $a = \exp (\log . a)$ et (2) $b = \log (\exp b)$.

On introduit ainsi naturellement des expressions qui, sans cela, resteraient trop abstraites.

On arrive finalement à $\exp n = (\exp 1)^n = 10^n$ (n entier).

On introduit la notation $\exp x = 10^x$ (x quelconque).

et la relation (1) s'écrit $a = 10^{\log a}$.

Pour n entier $a^n = 10^{n \log a}$.

Par une extension analogue à l'extension précédente on définira a^x par l'égalité $a^x = 10^{x \log a}$.

Si l'exposant est l'inverse d'un entier :

$$y = x^{\frac{1}{n}} \text{ a pour logarithme } \frac{1}{n} \log x$$

on a donc $y^n = x$ et on peut l'appeler $\sqrt[n]{x}$ par analogie avec la racine carrée.

Si l'exposant est une fraction $\frac{p}{q}$ $y^q = x^p$ $y = \sqrt[q]{x^p}$.

On est ainsi conduit tout naturellement au calcul pratique des puissances fractionnaires (*par leur logarithme décimal*).

Voici les modifications que je sou mets à l'examen de nos collègues.

XII. *Fonction exponentielle* $y = \exp x$. *Formule :*

$$\exp(a + b) = \exp(a) \times \exp(b).$$

Notation 10^x . *Formule* $a = 10^{\lg a}$.

Commentaires : On pourra utiliser la courbe représentative de la fonction $y = \log x$, avec les précautions indiquées plus haut (IX) pour définir une fonction de x par l'égalité $\log y = x$. On montrera comment les tables de logarithmes permettent d'en obtenir une valeur approchée pour toute valeur de la variable. Cette fonction sera provisoirement représentée par le symbole $\exp x$.

L'étude de cette fonction sera limitée à la démonstration de la formule

$$\exp(a + b) = \exp a \cdot \exp b$$

et de celles qui s'en déduisent.

Lorsqu'on aura vérifié que $\exp n = 10^n$ (n entier) on utilisera la notation 10^x .

XIII. *Fonction* $y = \sqrt[n]{x}$. *Notations* $y = x^{\frac{1}{n}}$, $a^{\frac{p}{q}}$.

Calcul pratique de $x^{\frac{1}{n}}$ et de $x^{\frac{p}{q}}$ à l'aide des tables de logarithmes.

Commentaires : On partira de l'égalité $y = 10^{\frac{\log x}{n}}$ et on montrera que $y^n = x$.

Gaston DELPLA,

*professeur au Lycée de garçons,
Foix (Ariège).*