

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Publication trimestrielle

Administration : 7, rue Pasteur, Saint-Cloud (S.-et-O.)

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis du Trésorier	1
II. Réunions du Comité :	
29 avril 1950	2
8 juin 1950	3
III. Documents officiels : <i>Concours de l'Enseignement Public en 1950</i>	4
IV. Conseils de l'Enseignement du Second Degré :	
1. <i>Résultats des élections de juin-juillet 1950</i>	6
2. <i>Remerciements</i>	7
V. Conseil Supérieur de l'Education Nationale : 2 ^e et 3 ^e trimestres 1949-50, par M. JACQUEMART	7

DEUXIÈME PARTIE

G. BOULIGAND : <i>Autour de l'idée de distance</i>	12
M. ITARD : <i>A propos de l'Histoire des Mathématiques</i>	21
A. COMBES : <i>Sur une somme remarquable de fractions</i>	25
G. DELPIA : <i>La fonction exponentielle en classe de Sciences expérimentales</i>	26
Sur l'enseignement de l'Astronomie, par M. G. WALUSINSKI	27
Axiomatique et Redécouverte : Réunion du 19 octobre 1950, par M. Y. CRO- ZES	29
A travers les revues, par M. A. HUISMAN	30
Examens et Concours 1950. <i>Sujets de leçons de Mathématiques proposés</i> <i>aux oraux des Concours de recrutement</i>	33
Informations	Couv. III

Cotisations, Abonnements, Expédition des Bulletins 7, rue Candelot, Bourg-la-Reine

Abonnement d'un an au *Bulletin* (prix net) : France 400 fr.
 Prix d'un numéro du *Bulletin* ou d'un *Supplément* (prix net) : France. 80 fr.
 Les membres de l'Association (cotisation : 400 francs pour l'année scolaire)
 reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que les *Fascicules d'Enoncés*.

Régler par chèque postal en utilisant l'adresse suivante :

Paris, Cc. 5708-21

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public
 29, rue d'Ulm, Paris (5^e)

Couverture page II

Présidents d'Honneur

M. DELCOURT, M. HENNEQUIN

Bureau :

Président : M. POCHARD, 7, rue Pasteur, Saint-Cloud (S.-et-O.).
Vice-Présidents : M. CHAZAL, 2, rue Thimonnier, Paris, 9.
Mlle MASSON, 3, avenue de la Porte-de-Montrouge, Paris (14^e).
M. BIGUENET, 41, rue Mad.-Michelis, Neuilly (Seine).
M. EDDE, 51, rue des Rosiers, Saint-Ouen (Seine).
Secrétaires : M. BENOIST, Collège Diderot, Paris.
M. CROZES, 10, rue Buisson-Saint-Louis, Paris (10^e).
M. GIRARD, 37, rue Davioud, Paris (16^e).
M. HUISMAN, 11, rue Jacques-Cœur, Paris (4^e).
M. RUFF, professeur au Lycée Voltaire (Paris).
Trésorier : M. MINOIS, 7, rue Colonel Candelot, Bourg-la-Reine (Seine).

Comité :

Membres élus

En 1947 : M. BAY (*Condorcet*) ; M. CARALP (*Montaigne*) ; M. CROZES (*Louis-le-Grand*) ; M. DELTHEIL (*Faculté de Toulouse*) ; Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. PÉTRUS (*Ranson*).

En 1948 : M. BERTRAND (*Marseille, Thiers*) ; M. EDDE (E.N. Auteuil) ; M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; M. MIRABEL (*St-Louis*) ; M. POCHARD (*Condorcet*) ; Mlle PROTIN (*Jules-Ferry*).

En 1949 : Mlle AFFRE (*Fénelon*) ; M. BIGUENET (E.N.P. St-Ouen) ; M. CHAZAL (*St-Louis*) ; M. GIRARD (*Arago*) ; M. GUITTON (*St-Louis*) ; M. LECOMTE (*St-Louis*).

En 1950 : Mlle BARBIER (*Victor-Duruy*) ; M. BENOIST (*Diderot*) ; M. GIRAULT (*J.-B. Say*) ; M. JACQUEMART (*Pasteur*) ; M. MINOIS (*Lakanal*) ; M. RUFF (*Voltaire*).

Membres de droit

Mlle DIONOT (*Sèvres*) ; Mme NICOUR (Lyon, *Marie-Fidalenc*) ; M. CANONGES (Castres) ; M. DUVAL (*Dorian*) ; M. POUX (Saint-Cloud) ; M. MARVILLET (Strasbourg, *Kléber*).

Rapporteurs

Classes Nouvelles : Mlle DIONOT ; *Enseignement moderne court :* MM. EDDE et GIRAULT ; *Enseignement technique :* M. BIGUENET ; *Ecoles Normales :* M. EDDE ; *Premier Cycle :* M. CARALP ; *Seconde et Première :* M. CROZES ; *Philosophie, Sciences Expérimentales, Mathématiques :* M. FAVRELLE, M. MINOIS, Mlle PROTIN (S. Ex.) ; *Mathématiques Supérieures :* M. MIRABEL ; *Classes préparatoires aux Grandes Ecoles :* M. PÉTRUS ; *Définitions de mots et notations mathématiques :* *Axiomatique et Redécouverte :* M. CROZES ; *Sujets des compositions et épreuves orales aux différents examens et concours :* Brevet et Ecoles Normales : M. EDDE. — Baccalauréat : M. FAVRELLE. — Grandes Ecoles : M. CHAZAL. — *Concours général :* M. SINGIER ; *Histoire des Mathématiques :* M. ITARD ; *Mathématiques et Psychologie scolaire :* M. MONAVON ; *Cinéma d'Enseignement :* M. EUVRARD ; *Matériel d'Enseignement :* MM. MONJALON, JACQUEMART, BIGUENET ; *Enseignement de l'Astronomie :* M. WALUSINSKI.

Correspondants

Aix-Marseille : M. BERTRAND (*Marseille, Thiers*) ; *Besançon :* M. BOUCHAË (*Besançon*) ; *Dijon :* M. DURRANDE (*Dijon*) ; *Lille :* M. FAVRELLE (*Lille, Faidherbe*) ; *Lyons :* M. THOVERT (*Lyons, Ampère*) ; *Montpellier :* M. JAUSSAUD (*Nîmes*) ; *Nancy :* M. MOUGENOT (*Nancy, Henri-Poincaré*) ; *Rennes :* M. RENAUD (*Rennes*) ; *Strasbourg :* M. EHRHARDT (*Strasbourg, Kléber*) ; *Maroc :* M. QUEYSANNE (*Casablanca, Lyautéy*) ; *Tunisie :* M. SAUVAN (*Tunis, Carnot*).

N.-B. — Adresser, soit au Président, soit à M. HUISMAN, 11, rue Jacques-Cœur, Paris, 4^e, toute communication destinée à la Deuxième Partie du Bulletin.

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis du Trésorier

Le Trésorier invite les correspondants de chaque établissement à lui envoyer, le plus rapidement possible, les cotisations de leurs collègues mathématiciens.

Il les prie, pour lui faciliter un travail très lourd, de lui faire connaître :

- α) les noms des différents cotisants (avec leur prénom usuel, si possible) ;
- β) les noms et les fonctions, l'année précédente, des nouveaux membres ;
- γ) les noms et le poste nouveau de ceux qui ont quitté l'établissement depuis octobre 1949 ;
- δ) l'adresse à laquelle ils désirent recevoir les différents *Bulletins*, y compris ceux qui peuvent paraître en période de vacances.

Envoyer les cotisations (400 francs) à l'adresse :

Association des Professeurs de Mathématiques

29, rue d'Ulm, Paris, 5^e

C.c. Paris 5708-21

II. Réunions du Comité

29 Avril 1950

Présents : Mlles AFFRE, BARBIER, MASSON, PROTIN ; MM. BAY, BIGUENET, CARALP, CHAZAL, CROZES, EDDE ; Mme FLAMANT ; MM. GIRARD, GUITTON, JACQUEMART, MINOIS, MIRABEL, POCHARD, RUFF.

Excusés et représentés : MM. BENOIST, BERTRAND, DELTHEIL, FAVRELLÉ, GIRAULT, LECOMTE, PÉTRUS.

Présidence du Comité. — Le Comité procède, sous la présidence de Mlle MASSON, à l'élection de son président. Les résultats du vote sont les suivants :

M. POCHARD : 13 voix, élu ; M. JACQUEMART : 8 voix ; M. PÉTRUS : une voix. Abstentions : 2.

Bureau. — M. POCHARD prend alors la présidence, et il est procédé à la désignation du Bureau. La situation est la suivante : MM. CAGNAC et HUISMAN quittent le Comité cette année ; d'autre part, Mlle AFFRE et Mlle PROTIN demandent à être relayées à la trésorerie et au secrétariat.

La composition du Bureau est alors, à l'unanimité, fixée comme suit :

Vice-présidents : Mlle MASSON ; MM. BIGUENET, CHAZAL, EDDE.

Secrétaires : MM. CROZES, BENOIST, GIRARD, MINOIS.

Trésorier : M. RUFF.

Rapporteurs. — Quelques préoccupations nouvelles se font jour et il est souhaité que les questions relatives à l'enseignement des Mathématiques dans leur ensemble soient mises à l'étude.

M. JACQUEMART, approuvé par le Comité, souhaite que le rapport relatif à la réforme de l'Enseignement soit confié au Président de notre Commission pour la réforme ; d'autre part, de nouveaux rapporteurs sont désignés :

Matériel d'enseignement : M. MONJALLON.

Histoire des Mathématiques : M. ITARD.

Cinéma d'enseignement : M. EUVRARD (Dijon).

Mathématiques et psychologie scolaire : M. MONAVON.

Enseignement de l'Astronomie : M. WALUSINSKI.

Procès-verbal de l'Assemblée générale. — Celui-ci est adopté à l'unanimité et le Comité décide de porter à la connaissance des autres Sociétés de Spécialistes la prise de position de notre Association : rejet d'une fédération comportant statuts, mais acceptation d'un Comité de coordination des Sociétés de Spécialistes (Comité sans statuts).

La Descriptive en Première. — La petite Commission mixte prévue par l'Assemblée générale (Secondaire et Technique) est créée. Elle comprend : MM. BENOIST, BIGUENET, CROZES.

M. JACQUEMART, qui met rapidement le Comité au courant des décisions du Conseil Supérieur en ce qui concerne les programmes des sections nouvelles, indique que la question doit être examinée aussi en ce qui concerne les sections C' et M'.

Axiomatique et redécouverte. — Nos régionales : Alger, Lyon, Nancy, ont déjà travaillé sur ce sujet. Aux journées de Sèvres, en décembre et en février, s'est affirmé le désir de voir créer une Commission permanente, chargée d'étudier les répercussions possibles de l'Axiomatique sur nos méthodes d'enseignement. Le Comité décide de créer cette Commission. Il sera fait appel à tous les collègues s'intéressant à la question.

Sujets d'examen. — Il est souhaité que nos régionales soient associées au travail d'étude et de critique des sujets ; d'autre part, il serait intéressant de pouvoir se procurer, pour information, les sujets donnés autrefois (époque 1905). M. RUFF va entreprendre de telles recherches dans les archives de l'Académie de Paris.

Date des réunions de Comité. — Plusieurs collègues, et notamment nos collègues de province, ont regretté de n'avoir pu assister à cette réunion, tenue le samedi. Il est donc décidé de revenir à la tradition (réunions de préférence le deuxième et le quatrième jeudi du mois).

Décisions de la Commission des économies. — Le Comité décide de protester contre toute réduction du budget de l'Education Nationale.

8 Juin 1950

Présents : Mlle AFFRE ; MM. BIGUENET, CHAZAL, CROZES ; Mme FLAMANT ; MM. GIRARD, GIRAULT, JACQUEMART ; Mlle MASSON ; MM. MINOIS, MIRABEL, POCHARD ; Mlle PROTIN.

Excusés : Mlle BARBIER ; MM. BAY, BENOIST, BERTRAND, CANOÏGE, CARALP, DELTHEIL, EDDE, GUITTON, LECOMTE, MARVILLET ; Mme NICOD ; MM. PONTIÉ, RUFF.

M. MINOIS donne d'abord lecture d'une lettre où M. LECOMTE exprime son inquiétude en ce qui concerne la date de la dernière réunion et la façon dont l'élection du Bureau s'est déroulée. Le Comité, sur la proposition de M. JACQUEMART, décide d'assurer notre collègue de la parfaite régularité du vote, où les suffrages des 24 membres du Comité ont été exprimés.

M. CROZES, qui représentait M. LECOMTE au dernier Comité, lui apportera toutes les informations nécessaires.

Baccalauréat. — Une demande sera faite afin que l'autorisation d'apporter des tables trigonométriques soit signalée sur les convocations à la 1^{re} Partie.

Il conviendrait également que les candidats aux Sciences Expérimentales soient avertis d'avoir à apporter leurs tables de logarithmes pour l'épreuve orale de Mathématiques.

Elections au Conseil Supérieur. — Le Comité décide de porter à la connaissance des Syndicats et des Sociétés de Spécialistes scientifiques la liste des candidats ayant sa sympathie. Cette liste est établie par ordre alphabétique et sans distinction d'appartenance syndicale, de la façon suivante :

Enseignement Technique : MM. BIGUENET et DUVAL.

Enseignement Secondaire :

— *Agrégées :* Mlles AFFRE, DIONOT ; Mme FLAMANT (Paris) ; Mlles GUITEL, MASSON.

— *Agrégés :* MM. CHAZAL, GOUNON, JACQUEMART, LECOMTE, MARVILLET.

— *Licenciées et Certifiées :* Mme NICOURD.

— *Licenciés et Certifiés :* MM. CANONGE, GIRAULT, PONTIÉ, POUX.

Horaires et programmes. — M. JACQUEMART entretient le Comité des travaux du C.S.E.N. en ce qui concerne le Baccalauréat des Sciences Economiques et plus particulièrement l'épreuve de Mathématiques à la 2^e Partie de ce Baccalauréat. Enfin, un échange de vues a lieu relativement aux programmes de l'ensemble du deuxième Cycle, programmes qui seront étudiés lors des prochains Comités.

III. Documents officiels

Concours de l'Enseignement Public en 1950

1. Agrégation des Sciences Mathématiques

MM.	MM.
1. LIONS (E.N.S.).	16. ABADIE.
2. LAURENT (St-Cloud).	17. LAGRANGE (aud. E.N.S.).
3. CHABERT (E.N.S.).	18. LENOIR.
4. BLANCHARD (E.N.S.).	19. LANNOU.
5. FOUQUÈS.	20. MALGRANGE (E.N.S.).
6. CERF (E.N.S.).	21. GILLET (E.N.S.).
7. GODEFROY.	22. COUTY.
8. ARAGNOL (E.N.S.).	» NOYER.
9. BERNARD (Jacques) (St-Cloud).	24. GUÉRINDON (E.N.S.).
10. ROUMIEU.	25. CRUBELLIER.
11. MALATIAN (E.N.S.).	26. FALGAS.
12. POUGNET.	27. AVIGNANT.
13. PORTIER.	28. FERRÉ.
14. ARDON.	» LECOMTE.
15. DONEDDU.	

2. Agrégation féminine de Mathématiques

Mmes et Mlles

1. COMTE (E.N.S.).
2. GIRAUDOT (E.N.S.).
3. NOVARO.
4. LOQUINEAU (E.N.S.).
5. TISON (E.N.S.).
6. BOCQUET (Fontenay).
- » DENIS (E.N.S.).

Mmes et Mlles

8. MONTET.
9. DUPUY.
10. RIVAYROL.
11. CHIFFRE (aud. E.N.S.).
12. GRANSARD (E.N.S.).
- » HAEGEL (E.N.S.).
- » LOMBARD.

3. Admissibles à l'Agrégation ayant obtenu le C.A. à l'Enseignement dans les Collèges

MM.

ANGELI.
BRIGNON.
DEVAL (E.N.S.).
JAY (E.N.S.).

MM.

LESAGE.
LÉVY-BERNARD (E.N.S.).
MOREL (E.N.S.).

Mmes et Mlles

LARAVOIRE (E.N.S.).
GOUBÉ (E.N.S.).
LOIRON (aud. E.N.S.).

Mmes et Mlles

RUTH (E.N.S.).
CHAPPOUX.

4. Certificat d'aptitude à l'Enseignement dans les Collèges Section E : Mathématiques et Sciences Physiques

Candidats

MM.

1. SOULÉ.
2. EYRAUD.
3. DEBARBIEUX (St-Cloud).
- » LAMBINET (St-Cloud).
5. DEPOMMIER.
6. BRASQUET (St-Cloud).
- » BURILLON (St-Cloud).
8. MOINE.
9. BUYLE-BODIN (St-Cloud).
10. FAILLIÉ (St-Cloud).
11. VINCENT (St-Cloud).
12. GRACE.
13. DUCROT.
- » GRAND.
15. BRISSONNEAU (St-Cloud).

MM.

- » MARBAIX.
17. ARNAUD.
18. PAVAGEAU (St-Cloud).
19. MARCHAL (St-Cloud).
20. CALCINE (St-Cloud).
21. DENIZOT (St-Cloud).
- » FOUCAUD.
23. PAINCHAULT (St-Cloud).
24. OYALLON (St-Cloud).
25. BARTHEZ.
26. HUC.
27. ROUSSEAU.
28. ESPINANNE.
29. MAILLET.
30. CUBELLIER.

MM.
 31. BUSSON.
 » LABIT.
 33. GIBERT.
 34. PETIARD.
 » TEXSIER (St-Cloud).
 » THOMAS (St-Cloud).
 37. MARTY.
 38. BUS.

MM.
 39. LONCHI.
 » TARRALLE.
 41. CHARBONNEL.
 42. MESTRE.
 43. SIRJACQUES.
 44. MESGUICHE.
 45. FULIN.

Candidates

Mmes et Mlles
 1. PORTÉ (Fontenay).
 2. CHARDON (Fontenay).
 3. GUILLOUX (Fontenay).
 4. MUNSCH (Fontenay).
 5. GERMAIN (Fontenay).
 6. CHAMPIER (Fontenay).
 7. MAZOUÉ.
 » ROQUES.

Mmes et Mlles
 9. ACHILLE.
 10. BURNIER.
 11. MALLET.
 12. RISPAL (Fontenay).
 13. GENIEYS.
 14. ICHAS (Fontenay).
 15. MAURAUX.

IV. Conseils de l'Enseignement du Second Degré

1. Résultats des Elections de Juin-Juillet 1950

1. Enseignement masculin : Agrégés scientifiques

<i>Titulaires</i>	<i>Suppléants</i>
<i>Premier tour :</i>	
MM. RUMEAU 493 voix	MM. GUINIER 496 voix
CAMPAN 446 —	MARVILLET 474 —
	PANIEL 471 —
<i>Deuxième tour :</i>	
M. JACQUEMART 364 voix	

2. Enseignement féminin : Agrégées scientifiques

<i>Titulaires</i>	<i>Suppléants</i>
<i>Premier tour :</i>	
Mlle COURTIN 247 voix	Mme PARODI 223 voix
Mlle DIONOT 236 voix	
<i>Deuxième tour :</i>	
	Mlle AFFRE 200 voix

3. Enseignement masculin : Certifiés et Licenciés scientifiques

<i>Titulaires</i>		<i>Suppléants</i>	
<i>Premier tour :</i>			
MM. BOVAL	1.362 voix	MM. GIRAULT	1.361 voix
CANONGE	1.345 —	LAFOREST	1.360 voix
PETIT	1.300 —	POUX	1.321 —

4. Enseignement féminin : Certifiées et Licenciées scientifiques

<i>Titulaires</i>		<i>Suppléants</i>	
<i>Premier tour :</i>			
Mlle POTIER	751 voix	Mlle TONNELAT	749 voix
Mme NICOUD	742 —	Mlle ROUGUIÉ	738 voix

2. Remerciements

Mlle DIONOT remercie les collègues qui ont voté pour elle aux élections du C.E.S.D. et fera de son mieux pour les représenter.

Mlle MASSON remercie aussi les collègues qui ont voté pour elle.

Lettre de M. JACQUEMART à tous les Sociétaires

MES CHERS COLLÈGUES,

Vous avez bien voulu me renouveler votre confiance lors des récentes élections au Conseil d'Enseignement du Second Degré. Je vous en remercie très cordialement.

Comme par le passé, je continuerai à défendre la cause de notre Spécialité conformément aux décisions de l'Association, et je serai très heureux d'accueillir toutes les suggestions que vous pourrez me transmettre.

Veuillez agréer, mes chers Collègues, l'expression de mes sentiments dévoués.

E. JACQUEMART.

V. Conseil Supérieur de l'Education Nationale 2^e et 3^e trimestres 1949-50

*Rapport de M. JACQUEMART
sur les délibérations du Conseil Supérieur de l'Education Nationale*

La Section permanente du Conseil d'Enseignement du Second Degré s'est réunie le 22 décembre 1949 (1). L'ordre du jour comportait des modifica-

(1) Le compte rendu des séances antérieures au 22 décembre 1949 a été publié dans le n° 131 du *Bulletin* de l'A.P.M.

tions aux programmes des Baccalauréats français organisés au Liban, en Syrie, en Egypte et en Tunisie ; aucun changement n'avait été proposé en ce qui concerne les Mathématiques (cf. B.O. n° 6 du 9 février 1950, et B.O. n° 11 du 16 mars 1950).

Les séances du Conseil Supérieur, le 10 janvier 1950, et de sa Section permanente, le 20 janvier, ont été exclusivement consacrées à l'étude de demandes de subventions émanant d'établissements secondaires privés.

Le Conseil d'Enseignement du Second Degré, réuni le 2 février 1950, a adopté un arrêté instituant un Concours général d'arabe littéral (Cf. B.O. n° 8 du 23 février 1950, et B.O. n° 14 du 6 avril). Il a ajourné jusqu'en 1951 l'étude d'un arrêté modifiant l'organisation du B.E.P.C. et en particulier le régime des options. Au cours de la discussion, il a été nettement précisé que l'épreuve écrite de Mathématiques devrait porter sur le programme de Troisième, *commun* à l'enseignement long et à l'enseignement court. Dans le même ordre d'idées, je me suis opposé à la création d'une option comportant « une épreuve pratique de Mathématiques pouvant comporter des applications numériques et graphiques sur le programme de la classe de Troisième ». Si on compare, en effet, les programmes de Troisième A, B, M et de Troisième moderne (enseignement court), on constate que le second prévoit des problèmes empruntés à *la Physique*, des tableaux de valeurs, etc... qui ne figurent pas dans le premier ; il en serait résulté un désavantage très net, en face de l'option précitée, pour les candidats des sections A, B, M, non préparés, ou moins bien préparés à cette épreuve.

Enfin, au cours de la session, M. le Directeur du Second Degré a fait un exposé d'ensemble sur la situation des classes nouvelles et de l'Enseignement du Second Degré.

Le Conseil Supérieur s'est réuni à nouveau le 7 février 1950. A l'ordre du jour figuraient :

1° Des demandes d'avis sur des subventions à des établissements secondaires privés.

2° Un projet de décret relatif à la licence ès-lettres. (Adopté. Cf. B.O. n° 13 du 30 mars 1950).

3° Un vœu tendant à soumettre à la déclaration d'ouverture, conformément à la loi du 30 octobre 1886, les établissements recevant des mineurs défectifs, délinquants ou en danger moral. (Adopté).

4° Une demande d'équivalence du Baccalauréat pour le Diplôme d'Etudes supérieures islamiques de l'Académie d'Alger. (Adoptée avec limitation de date au 1^{er} octobre 1956. Cf. B.O. n° 24 du 8 juin 1950).

5° Une proposition tendant à fixer les grandes vacances du 1^{er} juillet au 15 septembre. (Repoussée).

Enfin, le Conseil a adopté un projet de décret transformant les Medersas algériennes en lycées d'enseignement franco-musulman.

Dans le *Bulletin* de l'A.P.M. n° 131 (page 24), j'avais demandé à nos collègues enseignant en Algérie de vouloir bien me communiquer leurs observations sur ce projet. N'ayant reçu aucune réponse, j'ai cru pouvoir

l'accepter après avoir demandé à M. GAU, Recteur de l'Académie d'Alger et rapporteur, certaines garanties concernant l'enseignement des Mathématiques ; en particulier sur la création — non prévue dans le projet — de sections correspondant aux Mathématiques Élémentaires, et, en attendant, sur l'orientation des bons esprits scientifiques vers les classes de Mathématiques Élémentaires d'autres établissements. M. le Recteur GAU m'a donné tous apaisements sur ce point, de même qu'il a nettement affirmé l'équivalence des programmes de Mathématiques avec ceux de nos lycées. En ce qui concerne les horaires, on peut noter leur équivalence en Sixième, en Deuxième et Première moderne ; 1 h. 1/2 de plus en Troisième moderne et une demi-heure de moins en Quatrième, en Cinquième et en Troisième classiques. Ces différences s'expliquent par des nécessités locales et en particulier par le désir de ne pas heurter les traditions des musulmans « qui ne peuvent renoncer à leur culture traditionnelle, à leur langue, à leur littérature et à leur religion », selon les termes du rapporteur.

Il s'agit d'ailleurs d'une expérience dont les données initiales pourront être modifiées et je compte ici sur nos collègues mathématiciens d'Algérie pour me communiquer toutes les suggestions que la mise en vigueur du projet pourra provoquer.

La Section permanente du Conseil Supérieur d'Enseignement du Second Degré s'est réunie le 27 avril 1950.

Un projet de décret relatif à la Licence ès-lettres — mention Langues vivantes — a été repoussé.

Un projet de décret concernant les étudiants de l'Université de la Sarre et ajoutant aux Certificats déjà reconnus équivalents (cf. *Bulletin* de l'A.P.M. n° 131, page 23), ceux de Botanique et de Géologie, a été ajourné en attendant le résultat d'une enquête et la présentation d'un projet d'ensemble dont l'application devra être limitée dans le temps.

La Section permanente a ensuite adopté un projet d'arrêté tendant à admettre le professorat des E.N. et Collèges modernes (2^e Partie), en dispense du Certificat d'Etudes littéraires générales, en vue de la licence ès-lettres (cf. *B.O.* n° 29 du 13 juillet 1950).

Des retouches aux programmes du Baccalauréat organisé au Maroc ont été adoptées. Ces retouches ne concernent pas les programmes des Mathématiques (cf. *B.O.* n° 26 du 22 juin 1950).

Un vœu de protestation contre les décisions de la Commission des Economies a été adopté à l'unanimité.

La Section permanente a enfin été amenée à étudier un projet de création de nouvelles sections du Baccalauréat. Ces propositions, en ce qui concerne les sections A', C Sciences expérimentales, et M Sciences expérimentales, respectaient les conclusions des travaux de la Commission préparatoire (cf. *Bulletin* de l'A.P.M. n° 131, pages 21 et 22). L'accord pouvait donc se faire sur cette partie du projet. Mais un certain nombre de points de friction se sont révélés ou confirmés en ce qui concerne la section « Sciences économiques » (cf. *Bulletin* de l'A.P.M. n° 131, pages 22 et 23), et la Sec-

tion permanente a confié à une Commission mixte (Second Degré et Technique) l'étude des possibilités d'accord. Les travaux de cette Commission n'étaient pas terminés en juillet et nous en donnerons ultérieurement le compte rendu.

Le Conseil Supérieur a été convoqué les 23 et 24 mai 1950.

Il a adopté un projet d'arrêté relatif aux durées d'éviction des élèves et des professeurs atteints de maladies contagieuses (cf. *B.O.* n° 29 du 13 juillet 1950).

Au cours de la matinée du mardi 23 mai, les représentants du personnel se sont associés à une déclaration de M. RIVIÈRE protestant contre les décisions de la Commission des Economies et, pour appuyer cette protestation, ils ont décidé de s'abstenir d'assister à la séance de l'après-midi.

M. FARAL, Administrateur du Collège de France, Président de la Commission de la Réforme de l'Enseignement, créée par le Conseil Supérieur (cf. *Bulletin* de l'A.P.M. n° 131, pages 24 et 25), a fait connaître que la Commission avait décidé de suspendre ses travaux, devenus inutiles, puisque la Commission des Economies, en conseillant l'amputation de crédits considérables actuellement indispensables au bon fonctionnement des services d'enseignement, démontrait en même temps sa volonté de refuser au projet de réforme les larges crédits nécessaires à sa mise à exécution.

Le Conseil a approuvé cette décision et la Commission ne reprendra ses travaux que si elle y est invitée par le Conseil plénier.

Le Conseil a adopté un projet de décret tendant à modifier l'échelle des peines prévues par le décret du 21 juillet 1897, relatif au régime scolaire et disciplinaire des Universités (cf. *B.O.* n° 33 du 14 septembre 1950).

Il a ratifié la décision de la Section permanente du Second Degré concernant le professorat des E.N. et Collèges modernes, admis en dispense du Certificat d'Etudes littéraires générales en vue de la Licence ès-lettres (cf. *B.O.* n° 29 du 13 juillet 1950).

Le projet de décret relatif à la Licence ès-lettres-langues vivantes, antérieurement repoussé par la Section permanente du Second Degré, a été adopté après modification (cf. *B.O.* n° 29 du 13 juillet 1950).

L'équivalence, pour les étudiants de la Sarre, des Certificats de Botanique et Géologie en vue de la Licence ès-sciences, dans les conditions déjà mentionnées pour d'autres Certificats (voir *Bulletin* A.P.M. n° 131, page 23), ajournée, comme il a été expliqué plus haut, par la Section permanente du Second Degré, a été adoptée après addition de la mention « à titre provisoire », en attendant les résultats d'une enquête qui sera entreprise dans le plus bref délai.

Le Conseil a ensuite étudié des demandes de subventions à des établissements secondaires privés, des demandes d'autorisation d'enseigner et de dispense de stage.

Il a adopté un vœu de M. l'Inspecteur d'Académie HELLER demandant une liaison entre le Ministre de l'Education Nationale et les divers ministères qui ont institué des services d'enseignement, et une enquête sur les établissements créés et les diplômes délivrés par ces ministères.

L'ordre du jour appelait ensuite l'étude des nouvelles conditions d'admission à l'Ecole des élèves ingénieurs-mécaniciens de la Marine. Au cours du débat, j'ai dû constater que, si le programme était explicitement présenté, il n'en était pas de même des règles du concours dont l'article 7 confiait la fixation au Secrétaire d'Etat chargé de la Marine. Or, ces règles devraient, elles aussi, être soumises au Conseil. J'ai protesté également contre le caractère hâtif de la présentation qui nous avait été faite et contre l'absence de coordination entre les divers projets qui nous avaient déjà été présentés pour plusieurs Ecoles. On sait que le Conseil Supérieur avait approuvé, dans sa séance du 25 février 1949, la création d'une Commission interministérielle qui serait chargée de l'étude des programmes des Concours d'entrée aux Grandes Ecoles, etc... (cf. *Bulletin* de l'A.P.M. n° 128, pages 107 et 108) ; le Conseil avait même fixé la structure de cette Commission. Or, depuis plus de dix-huit mois, nous attendons toujours la désignation des membres. J'ai donc fait adopter le vœu suivant : « Le Conseil Supérieur regrette le retard apporté à la désignation des membres de la Commission interministérielle. Il souhaite qu'elle soit chargée, en particulier, de la réorganisation des Concours d'entrée aux Grandes Ecoles scientifiques. »

Le programme du Concours a été adopté sous réserve que le décret sur le Concours et l'arrêté sur le régime de transition seraient soumis au Conseil Supérieur. Cette procédure a été acceptée par les représentants de la Marine.

Le Conseil avait ensuite à prendre une décision sur un projet de décret modifiant sa propre composition et ses attributions. Le projet prévoyait en particulier l'introduction dans le Conseil Supérieur et les divers Conseils d'Enseignement :

1° des membres des Comités techniques paritaires, soit ministériel, soit de direction ;

2° des membres désignés par les représentants des organisations syndicales au sein des Comités techniques.

Après une intervention de M. MOREL, professeur à la Faculté de Droit de Paris, le Conseil a ajourné l'examen du projet par 31 voix contre 8 opposants et 4 abstentions.

L'argumentation de M. MOREL avait mis en évidence le caractère non encore légal des Comités techniques paritaires ; dans ces conditions, l'introduction dans le Conseil Supérieur de membres de ces Comités aurait entaché de nullité — au regard du Conseil d'Etat — non seulement le décret lui-même, mais toutes les décisions du Conseil Supérieur statuant, soit comme corps consultatif, soit comme juridiction contentieuse et disciplinaire.

Le Conseil a ensuite adopté un vœu du rapporteur, M. BESLAIS, Directeur général du Premier Degré, tendant à provoquer la parution, dans les délais les plus brefs, du règlement d'administration publique relatif au statut du corps enseignant, prévu par la loi du 19 octobre 1946 et par le décret du 24 juillet 1947. Seul, en effet, ce règlement sera capable de donner aux

Comités techniques paritaires l'existence légale qui permettra à leurs membres de faire partie du Conseil Supérieur.

En fin de session, le Conseil Supérieur a refusé de proroger ses propres pouvoirs au delà de la date prévue par la loi ; il a également regretté l'absence d'un arrêté ministériel qui, dans les délais normaux, aurait pu prendre les mesures nécessaires pour le renouvellement des Conseils d'Enseignement.

E. JACQUEMART.

DEUXIÈME PARTIE

Autour de l'idée de distance

*Conférence faite par M. G. BOULIGAND, Professeur à la Sorbonne
aux journées de Sèvres, en février 1950*

VUES EXPÉRIMENTALES. — Le corps solide, qui livre l'idée vulgaire de distance, conduit aussi à d'autres notions, dont : le *chemin minimum* joignant deux points A, B de la surface (S) d'un galet convexe ; un tel chemin (L) est donné par un fil inextensible tendu entre A, B sur (S). Si (S) est une sphère où A, B sont diamétralement opposés, on a une même distance minima réalisée par tous les demi-cercles de diamètre AB. Cela permet, en géométrie de la sphère, d'introduire une fonction symétrique $d(A, B)$ assurant l'inégalité triangulaire

$$d(A, B) < d(A, C) + d(C, B),$$

laquelle devient égalité si C est sur (L), qui est ici un arc de grand cercle. Par rapport au couple A, B, on dit, en ce dernier cas, que C est un point intermédiaire ou *interpoint*. Ayant tracé l'arc de grand cercle joignant A, B, pris non-opposés, on peut associer à un interpoint I des points J tels que B soit intermédiaire relativement à I, J : cela donne deux arcs de grand cercle ayant une partie commune et suggère la notion de *prolongement* d'un chemin minimum (L) sur la sphère, notion qui permettrait de parfaire un grand cercle à partir d'un arc arbitrairement petit. Tout cela peut se transposer au cas de (S) convexe quelconque, en s'en tenant à y prendre des points A, B, C assez rapprochés. On constate alors l'unicité du chemin minimum entre deux d'entre eux. Tout arc partiel d'un chemin minimum est encore un chemin minimum et on peut reprendre l'idée de prolongement au sens précédent, ce qui ne donne pas, en général, une ligne fermée. Voilà une occasion d'élargir la *géométrie des distances*.

D'autres extensions sont suggérées par une expérience différente. Etant donné un bloc (B) de caoutchouc, on peut le déformer selon une loi continue et biunivoque, ou, ce qui revient au même : de manière que subsistent les *relations de contiguïté et voisinage* entre ses fragments nés d'une subdivision arbitraire. Entre deux configurations globales de (B), on a une rela-

tion remarquable, l'équivalence élastique (ou isotopie), contenant comme cas particulier l'équivalence rigide (ou égalité) qui s'exerce entre deux positions d'un solide. Chaque configuration fournit, à une équivalence élastique près, un modèle de (B). Pour expliciter à ce point de vue les relations de situation mutuelle des éléments de matière de (B) dans un état (E), on peut recourir à un autre état (E_1), équivalent élastique de (E), à cela près quelconque et noter les distances de ces grains deux à deux dans l'état (E_1). L'état (E) dans lequel s'est produit l'émission peut être reconstitué, parce que les distances prises en note en déterminent l'équivalent (E_1). Pour résumer, on dira : l'état (E) a été *distancié* d'après une convention, attribuant à chaque couple de points de (E) une distance estimée sur (E_1). On est loin du départ où les distances semblaient imposées, après choix d'un étalon. Le verbe actif *distancier* souligne ici l'option laissée à celui qui se préoccupe sans plus de repérer la situation mutuelle des grains, dans les conditions indiquées.

ELABORATION AXIOMATIQUE. — Partant de ces remarques, mais se libérant du concret (parfois gênant, quand on en vient, pour s'expliquer, à parler des grains d'un milieu continu...) on va maintenant prendre à priori un ensemble (E) d'éléments de même nature, qui seront appelés des *points* (convention de langage). A chaque couple M, N de ces éléments, on attache une valeur $D(M, N)$ positive pour M, N distincts, nulle pour M, N confondus. On suppose jusqu'à nouvel ordre $D(M, N) = D(N, M)$. Enfin, avec M. Maurice Fréchet, qui, dès 1905, utilisa ces prémisses, on suppose qu'en prenant sur (E) trois points M, N, P, deux à deux distincts, les trois valeurs $D(M, N)$, $D(N, P)$, $D(P, M)$ sont toujours les longueurs des côtés d'un triangle euclidien, parfois aplati.

Ces axiomes dépassent en généralité les cas visés ci-dessus. En effet, l'exemple du bloc de caoutchouc suggérerait de prendre un ensemble ponctuel (E), de le lier biunivoquement à un ensemble (E_1) de l'espace euclidien à trois dimensions, puis sur (E), d'attacher à tout couple M, N, la fonction $D(M, N)$ égalant la distance euclidienne entre les transformés M_1, N_1 de M, N sur (E_1). Avec une telle $D(M, N)$, pour tout entier p , chaque système de p points de (E) donnant lieu à $0,5 p(p-1)$ valeurs de D se laisse représenter, dans l'espace ordinaire, par un autre système de p points dont les distances usuelles ont les valeurs précédentes. Or, en prenant sur (E) quatre points M, N, P, Q, le fait que les six valeurs de D attachent à chaque triplet un vrai triangle n'assure pas un tétraèdre ayant ces six valeurs pour longueurs de ses arêtes. Cela résulte d'un exemple intéressant à d'autres titres.

Prenons (E) formé de quatre éléments qui sont respectivement les fonctions d'une même variable u

$$M=0, \quad N=\cos u \quad P=\sin u, \quad Q=\frac{1}{2} \cos^2 u + a \cos u \quad (a>0 \text{ très petit}),$$

dont on tracera simultanément les quatre diagrammes. Ce choix révèle tout ce que pouvait couvrir, au début de cette section, la convention de langage relative

au mot *point*. Appelons *distance* de deux tels éléments le maximum de la différence en valeur absolue de deux fonctions correspondantes. On obtient :

$$\begin{aligned} D(M, N) &= 1, & D(M, P) &= 1, & D(N, P) &= \sqrt{2}, \\ D(P, Q) &= 1 + 0,375 (2a)^{\frac{4}{3}} (1 + \eta), & D(N, Q) &= 1,5 - a, & D(M, Q) &= 0,5 + a; \\ & & & \text{(avec } \lim_{a \rightarrow 0} \eta = 0). \end{aligned}$$

Sauf celui concernant $D(P, Q)$, ces résultats s'obtiennent au seul examen des quatre diagrammes. La recherche de $D(P, Q)$ amène à étudier, en passant par l'intermédiaire de leurs inverses (inversion d'une fonction localement monotone), deux fonctions $\delta(a)$, $\varepsilon(a)$, infiniment petites, avec a et telles que $P'_a - Q'_a$ s'annule pour les valeurs

$$x_1 = -\pi/2 + \delta \qquad x_2 = \pi/2 + \varepsilon.$$

Des deux extréma relatifs ainsi obtenus pour la différence $P - Q$, on montre alors que c'est celui fourni par x_1 qui la rend la plus grande en valeur absolue (car celui provenant de x_2 donne à la place du terme en $a^{4/3}$ un terme en a^2). Cela posé, pour $a=0$, on a pour rabattement du triplet MNQ sur le plan MNP autour de MN un alignement $MN'Q'$, le point Q' étant le contact de deux cercles centrés, l'un en M , avec le rayon 0,5, l'autre en N , avec le rayon 1,5 ; pour avoir les deux autres rabattements analogues Q'' autour de MP , Q''' autour de NP , il faut prendre les intersections des deux cercles précédents avec celui de centre P , rayon 1. La projection de Q sur le plan MNP est au centre radical de ces trois cercles, comme il leur est extérieur, aucun point Q réel ne convient. Dès que x cesse d'être nul, les deux premiers cercles cessent d'être tangents, le triplet MNQ cesse d'être aplati, et tant que a n'a pas atteint une valeur suffisante, la projection de Q , centre radical des trois nouveaux cercles, leur reste extérieure. Le résultat annoncé est donc établi. (Les calculs indiqués seront détaillés, avec fig., dans la *Rev. de Math. Spéc.*)

L'exemple ci-dessus fait pressentir des applications de l'idée de distance aux fonctions continues et demeurant bornées, en ne les prenant au besoin que sur un segment donné. On montre que si P, Q sont deux fonctions quelconques continues pour $u_1 \leq u \leq u_2$ (les bornes pouvant chacune être infinie), on peut prendre, pour leur distance, le maximum de la valeur absolue de $P - Q$, ce choix assurant, dans l'ensemble des fonctions prises en compte, l'inégalité du triangle, tout au moins au sens large.

Il peut advenir que, partant d'un ensemble de quatre points soumis à une loi donnée de leurs distances mutuelles, cette loi soit compatible avec l'alignement en chacun des quatre triplets, sans que les quatre points puissent se représenter dans le plan, avec conservation des distances, par quatre points en ligne droite.

Cela se produit, par exemple pour quatre points m, n, p, q , formant le cycle des sommets successifs d'un parallélogramme et dont on convient de mesurer les distances en tendant un fil le long du contour, ce qui donne, pour deux sommets consécutifs du cycle, la longueur du côté correspondant, et, pour deux sommets opposés, celle du demi-périmètre.

Des circonstances de ce genre rendent délicate la recherche de critères permettant d'affirmer qu'un ensemble, donné avec une loi des distances mutuelles de ses éléments, a une représentation euclidienne (1).

(1) Pour un exposé de ces recherches, cf. K. Menger : *La Géométrie des distances*, Ens. Math., t. 35, 1936, p. 348-372 ; L. Blumenthal : *Distance Geometry*, Publ. Univ., Missouri, 1938.

Laissant ce point, il convient de souligner par contre la pluralité des manières de distancier un ensemble (E) en assurant pour chaque triplet la condition du triangle. D'un choix de D conforme à cette condition, on en déduit d'autres en remplaçant D par $\varphi(D)$ où φ a un diagramme partant de l'origine et cheminant dans l'angle des coordonnées positives avec sens permanent de concavité vers les ordonnées négatives. Mais cette solution n'est pas la plus générale.

1° Prenons en effet pour (E) la surface d'un cylindre de révolution, de rayon 1 et d'axe Oz. Pour deux points M, N de (E), soit θ la différence des angles polaires (entre O et π) et ζ celle des cotes. La distance de M, N exprimée comme longueur d'un fil tendu sur le cylindre entre ces points est $\sqrt{\theta^2 + \zeta^2}$: c'est une

fonction dont reste indépendante la longueur de la corde MN soit $\sqrt{4 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \zeta^2}$, vu que dans le plan auxiliaire θ, ζ les lignes de niveau sont distinctes.

2° Soit la famille des fonctions (contenant les M, N, P, Q de notre premier exemple) :

$$(1) \quad \frac{a_0}{\sqrt{2}} + a_1 \cos u + b_1 \sin u + a_2 \cos 2u + b_2 \sin 2u,$$

où a_0, a_1, b_1, a_2, b_2 sont des coefficients constants, d'ailleurs quelconques. Soient y, z , deux d'entre elles. On peut prendre, comme tout à l'heure

$$D(y, z) = \max |y - z|,$$

et cette manière de définir D assure, comme on l'a signalé, la condition du triangle. Il n'en est plus de même pour ce qui concerne le tétraèdre. Mais on peut distancier aussi comme suit :

$$\Delta^2(y, z) = \int_0^{2\pi} (y - z)^2 du = \pi (\alpha_0^2 + \alpha_1^2 + \beta_1^2 + \alpha_2^2 + \beta_2^2),$$

ei. appelant $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ les coefficients de l'expression (1) donnant $y - z$. On est ramené de la sorte à la géométrie d'un espace euclidien à cinq dimensions, ce qui permet de réaliser dans cette voie la représentation euclidienne d'une partie quelconque de la famille précédente.

VERS DES PROBLÈMES DE MINIMUM. — On peut distancier sans s'astreindre à poser $D(M, N) = D(N, M)$. Dans le plan euclidien, adoptons une unité de longueur valable pour toutes les parallèles à une même direction T, mais qui soit fonction continue de T. D'où, pour chaque vecteur libre, un mode d'estimation de la longueur, qu'on peut étudier sans supposer que deux vecteurs opposés ont des longueurs égales. Laissant de côté cette hypothèse, on peut établir le théorème suivant (Minkowski) :

Pour que soit vérifiée, dans les conditions qui précèdent, la propriété du triangle, il faut et il suffit que la courbe décrite autour de O, par l'extrémité d'un vecteur unitaire variable issu de ce point, soit convexe.

Cette courbe sera dite l'indicatrice. Si un arc de celle-ci se réduit à un segment, et si les vecteurs AB, BC, sont équipollents à des vecteurs issus de O et rencontrant ce segment, on montre que l'inégalité désirée se change en égalité. Ainsi se dégage la raison profonde du théorème (2).

La condition rappelée est encore celle pour qu'un segment de droite AC,

décrit de A en C, donne le minimum absolu de la longueur, selon la métrique précédente, entre tous les arcs cheminant de A en C. La dite longueur est encore la limite de périmètres polygonaux inscrits dont chaque côté est mesuré comme on l'a dit. Le sens de description ne s'élimine que si l'indicatrice admet O pour centre. Dans le cas général, à un vecteur de composantes ξ, η correspond une mesure $f(\xi, \eta)$ où f est positive et telle que pour tout coefficient positif k , on ait

$$f(k\xi, k\eta) = kf(\xi, \eta),$$

ce qui caractérise une fonction positivement homogène et du premier degré. La longueur d'un arc $\widehat{AB}$ aura pour mesure

$$\int_{\widehat{AB}} f(dx, dy) = \int_{t_A}^{t_B} f\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) dt \quad (t_B > t_A).$$

C'est ce qu'on nomme, plus spécifiquement, la f -mesure de l'arc. Il s'agit ici d'une f -mesure invariante par translation (3).

Ainsi, pour a , suffisamment petit, en prenant

$$f(\xi, \eta) = -a\xi + \sqrt{(a^2 + 1)\xi^2 + \eta^2},$$

on définit une f -mesure, invariante par translation si a est une constante, et dont l'indicatrice est un cercle, non-centré au point choisi comme origine si l'on suppose a non nulle.

De là, on passe à une f -mesure quelconque, dont l'indicatrice $J(M)$, tout en restant convexe, peut varier d'un point à un autre, selon une loi continue. Soit, en effet, une trajectoire $\widehat{AB}$ qu'un mobile décrit en prenant, pour chaque position M , une vitesse que figure un vecteur MV bien déterminé. Au moyen de l'indicatrice $J(M)$, on détermine la f -mesure de MV , soit v . La f -mesure de l'arc décrit entre t et $t + dt$ sera $v dt$. Soit $f(x, y; \xi, \eta) = 1$ l'équation de $J(M)$, qui conditionne ξ, η en laissant fixes les coordonnées x, y de M . La f -longueur totale de $\widehat{AB}$ sera

$$\int_{t_A}^{t_B} v dt = \int_{t_A}^{t_B} f\left(x, y; \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) dt = \int_{\widehat{AB}} f(x, y; dx, dy).$$

On pourra développer une f -géométrie, ayant pour objet les propriétés qui ne sont pas altérées quand on passe des variables x, y à de nouvelles variables x_1, y_1 par des formules

$$x = \varphi(x_1, y_1) \quad y = \psi(x_1, y_1),$$

définissant, au moins localement, une transformation biunivoque et continue. On passe ainsi de l'étalonnage différentiel $ds = f(x, y; dx, dy)$ à un autre analogue.

On peut, en particulier, définir dans cette voie une expression invariante de l'aire, laquelle rejoint l'intégrale double, classique en théorie des surfaces

$$\iint \sqrt{EG - F^2} du dv$$

(3) *Ibidem*, n° 307.

lorsqu'en chaque point d'un plan, qui sera dit le plan des u, v , on pose
 $f^2(u, v; du, dv) = E du^2 + 2F du dv + G dv^2$.

L'indicatrice $J(M)$ est alors une ellipse de centre M . Dans le cas général, l'expression invariante de l'aire possède la propriété de changer infiniment peu, si autour de chaque point M , on altère infiniment peu le contour $J(M)$. Bornons-nous à l'indiquer (4).

SUR LA MÉTRIQUE ANGULAIRE. — Revenons sur la f -géométrie dans le cas d'invariance par translation de $J(M)$. Prenons une courbe (C) , lieu d'un point M , douée en ce point d'une tangente MT . Appelons m un point de l'indicatrice $J(O)$ où la tangente mt à ce contour est parallèle à MT , et menons par M un vecteur MM_1 , tel que

$$\overrightarrow{MM_1} = \lambda \overrightarrow{Om};$$

puis laissons λ constant. Nous aurons

$$\frac{d\overrightarrow{M_1}}{dt} - \frac{d\overrightarrow{M}}{dt} = \lambda \frac{d\overrightarrow{m}}{dt}.$$

d'où il résulte que la tangente au lieu de M_1 est parallèle à la tangente au lieu de M . La f -longueur MM_1 est ici constante et égale à λ et ce qu'on obtient est une extension du théorème des courbes parallèles.

On peut donc dire encore que le segment MM_1 est normal en M à (C) . Mais cette extension s'écarte de la normalité au sens usuel, faute de réciprocité entre les deux directions appelées à former, à ce nouveau sens, des angles droits.

Pour récupérer ce caractère, on peut prendre pour indicatrice une conique de centre O . Mais il y a d'autres solutions. Traçons un parallélogramme $Oacb$, puis un arc convexe $\widehat{ab}$ tangent en a à ac , en b à bc . Soit Oa' le prolongement de Oa . Dans l'angle $\widehat{bOa'}$, associons à chaque point p une direction parallèle au rayon vecteur Oq , où q est le point de $\widehat{ab}$, où la tangente est parallèle à Op . On obtient ainsi dans $\widehat{bOa'}$ un champ directionnel conservé par toute homothétie de centre O . A partir de b , on peut alors tracer dans cet angle un arc et un seul tangent partout à la direction du champ. Réservons maintenant la lettre a' pour désigner l'extrémité de cet arc sur le prolongement de Oa . De l'arc $\widehat{aba'}$, on déduit un contour convexe et un seul ayant aa' pour diamètre conjugué des cordes parallèles à Ob . Ce choix d'indicatrice restaure la notion d'angle droit avec permutabilité des côtés. On ferait d'ailleurs de O un centre en prenant l'arc initial $\widehat{ab}$ tel que les cordes de cet arc parallèles à ab aient leurs milieux sur Oc .

Voilà donc introduite la perpendicularité. Il faut pousser la perpendiculation plus loin, si l'on veut accéder, en chaque point à une mesure des angles liée à un sous-groupe rotatif continu et à un paramètre du groupe

(4) *Ibidem*, n° 301-302.

linéaire. Cela conditionnera l'indicatrice, sans faire mieux que de la déterminer à une transformation linéaire près.

Soit r le sous-groupe rotatif cherché, astreint à conserver un point O et à laisser l'indicatrice $J(O)$ globalement invariante, groupe dont une opération quelconque ω change un rayon Ou en un rayon Ov , qui en est toujours distinct dans le champ réel. Entre Ou , Ov , on a donc une correspondance homographique avec rayons doubles imaginaires. Le groupe r contient d'abord toutes les puissances entières de ω , dont chacune détermine une homographie h_n ayant les mêmes rayons doubles que l'homographie initiale h_1 . On peut aussi noter dans r la présence d'une opération ρ telle que $\rho^2 = \omega$, et qui, composée avec une symétrie par rapport à O , redonne une seconde opération du même type ; elles sont les seules à remplir la condition $\rho^2 = \omega$. Retenons l'une d'elles. Retenons aussi une opération σ telle que $\sigma^2 = \rho$ et répétons indéfiniment ce processus. Dans la suite des $\rho, \sigma, \dots$ figurent des homographies dont les rayons doubles sont toujours les mêmes. On parvient, grâce à cette suite, à construire sur le groupe cherché, lequel est un ensemble continu à une dimension, un ensemble d'éléments partout dense.

Finalement, il existera une forme quadratique

$$F = \alpha x^2 + 2\beta xy + \gamma y^2, \quad \text{avec } \alpha\gamma - \beta^2 > 0,$$

dont l'annulation donne les rayons doubles communs à toutes les homographies précédentes. Par une quelconque des transformations linéaires, cette forme va se changer en

$$\lambda(\alpha x^2 + 2\beta xy + \gamma y^2) \quad (\lambda \text{ constant}).$$

Puisque le groupe r conserve globalement l'indicatrice, il en respecte l'aire, donc il est formé, contenant la transformation identique, de transformations linéaires de déterminant égal à l'unité. Choissant un système de vecteurs fondamentaux tel que, dans ce système, l'équation $F = 0$ représente les isotropes, on obtient un modèle du groupe cherché dans lequel toutes les transformations, qui seront alors des similitudes, devront en outre conserver les aires en grandeur et en signe, c'est-à-dire se réduire aux rotations ordinaires. On voit ainsi que λ doit se réduire à l'unité, propriété indépendante du modèle.

D'où la conclusion cherchée : *il n'y a, pour le cas d'invariance par translation de $J(M)$, une métrique angulaire liée à un sous-groupe r , que si l'indicatrice en chaque point est une ellipse, centrée en ce point, et translatée d'une ellipse fixe.*

Ainsi se précise la notion d'angle. On voit que cette notion continue à s'étendre si, choissant pour $J(M)$ une ellipse de centre M , on renonce à l'invariance par translation : ce qui ramène à des considérations bien classiques en théorie des surfaces, lorsqu'on calcule par la formule

$$ds \delta s \cos \theta = E du \delta u + F du \delta v + G dv \delta v$$

l'angle sous lequel se coupent deux courbes issues d'un point M de la surface, et dont deux éléments d'arc dM , δM , de longueurs respectives ds , δs , proviennent des vecteurs élémentaires (du, dv) et $(\delta u, \delta v)$ du plan antécédent (u, v) .

Notons enfin qu'on peut songer à étendre la notion d'angle par voie d'étalement différentiel quand $J(M)$ ne se réduit pas à une ellipse de centre M . Il faudrait alors définir l'angle infiniment petit $d\alpha$ formé par deux rayons vecteurs MU , MU' infiniment voisins de $J(M)$ (MU étant supposé fixe). A cette fin, on pourrait remplacer $J(M)$ par l'ellipse de centre M osculatrice en U à cette courbe convexe. Mais l'introduction des dérivées secondes fait que la valeur ainsi conférée à $d\alpha$ sera susceptible de varier *ad libitum* pour une altération infiniment petite du champ des $J(M)$. Une telle extension heurte donc les principes métrologiques habituels (contrairement à ce qui s'est produit pour l'extension de la notion d'aire).

REMARQUES SUR LES COURBES PARALLÈLES. — Au début de la section précédente, s'est offerte une extension du *parallélisme des courbes*. Ce thème pourrait servir de transition et soulever, en géométrie plane, cette question importante :

plus courte distance (p.c.d.) d'un point à un ensemble ponctuel E.

On peut y rattacher un vaste champ d'expérimentation, accessible à de jeunes élèves, dans le cas où il s'agit d'une distance euclidienne et d'ensembles E choisis très simplement (5).

Parallélisme des courbes et p.c.d. d'un point de l'une à la seconde sont deux motifs à réflexion, venant illustrer la remarque suivante, d'application assez fréquente :

Deux notions mathématiques peuvent coïncider pour un large matériel de figures et se dissocier complètement lorsqu'on transgresse les hypothèses assurant la délimitation de ce matériel.

Vérité, certes, naturelle ! Toute infraction à des hypothèses risque de compromettre des conclusions qui en découlaient. Et, cependant, il y a des cas d'espèce où l'on éprouve le besoin de rappeler cette vérité. Tel le cas où une courbe C admet, en chaque point M , une droite privilégiée MT s'offrant comme limite, soit de MM' quand M' tend vers M sur C , soit de $M'M''$ quand, indépendamment l'une de l'autre, M' , M'' tendent vers M sur C . On sait que ces définitions de la tangente ne coïncident, pour une courbe C donnée par $y=f(x)$, que si f a une dérivée première continue. Commentaires analogues, quand, voulant définir l'aire d'un morceau de surface S , même représentable sous la forme $z=f(x,y)$, on compare, par exemple, les résultats provenant de l'approximation de S par des surfaces polyédrales $z=f_n(x,y)$ et ceux qu'on tire du volume de la région formée par les points dont la p.c.d. à l'ensemble S est $\leq \epsilon$ (ce ne sont là que choix timides entre possibilités fort larges).

Revenons à la question annoncée. C'est souvent un *nid d'idées préconçues*, consistant à croire, par exemple, qu'en portant sur la normale à un arc (A) , d'équation $y=f(x)$ où $f(x)$ possède une dérivée première continue, une longueur constante MM_1 à partir du pied M situé sur (A) , le lieu de M_1

(5) Etudier, par exemple, le cas d'un ensemble E formé par deux côtés opposés d'un carré de a ; le lieu des points à distance ρ de E se compose de deux contours pour $\rho < \frac{a}{2}$ et d'un seul pour $\rho > \frac{a}{2}$. Montrer que pour $\rho = \frac{a}{2}$, la longueur totale de ce lieu subit une discontinuité. Etudier le lieu des points équidistants de deux demi-droites Ox , Oy et montrer qu'il comprend, outre la bissectrice, les points compris dans un certain angle ou sur ses côtés.

est un arc (A_1) se prêtant à la propriété de parallélisme des tangentes en M et M_1 . Cela est faux au degré actuel de généralité ; et il en est de même pour l'énoncé prétendant que la p.c.d. d'un point de (A_1) à l'ensemble (A) demeure constante.

Autrement dit, relativement à l'arc (A) , les deux notions (n_1) *lignes de niveau de la p.c.d. d'un point à (A)* d'une part, et (n_2) *lignes définies en portant sur la normale en (A) une longueur constante MM_1* d'autre part, sont des notions distinctes, cela dès qu'on choisit (A) en transgressant le champ des arcs à courbure bornée.

Dans le plan euclidien, la notion (n_2) conduit, en posant $\widehat{Ox, MT} = \varphi$, à représenter paramétriquement une courbe décrite par M_1 comme suit :

$$(1) \quad x_1 = x - l \sin \varphi \quad y_1 = y + l \cos \varphi.$$

Si le rapport incrémental $\Delta\varphi : \Delta s$ (où s est l'abscisse curviligne de M sur sa trajectoire) reste borné, on démontre aisément ce résultat : soit Σ une suite de valeurs de Δs tendant vers zéro en conférant une limite déterminée au rapport ci-dessus. En empruntant les valeurs de Δs à Σ , on aura aussi pour $\Delta x_1 : \Delta s$ et $\Delta y_1 : \Delta s$ des valeurs limites, à savoir respectivement

$$\cos \varphi \left(1 - l \lim. \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \right), \quad \sin \varphi \left(1 - l \lim. \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \right)$$

d'où, pour l moindre, en valeur absolue, que la plus petite des limites de $|\Delta\varphi : \Delta s|$, une propriété de tangentes parallèles indépendantes du choix de la suite univocisante Σ .

En s'écartant de ces conditions, et passant au cas où φ est, sans plus, fonction continue de s , les seconds membres des relations (1) sont aussi continues en s , mais non en général, à *variation bornée*. Le continu décrit par M_1 en vertu des équations (1) n'est donc pas rectifiable. En prenant des arcs $y = P_n(x)$ pour lesquels les P_n sont des polynômes tels que les dérivées P_n' tendent uniformément vers $f'(x)$ en même temps que les P_n le font vers $f(x)$, on pourrait montrer que la courbe (1), associée à un de ces arcs $y = P_n$, offre des rebroussements de plus en plus rapprochés les uns des autres.

Tout point M_1 de la courbe (1) est à une p.c.d. de l'arc (A) qui, d'après la génération de cette courbe, ne peut dépasser l . Mais elle peut être inférieure à l . Ainsi, traçons un arc de cercle A_1B_1 de rayon R , puis, un second A_2B_2 concentrique de rayon $R/2$, ces arcs se terminant en des points B_1, B_2 tels que le segment B_1B_2 de longueur $R/2$ leur soit une normale commune. Prolongeons l'arc $\widehat{A_1B_1}$ au delà de B_1 par un petit arc $\widehat{B_1C_1}$ d'une autre circonférence Γ centrée au milieu I du segment B_1B_2 . Le lieu des points déduits de l'arc à tangente continue $\widehat{A_1B_1C_1}$ d'après la notion (n_2) va se composer de l'arc $\widehat{A_2B_2}$ et d'un second arc $\widehat{B_2C_2}$ diamétralement opposé sur Γ à $\widehat{B_1C_1}$ (faire la figure). Or, les points de ce second arc sont à une distance de l'arc $\widehat{A_1B_1C_1}$ moindre que $R/2$. Cela peut s'étendre en considérant un arc convexe K , une de ses développantes D , et prenant, au sens

(n_2), la courbe Π parallèle à D , la longueur l de MM_1 étant telle que cette courbe ait un rebroussement sur K . Il se présente encore pour une des branches de Π , la propriété de se trouver à une distance de D moindre que l .

D'ailleurs, si la courbe (1), livrée par la notion (n_2) peut être de longueur infinie, il n'en sera jamais ainsi pour une ligne de niveau de la p.c.d. d'un point à un ensemble borné, tel l'arc (A) [ici, on applique la notion (n_1)]. Car pour approcher cette ligne de niveau, on peut remplacer (A) par les sommets d'une ligne polygonale inscrite : cette ligne apparaît ainsi comme limite d'un polygone bordé par des arcs de cercles, donnant lieu à un périmètre qu'on peut majorer facilement : ce qu'il suffit ici d'indiquer.

Je n'insiste pas sur ces détails, pas plus que sur la possibilité immédiate d'étendre ces remarques en remplaçant le parallélisme usuel par celui qu'introduirait une indicatrice supplantant le cercle. Par ces réflexions concernant les distances, les aires, les angles, c'est-à-dire les notions les plus fondamentales de la géométrie, j'espère avoir facilité la tâche à ceux qui s'efforcent d'orienter leurs jeunes élèves vers l'axiomatique.

G. BOULIGAND.

A propos de l'Histoire des Mathématiques

*Conférence de M. ITARD, Professeur au Lycée Henri-IV
faite aux journées de Sèvres en février 1950*

Devant vous entretenir de l'Histoire des Mathématiques dans l'Enseignement du Second Degré, je m'efforcerai d'abord d'en montrer, sur un exemple, l'intérêt pour les professeurs.

Un des plus vieux problèmes qu'aient étudié les mathématiciens est celui de la quadrature du cercle. A l'époque d'Archimède on était déjà convaincu, soit de l'impossibilité de cette quadrature à la règle et au compas, soit, si elle était possible, de l'extrême difficulté du problème. Cependant l'astronomie naissante commençait à sentir le besoin d'une bonne évaluation approchée, non de l'aire du cercle, mais de la longueur de la circonférence, problème tout voisin. Archimède s'attaqua à ce nouveau problème, tout pratique, et par des calculs patients et ingénieux, arriva à l'approximation

bien connue $3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{1}{7}$.

Par ailleurs, il était arrivé, par deux procédés rigoureux, l'un fondé sur les principes de la statique, l'autre calqué sur la cubature de la pyramide réalisée par Eudoxe, à carrer exactement le segment de parabole. Malgré leur parenté évidente, les deux problèmes restaient distincts.

Plus tard, à une époque difficile à fixer, l'ingénieur grec Héron, donnant des évaluations approchées du segment circulaire, indiqua qu'il était com- mode de prendre pour valeur de son aire les deux tiers du produit de sa corde par sa flèche, ce qui revenait à l'assimiler à un segment de parabole.

Plusieurs siècles s'étaient écoulés sans que la question avançât, lorsqu'au milieu du XVII^e siècle, en 1654 exactement, un jeune homme de vingt-cinq ans, Huyghens, tira du procédé de Héron, qu'il le connût par tradition ou non, un procédé ingénieux de quadrature approchée du cercle. Il en déduisit en effet qu'en désignant par A_n l'aire d'un polygone régulier inscrit de n côtés, par S_n celle du polygone régulier circonscrit du même nombre de côtés, et par C celle du cercle, on a

$$A_n + \frac{4}{3}(A_{2n} - A_n) < C < A_n + \frac{2}{3}(S_n - A_n).$$

Le procédé, que l'on peut voir dans les œuvres complètes de Huyghens, est ingénieux. Il permet, sans prendre des polygones d'un nombre excessif de côtés, d'obtenir une bonne approximation pour π , et rend ainsi le calcul de ce nombre accessible à nos élèves, par des procédés élémentaires, moins rebutants que ceux calqués purement et simplement sur la méthode primitive d'Archimède. Enfin sa démonstration peut être adaptée aux divers niveaux, de nos classes, de la Seconde aux trois classes terminales.

Les méthodes d'approximation étaient d'ailleurs à l'ordre du jour au XVII^e siècle. Elles avaient déjà une longue tradition en Trigonométrie où les procédés les plus différents et les plus ingénieux avaient été utilisés dans l'édification des tables par Ptolémée, les Indous, les Arabes, les astronomes occidentaux du Moyen Age et de la Renaissance. Neper, Briggs et leurs émules avaient, eux aussi, rivalisé d'ingéniosité pour dresser les nouvelles tables de Logarithme.

En 1670, un astronome lyonnais, le Chanoine Mouton, créait la méthode de l'interpolation par les différences finies, poussant sa table jusqu'aux différences quatrièmes. Il rencontrait un émule chez le jeune Leibniz, qui généralisait même à une infinité de différences, et à qui les mathématiciens de la Royal Society firent remarquer qu'il avait été prévenu dans sa découverte par l'humble prêtre français. Peu de temps après, Newton, étudiant dans les *Principia* le mouvement des comètes, indique un calcul approché consistant, pour étudier une courbe passant par n points, à la remplacer par une « parabole » de degré $(n-1)$ passant par les mêmes points. Il entendait par « parabole » une courbe d'équation $y = P(x)$ où P est un polynôme entier.

Ces procédés d'interpolation sont étudiés par Brook-Taylor, qui publie ses résultats en 1714. « MM. les Cavaliers anglais arrivent toujours après la course », écrit Leibniz à Jean Bernouilli au reçu du livre. Son correspondant trouve que Taylor enveloppe dans le brouillard le plus épais les idées les plus claires. Mais, quelle que soit réellement l'obscurité de l'exposé de Taylor, il renferme une découverte de premier ordre. Interpolant à la manière de Mouton, poussant l'interpolation indéfiniment, c'est-à-dire ne s'arrêtant jamais à un ordre de différence donné, puis faisant tendre l'intervalle fini qui séparait les valeurs successives de la variable vers zéro, il arrivait, en effet, à la fameuse série qui devait immortaliser son nom.

Peu importe le plus ou moins de rigueur de ses preuves. Aussi bien

fallut-il attendre plus d'un siècle pour qu'une démonstration solide de son théorème soit apportée. L'essentiel est que nous saisissons ici sur le vif la filiation et la genèse d'une découverte mathématique.

Et puisque nous venons de suivre depuis l'antiquité la préhistoire de la série de Taylor, disons un mot en passant sur une autre série, celle du binôme de Newton.

Ici, la préhistoire, pour le carré du binôme, remonte aux Sumériens. Pour le cube, et même les six premières puissances, elle remonte au moins à Diophante, donc aux Grecs. La généralisation par l'emploi du triangle arithmétique, dit de Pascal, apparaît dans l'*Arithmetica Integra* de Stifel (1544) et est depuis un lieu commun de la littérature mathématique, même élémentaire. Le mérite de Pascal sera de tirer de ce lieu commun un très beau mémoire. Mais déjà, avant 1636, Fermat avait donné la loi de formation des coefficients du binôme par multiplication. Quant à Newton, il a, par une intuition géniale, dans l'esprit des méthodes de son maître Wallis, étendu la formule à toutes les valeurs de l'exposant, entières ou fractionnaires, positives ou négatives.

On déclare parfois que c'est Mac Laurin qui, en 1742, donna la première tentative de justification de la formule de Newton. Permettez-moi d'intervenir ici en faveur d'un humble professeur français, l'oratorien Reyneau. Fontenelle, dans son éloge, l'a qualifié d'Euclide moderne. Il y a là quelque exagération, mais moins peut-être qu'on ne croit. Il nous reste de ce professeur deux ouvrages qu'il composa à Paris, après s'y être retiré en 1705, une surdité l'empêchant de continuer à enseigner les Mathématiques à l'Université d'Angers, où il avait succédé au Père Pardies et exercé pendant vingt-deux ans.

Le premier de ces deux ouvrages est « L'Analyse démontrée », 1708, le second est « La Science du calcul des grandeurs en général », sorte d'introduction au premier, édité en un volume en 1714, réédité en 1736 en deux volumes après sa mort survenue en 1716. Reyneau ne fait pas œuvre originale, et ne cherche pas à le faire. En bon professeur, il met au point, dans la mesure de ses moyens, et il lui arrive de se tromper, les découvertes des grands hommes de son temps, de Descartes à Leibniz, Jean Bernouilli, Newton. Pour le binôme de ce dernier il donne d'abord dans « L'Analyse démontrée », pour l'exposant entier, une preuve par l'étude d'une table analogue au triangle de Pascal. Il étend ensuite l'étude aux cas où n est négatif, puis fractionnaire, s'inspirant d'ailleurs ici, nettement, des tentatives même de Newton. Mais dans le tome second de « La Science du Calcul », posthume, on trouve tout d'abord, pour l'exposant entier, la preuve par les combinaisons que l'on attribue généralement à Clairaut, et pour l'exposant quelconque, la très belle preuve que l'on attribue à Euler. Bien entendu, pas plus que chez la plupart de ses contemporains, n'est étudiée la convergence de la série obtenue. Seul, ou presque seul, son ami Varignon avait attiré l'attention des mathématiciens sur ce point.

Ainsi, à côté des grands noms de la Science apparaissent ceux, plus

modestes, de ces bons professeurs qui assurent la continuité du progrès, et qui sont un réconfort pour nous, puisqu'ils nous montrent que notre œuvre n'est pas vaine.

Nous avons, en effet, à rendre assimilable aux nouvelles générations les acquis du passé. Je dis du passé, car la division actuelle de l'enseignement attribuée à nos collègues de l'Enseignement Supérieur la mise au point des découvertes actuelles. Dans nos classes préparatoires aux Grandes Ecoles, il est rare que nous ayons à traiter de questions découvertes depuis moins de cinquante ans. Le recul d'un siècle est la loi la plus fréquente. Pour les autres classes le recul va du siècle (comme pour l'inversion), à trois millénaires (comme pour le théorème de Pythagore). Pouvons-nous ignorer que cet amas d'acquisitions, humbles comme la numération décimale, si admirable cependant, ou déjà fort élevées comme le calcul différentiel et intégral, pouvons-nous ignorer que ces acquisitions sont un fait humain, et, partant, ont une histoire ?

Cette histoire, c'est à nous de l'apprendre de ceux qui la savent, et quand personne ne la sait, de la retrouver. Gardons pour nous ce champ d'investigations. Il fait partie de notre héritage, de notre métier. Savoir le grec, l'arabe, l'écriture cunéiforme, cela n'est pas indispensable. Il reste, au professeur moyen, nos admirables arithméticiens et algébristes du XVI^e siècle, les mathématiciens des XVII^e et XVIII^e, la pléiade d'hommes de bonnes volontés groupés au début du siècle dernier autour des annales de Gergonne.

De l'étude de ces œuvres, parfois si éloignées de nos conceptions modernes, nous gagnerons cette notion du relatif, du contingent, de l'humain, que l'on nous reproche, souvent bien à tort, de ne pas avoir, ou d'avoir perdue. Et, peut-être, y trouverons-nous une philosophie souriante qui nous permettra de pardonner chez nos élèves les fautes qu'ils reproduisent inconsciemment d'après des modèles, parfois illustres.

J'ai fort peu parlé de l'histoire des Mathématiques enseignée à nos élèves. C'est que, si je vois tout le profit que cette discipline apporte au maître, je vois mal celui qu'elle apporte à l'élève, si ce n'est par ricochet, et parce qu'un maître plus cultivé enseigne, non pas plus, mais mieux.

Comment ferai-je comprendre à de jeunes élèves, même à des bacheliers, la grande révolution mathématique de l'époque platonicienne, quand cette révolution est due à l'acquisition du concept du continu, des incommensurables, alors que la mentalité mathématique de ces jeunes gens est, sur ce point, contemporaine des Sumériens ?

Des anecdotes, des noms, des dates, nous ne pouvons donner guère plus à nos élèves, surtout au premier cycle, sauf sur quelques points, plus proches de la technique que de la science, comme la numération. Le second cycle se prête déjà mieux, non à un enseignement historique en forme, mais à des allusions, ou même des développements assez poussés à l'occasion de telle ou telle question. Il serait d'ailleurs bon, à cet égard, que les manuels réservent quelques pages finales à des développements historiques, ou, mieux, à des reproductions de quelques passages de nos grands classiques de la Science.

M. ITARD.

Sur une somme remarquable de fractions

THÉOREME. — m étant un entier quelconque et p, p' deux entiers premiers entre eux inférieurs ou égaux à m et tels que $p + p' > m$. On a :

$$\sum \frac{1}{p \cdot p'} = \frac{1}{2}$$

la somme étant étendue à tous les couples (p, p') satisfaisant aux conditions précédentes.

Dans tout ce qui suit p, p' désigneront toujours deux nombres premiers entre eux. Posons : $S_m = \sum \frac{1}{p \cdot p'}$, avec : $p \leq m, p' \leq m$ et $p + p' > m$.

On a alors : $S_{m+1} = \sum \frac{1}{p \cdot p'}$, avec : $p \leq m+1, p' \leq m+1$ et $p + p' > m+1$.

Cela étant, je vais démontrer que l'on a : $S_m = S_{m+1}$.

Remarquons que l'on passe de S_m à S_{m+1} de la façon suivante :

1° en retranchant de S_m la somme : $\sigma = \sum \frac{1}{pp'}$, avec $p + p' = m + 1$;

2° en ajoutant à S_m la somme : $\sigma' = \sum \frac{1}{p \cdot p'}$, avec $p' = m + 1, p$ étant alors l'un quelconque des φ_{m+1} nombres premiers à $m + 1$ et inférieurs à $m + 1$.

Je vais montrer que l'on a $\sigma = \sigma'$ et, par suite, que l'on a bien $S_{m+1} = S_m$.

Calcul de σ : La relation $p + p' = m + 1$ entraîne, p et p' étant premiers entre eux, que ces nombres sont tous deux premiers à $m + 1$. Réciproquement, si p est premier à $m + 1$ et inférieur à $m + 1$, son complément à $m + 1$ soit : $p' = m + 1 - p$ est lui-même premier à $m + 1$. Il en résulte que l'ensemble des nombres p, p' premiers entre eux et tels que $p + p' = m + 1$ est identique à l'ensemble des φ_{m+1} nombres premiers à $m + 1$ et inférieurs à $m + 1$, et que ces φ_{m+1} nombres peuvent être répartis en :

$\frac{1}{2} \varphi_{m+1}$ groupes de deux nombres, tels que la somme des nombres de chaque groupe soit égale à $m + 1$; soit $(p_0 p'_0) \dots (p_h p'_h)$ ces différents groupes. On a alors :

$$\sigma = \sum_{i=0}^{i=h} \frac{1}{p_i \cdot p'_i} = \sum_{i=0}^{i=h} \frac{1}{m+1} \cdot \frac{m+1}{p_i p'_i} = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^{i=h} \frac{p_i + p'_i}{p_i p'_i} = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^{i=h} \left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p'_i} \right).$$

Calcul de σ' : D'après la définition même de σ' on a :

$$\sigma' = \frac{1}{m+1} \sum_p \frac{1}{p} \text{ la somme étant étendue à tous les nombres premiers à } m+1 \text{ et inférieurs à } m+1.$$

$$\text{On a donc : } \sigma' = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^{i=h} \left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p'_i} \right).$$

Et, par suite, $\sigma = \sigma'$, donc : $S_{m+1} = S_m$.

Or, pour $m=3$ on a : $S_3 = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

Donc, quel que soit m on a bien :

$$S_m = \sum \frac{1}{p p'} = \frac{1}{2} \quad p, p' \text{ premier entre eux avec : } \left\{ \begin{array}{l} p \leq m \\ p' \leq m \end{array} \right. p + p' > m.$$

Remarque : La plus petite des fractions $\frac{1}{p p'}$ est évidemment $\frac{1}{m(m-1)}$ et la plus grande : $\frac{1}{m}$.

N. B. — Ce théorème, et une démonstration différente de la précédente, ont été donnés par M. Emile BOREL dans un compte rendu de l'Académie des Sciences en 1948.

A. COMBES,

Professeur au Lycée Pasteur.

La Fonction exponentielle

en classe de Sciences expérimentales

On a introduit, à la suite du logarithme népérien de x (Lx) le logarithme décimal ($\log x$). On a fait des calculs logarithmiques, ce qui a amené à rechercher un nombre dont le logarithme décimal est donné.

Ne serait-il pas alors plus naturel d'introduire aussitôt l'exponentielle de 10 ($\exp x$) et non celle de e ($E x$) ?

Un nombre quelconque x étant donné on saurait ainsi calculer une valeur (approchée, certes), mais bien plus précise que celle qui est fournie par le graphique pour $\exp x$. On ne se bornerait pas à $E(0) = 1$ et à $E(1) = e$, on pourrait dire par exemple :

Soient les deux nombres $a = 686$ $b = 2,83632$,

$$(1) \quad 686 = \exp 2,23632$$

$$(2) \quad 2,83632 = \log 686.$$

(1) peut donc s'écrire : $a = \exp (\log a)$ et (2) $b = \log (\exp b)$.

On introduit ainsi naturellement des expressions qui, sans cela, resteraient trop abstraites.

On arrive finalement à $\exp n = (\exp 1)^n = 10^n$ (n entier).

On introduit la notation $\exp x = 10^x$ (x quelconque).

et la relation (1) s'écrit $a = 10^{\log a}$.

Pour n entier $a^n = 10^{n \log a}$.

Par une extension analogue à l'extension précédente on définira a^x par l'égalité $a^x = 10^{x \log a}$.

Si l'exposant est l'inverse d'un entier :

$$y = x^{\frac{1}{n}} \text{ a pour logarithme } \frac{1}{n} \log x$$

on a donc $y^n = x$ et on peut l'appeler $\sqrt[n]{x}$ par analogie avec la racine carrée.

Si l'exposant est une fraction $\frac{p}{q}$ $y^q = x^p$ $y = \sqrt[q]{x^p}$.

On est ainsi conduit tout naturellement au calcul pratique des puissances fractionnaires (*par leur logarithme décimal*).

Voici les modifications que je sou mets à l'examen de nos collègues.

XII. *Fonction exponentielle* $y = \exp x$. *Formule :*

$$\exp(a + b) = \exp(a) \times \exp(b).$$

Notation 10^x . *Formule* $a = 10^{\log a}$.

Commentaires : On pourra utiliser la courbe représentative de la fonction $y = \log x$, avec les précautions indiquées plus haut (IX) pour définir une fonction de x par l'égalité $\log y = x$. On montrera comment les tables de logarithmes permettent d'en obtenir une valeur approchée pour toute valeur de la variable. Cette fonction sera provisoirement représentée par le symbole $\exp x$.

L'étude de cette fonction sera limitée à la démonstration de la formule

$$\exp(a + b) = \exp a \cdot \exp b$$

et de celles qui s'en déduisent.

Lorsqu'on aura vérifié que $\exp n = 10^n$ (n entier) on utilisera la notation 10^x .

XIII. *Fonction* $y = \sqrt[n]{x}$. *Notations* $y = x^{\frac{1}{n}}$, $a^{\frac{p}{q}}$.

Calcul pratique de $x^{\frac{1}{n}}$ et de $x^{\frac{p}{q}}$ à l'aide des tables de logarithmes.

Commentaires : On partira de l'égalité $y = 10^{\frac{\log x}{n}}$ et on montrera que $y^n = x$.

Gaston DELPLA,

*professeur au Lycée de garçons,
Foix (Ariège).*

Sur l'enseignement de l'astronomie

I. Grâce à l'aide de la Société Astronomique de France et au dévouement des astronomes groupés autour de M. DANJON, directeur de l'Observatoire de Paris, des conférences et des visites d'observatoires ont eu lieu l'an dernier à l'intention des professeurs de Mathématiques. Le *Bulletin* a déjà publié quelques résumés des conférences de M. Paul COUDERC. Des comptes rendus, si possible plus détaillés, sur les conférences de l'an dernier seront publiés dès le prochain numéro.

Avec la nouvelle année scolaire, un nouveau cycle de conférences est organisé par M. DANJON pour nos collègues. La première conférence a eu lieu le jeudi 9 novembre, à 16 h. 30 à l'amphithéâtre de l'Institut d'Astrophysique, 98 bis, boulevard Arago, Paris (Métro Denfert-Rochereau).

Le sujet en a été : *détermination des mouvements propres et des vitesses.*

radiales d'étoiles. Elle sera suivie, un mois plus tard, d'une conférence sur la *rotation de la Galaxie*, qui sera demandée à un spécialiste de la question. D'autres conférences suivront sur les spectres, les mesures des magnitudes, etc...

J'insisterai sur trois remarques :

1° *Pour les collègues de la région parisienne* : les conférences auront lieu, en principe, le **deuxième jeudi de chaque mois, au lieu et à l'heure indiqués plus haut.**

2° *Pour nos collègues des départements* : le *Bulletin* de l'Association doit leur permettre de profiter des enseignements fournis par ces conférences. Un effort collectif des Parisiens doit assurer ce petit travail de correction ; je recevrai volontiers toute offre de coopération pour rattraper le retard dont je prie nos collègues de m'excuser.

3° *Pour les uns et les autres* : il est opportun de rappeler l'intérêt de la publication mensuelle de la Société Astronomique de France : « L'ASTRONOMIE » qu'ils recevront régulièrement en devenant adhérent à la S.A.F. (*cotisations* : Seine, S.-et-O., S.-et-M., 1.000 francs ; autres départements : 800 francs).

Les adhérents de la région parisienne peuvent profiter, à des heures commodes, de la bibliothèque et de l'Observatoire de la Société, 28, rue Serpente, Paris, 6°.

J'ajouterai qu'en adhérant à la Société, non seulement ils y trouveront leur avantage, mais ils aideront aussi une Société savante dont le caractère un peu exceptionnel est d'être aussi populaire, ainsi que le souhaitait son fondateur Flammarion. Ils soutiendront son effort actuel de diffusion, parmi la jeunesse, d'une publication réduite (extraite de son *Bulletin*) et peu coûteuse (un an : 250 francs), qui doit développer les connaissances astronomiques et peut aider à se développer des vocations qu'il est dans l'intérêt de la science de rendre toujours plus nombreuses.

Je suis à la disposition de tous les collègues souhaitant des renseignements supplémentaires sur la *Société Astronomique de France* au Conseil de laquelle j'assure la liaison avec notre Association.

II. Je dois à l'obligeance de M. d'AZAMBUJA, Président de la Société Astronomique de France et astronome à l'Observatoire de Meudon, la communication d'une intéressante publication de *L'Académie des Sciences du Maryland*.

Il s'agit d'une *Représentation graphique du ciel*, véritable almanach en raccourci. Sur une double page, en beau papier fort, un graphique met sous les yeux, d'un seul coup, tous les éléments du système solaire visibles à une époque donnée.

Il existe une édition, avec commentaires en français, destinée à la région de Québec. La correction en latitude est négligeable, surtout pour nos régions de France, situées peu au sud du parallèle de Québec. Quant à la correction en longitude, elle correspond à un décalage de cinq heures. Le

modèle de ce graphique peut d'ailleurs inspirer les amateurs pour mettre au point un graphique réglé sur le lieu d'observation.

Enfin, il sera certainement intéressant de savoir que des exemplaires en français de cette publication peuvent être obtenus *gratuitement* sur demande à l'adresse suivante : *The Maryland Academy of Sciences, Enoch Pratt Library Building, 400 Cathedral Street, Baltimore 1. (Maryland), U.S.A.*, ou au Secrétaire du *Centre de Québec* de la R.A.S.C., 275, rue Saint-Cyrille, Québec, P.Q. (Canada).

III. Je me propose de présenter ici une nomenclature des moyens actuels dont il est possible de disposer pour aider l'enseignement de la *Cosmographie* : modèles, instruments, photos et films, etc...

Je recueillerais volontiers tous renseignements qui pourraient m'être fournis par des collègues expérimentés dans ce domaine. Et je prie d'autre part de m'excuser, les collègues qui m'ont déjà écrit à ce sujet et à qui j'ai tardé de répondre, faute de temps.

G. WALUSINSKI.

Axiomatique et Redécouverte

Réunion de la Commission d'Etude

19 octobre 1950

Assistaient à la réunion : Mme AYRAULT ; Mlles BARBIER, DIONOT ; Mme GLAESER ; Mlles MASSON, PROTIN ; MM. BIGUENET, CHOQUET, CROZES, DUGAS, GIRARD G., GIRARD R., GLAESER, GRENIER, GUILLERME, LENFLÉ, MONJALLON, MIRABEL, POITOU, PRÉVOST, TÉBOUL.

M. BOULIGAND, bien que retenu par un jury d'examen, avait tenu à nous apporter, au début de notre réunion, ses encouragements et à nous remettre un de ses articles, paru aux *Humanités Scientifiques* et répondant à nos préoccupations. Nous ne saurions trop l'en remercier.

M. GLAESER, qui participa, à Lyon, à « l'expérience THOVERT », et qui, tout récemment, fit au Lycée Michelet un essai d'enseignement axiomatique avec de petits élèves de Cinquième, fit le récit de ses expériences. Nous comptons publier dans un prochain *Bulletin* la conférence de notre collègue.

Un large échange de vue termina la réunion. La recherche sévère de la rigueur, et l'esprit de redécouverte qui veut animer un enseignement vivant, semblent parfois en opposition. C'est pour tenter de résoudre cette contradiction que notre Commission se réunit, et fait appel à tous ceux qui peuvent nous apporter de précieuses informations.

Bibliographie : M. BOULIGAND : *Algèbre et Géométrie*. Article paru aux « Humanités scientifiques », novembre 1949. — Lors de notre réunion du 19 octobre de nombreux collègues ont manifesté le désir de voir constituer des modèles d'aménagement logique des Mathématiques. M. BOULIGAND nous

offre ici un de ces modèles : construction de la Géométrie linéaire à partir des termes primitifs, vecteurs libres, nombres réels, points ; puis, après distinction du rectangle, parmi les parallélogrammes, construction de la Géométrie métrique. C'est avec un grand profit que nous relisons ce bref article, riche en aperçus efficaces.

E. W. BETH : *Les Fondements logiques des Mathématiques*. — Cet ouvrage, dont la librairie Gauthier-Villars a bien voulu nous faire hommage, débute par un rappel de la théorie des sciences d'Aristote, se poursuit par une théorie des nombres où nous avons retrouvé quelques-unes des idées que M. CHATELET nous exposait l'an dernier à Sèvres, et donne enfin un panorama saisissant des tendances actuelles de la philosophie mathématique.

N.-B. — Nous remercions tous les collègues qui voudraient bien nous signaler tous les ouvrages et tous les articles, passés ou récents, intéressant notre étude, afin que nous puissions en dresser une liste pour le *Bulletin*.

Le rapporteur : Y. CROZES.

A travers les Revues

Education mathématique (Vuibert, abonnement annuel : 500 francs).

Année 1949-50. — V. THÉBAULT : Sur le théorème de Pythagore. — A. DURAND : Sur le vocabulaire mathématique.

Solutions de problèmes d'examens et concours (Arts et Métiers, P.T.T., Banque de France, B.E.P.C., Baccalauréat).

Journal de Mathématiques élémentaires (Vuibert, abon. ann. 500 fr.).

Année 1949-50. — A. DURAND : La trisection d'un angle.

Solutions des problèmes : d'agrégations (Mathématiques élémentaires) masculine et féminine (1949), du Certificat d'aptitude à l'Enseignement dans les Collèges (Mathématiques-Physique), du Concours général (Première et Math. élém.), de l'Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique, etc...

Revue de Mathématiques spéciales (Vuibert, abbon. annuel 1.000 fr.).

Année 1949. — *Janvier* : Déterminants, matrices, cracoviens, par M. MENDES. — *Février* : Une démonstration des formules de Newton de la théorie des fonctions symétriques, par M. MILHAUD. — *Mars* : Un théorème fondamental de l'Algèbre, par A. PÉTRUS. — *Avril* : Sur les méthodes algèbrico-géométriques, par G. BOULIGAND. — *Mai* : Sur les formules de Newton, par R. MAILLARD. — *Juin et juillet* : Invariants métriques rationnels de deux droites ; applications aux quadriques et aux quadrilatères gauches, par M. SINA. — *Août-septembre* : Sujets de concours de 1949. — *Octobre, novembre et décembre* : Etude du nombre de points, de frontières et de régions déterminés dans un plan par n droites quelconques ; étude du nom-

bre de points, de droites, de frontières rectilignes, de frontières planes et de régions déterminés dans l'espace par n plans, dont trois ne sont pas parallèles à une même droite (ou ne la contiennent pas), par A. COMBES.

Les Humanités scientifiques (Hatier, abonnement annuel : 450 francs).

1949. — A. CHAUVIN : Sur les réciproques (151). — L. FÉLIX : Sur le postulatum d'Euclide (152). — B. GAMBIER : Sur certaines inégalités trigonométriques (154). — B. GAMBIER : Les trisectrices des angles d'un triangle (155). — S. MINOIS : Deux inégalités trigonométriques dans le triangle (150). — S. MINOIS : Sur quelques symboles nouveaux (151). — S. MINOIS : Sur la résolution des triangles ; cas classiques (152). — S. MINOIS : Jurys masculins, jurys mixtes (155). — S. MINOIS : Sur une résolution de triangle ; le cas douteux (156). — P. ROBERT : A propos d'une question d'angles du programme de Première (156). — J. SIROS : Sur les expressions : « il faut » et « il suffit ». — V. THÉBAULT : Sur les tangentes à la parabole (151). — V. THÉBAULT : Un théorème sur le tétraèdre (154).

1950. — G. BOULIGAND : Algèbre et Géométrie (158). — A. CHAUVIN : Sur la continuité de certains volumes limités par des surfaces variables (163). — A. DUSSAPT : Sur l'étude des fonctions les plus simples (166). — L. FÉLIX : Somme des angles d'un triangle et postulatum d'Euclide (159). — L. FÉLIX : Trois livres élémentaires de M. Lebesgue (162). — B. GAMBIER : Sur le dodécaèdre régulier (162). — B. GAMBIER : A propos des expressions $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ (165). — B. GAMBIER : Angle de deux axes, de deux droites, d'un axe et d'une droite (166). — G. GLAESER : Le raisonnement par récurrence (160). — A. HOCQUENGHEM : A propos du signe du trinôme (166). — R. MAILLARD : Trièdres et cônes supplémentaires (160). — R. MAILLARD : Comme saint Thomas, ou les méfaits de l'article défini (163). — R. MAILLARD : Sur les systèmes de vecteurs (165). — S. MINOIS : A propos du programme de Seconde (157). — S. MINOIS : Charles Bioche (159). — S. MINOIS : Noumène (159). — S. MINOIS : Une élégante démonstration du premier théorème de Poncelet (160). — S. MINOIS : Différences finies (164). — S. MINOIS : Pour une réforme de l'Enseignement (165). — S. MINOIS : Comment j'ai échoué en Philosophie (166). — F. PRA-DIER : Sur l'application des méthodes de la Géométrie descriptive à des problèmes plans (161). — J. SIROS : Sur les lieux géométriques (164). — A. TRESSE : Sur la définition du radian.

Cahiers pédagogiques pour l'Enseignement du Second Degré (abonnement annuel : 500 francs).

Avril 1949. — Mlle DIONOT : Les Mathématiques et la coordination.

Janvier 1950. — Sur la réforme de l'Enseignement, numéro publié avec le concours de l'« Education Nationale ». — P. ROSSELLO : La crise de croissance de l'Enseignement du Second Degré. — J. FOURASTIÉ : L'évolution économique contemporaine et la formation des jeunes générations. — Ch. MORAZÉ : Humanisme nouveau, éducation nouvelle. — A. WEILER : L'humaniste du temps présent. — R. GAL : Le sens de l'Histoire. — R. HU-

BERT : Education et tradition. — G. BACHELARD : Philosophie et pédagogie au xx^e siècle. — G. FRIEDMANN : Culture et enseignement technique. — R. KEHL : La spécialisation scientifique et l'unité du savoir. — R. GAL : Orientation et sélection.

Février 1950. — L'enseignement des Mathématiques. — A. HUISMAN : Intuition et démonstration. — J. OLIVE : Sur l'enseignement des Mathématiques. — *Le rôle du concret* : R. ROSTOLLAND, R. VANNIER, Mlle DURAND, F. LERICHE, Mlle BURG, Mme RANSON, Mlle COFFY, H. SCHAEFFER, Mme VAINKER, G. CHANEL. — La Géométrie intuitive en Italie ; L. LOMBARDORADICE : L'abstraction est une conquête. — Mlle CASTELNUOVO : La Géométrie intuitive dans l'Enseignement italien. — J. DESFORGE : Quelques réflexions sur l'article de Mlle Castelnovo. — La méthode de découverte : R. ROSTOLLAND, Mlle BURG, Mlle VERVAECKE, Mlle DURAND. — A. FOUCHÉ : Le simple et le facile. — Calcul et mécanisme : R. VANNIER, M. FRÉNOIS, E. GENTIL, H. SCHAEFFER. — Mathématiques et langage : T. VIOLA, G. CHANEL, Mlle BURG, Mlle DURAND, Mlle COFFY, Mlle VERVAECKE, E. GENTIL. — Coordination : Mlle DIONOT, Mme RANSON, Mlle COFFY, Mlle DURAND, T. VIOLA, FERRIER. — Travail individuel ou par équipes : Mme FROMENT, F. LERICHE, Mlle CLAVIER, H. ARMAND. — Les élèves : Mme RANSON, Mlle BURC, Mlle DURAND, F. LERICHE, Mlle MASSON, M. PUMA, Mlle CASTELNUOVO, Mme RAGUSA, A. HUISMAN, G. DRIVAS. — Les buts : Mlle LACROIX, Mlle BOURGIN. — Fiches : Mlle CLAVIER, Mme FROMENT, MOUREAUX, SCHAEFFER, HUISMAN, Mme VATUKER.

Mars 1950. — Philosophie et Mathématiques (Journées des 22-23 décembre 1949 sur la coordination entre l'enseignement de la Philosophie et celui des Mathématiques).

Avril 1950. — Option sciences et étude du milieu.

Euclides (Madrid, abonnement annuel : 145 pesetas).

Revue mensuelle des sciences exactes, physiques, chimiques et naturelles et d'applications techniques. En ce qui concerne les Mathématiques, nombreux problèmes proposés ou résolus, notamment questions proposées aux examens d'Ecoles techniques espagnoles (Aéronautique, Mines, Télécommunications, etc...).

Archimèdes (Erlanger, abonnement annuel : 4,50 DM.).

Revue destinée aux professeurs, aux élèves et aux amateurs de Mathématiques. Donne des problèmes de Mathématiques élémentaires et de nombreuses récréations mathématiques. Signalons, en 1950, les articles suivants : K. STRUNZ : Analysis als Weg zur Lösung. — K. STRUNZ : Der Film im Mathematikunterricht. — G. PIEL : Die praktische Anwendung der Mathematik.

Toutes les revues citées sont à la disposition des membres de l'A.P.M. S'adresser au bibliothécaire A. HUISMAN.

Examens et Concours 1950

Sujets de leçons de Mathématiques proposés aux oraux des Concours de Recrutement

1. Agrégation masculine.

1. *Seconde.* — Notion de fonction d'une variable, d'accroissement, de fonction monotone. Exemples. Etude de la fonction linéaire. Représentation.

Math. Sup. — Définition ponctuelle et tangentielle des coniques par l'homographie. Exemples.

2. *Seconde.* — Etude des fonctions $\frac{1}{x}$, $\frac{a}{x}$. Représentation graphique.

Spéciales. — Etude du mouvement rectiligne sous l'action d'une force dépendant seulement de la distance x du point mobile à un point fixe de sa trajectoire ; choisir un exemple où l'on peut pousser jusqu'au bout le calcul de x en fonction du temps et un exemple où l'intégrale des forces vives permet de déterminer l'allure du mouvement.

3. *Seconde.* — Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Math. Sup. — Définition des coordonnées polaires. Equations, en coordonnées polaires, de la droite, du cercle, d'une conique dont le pôle est un foyer.

4. *Seconde.* — Equation du second degré à une inconnue ; existence et calcul des racines, somme et produit des racines, signe des racines.

Spéciales. — Géométrie descriptive : première leçon sur le paraboloïde hyperbolique (l'étude analytique ou géométrique de cette surface est supposée connue).

5. *Seconde.* — Inégalités dans le triangle. Perpendiculaire et obliques menées d'un point à une droite.

Spéciales. — Formule de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Série de Taylor.

6. *Seconde.* — Droites parallèles : propriétés caractéristiques.

Spéciales. — Application du calcul des intégrales simples à la rectification des courbes (planes et gauches). Exemples.

7. *Seconde.* — Division harmonique. Faisceau harmonique. Lieu des points dont le rapport des distances à deux points fixes est constant.

Spéciales. — Elimination d'une inconnue entre deux équations algébriques. Résultant.

8. *Seconde.* — Comparaison d'un angle inscrit et de l'angle au centre interceptant le même arc ; sens de ces angles supposés orientés.

Spéciales. — Intégration des équations différentielles

$$y'' + ay' + by = Ae^{mx},$$

A, a, b, m , sont des constantes réelles ; on ne supposera pas traitée de théorie générale pour les équations d'ordre supérieur au premier.

9. *Seconde.* — Longueur d'un arc de cercle. Radian. Valeurs approchées de $\sin x$, $\operatorname{tg} x$ et $\cos x$ (x et $1 - \frac{x^2}{2}$) pour un petit angle exprimé en radians.

Spéciales. — Systèmes d'équations linéaires. Résolution au moyen des déterminants.

10. *Première.* — Problèmes du second degré. (Les théories relatives au signe du trinôme du second degré, à sa représentation graphique, ont fait l'objet de leçons antérieures).

Spéciales. — Démontrer que la surface du second ordre, définie en axes rectangulaires $Oxyz$ par l'équation

$$Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Bxyz + 2B'zx + 2B''xy + 1 = 0$$

admet au moins trois directions conjuguées rectangulaires. Calcul des coefficients de la nouvelle équation de la surface quand on prend des axes parallèles à ces directions, d'origine O .

11. *Première.* — Définition et signification géométrique de la dérivée d'une fonction pour une valeur donnée de la variable. Application à la détermination de tangentes aux courbes représentatives du trinôme du second degré et de la fonction homographique.

Spéciales. — Travail, le long d'une trajectoire, pour une loi donnée du mouvement, d'une force pouvant dépendre de la position du point mobile, de sa vitesse et du temps. Cas où l'expression de ce travail se simplifie.

12. *Première.* — Trigonométrie. Extension de la notion d'arc et de la notion d'angle. Formules de Chasles. Applications.

Spéciales. — Application des principes de la Mécanique à l'étude du mouvement curviligne d'un point M dont l'accélération passe constamment par un point fixe O , et dirigée vers O , et est inversement proportionnelle au carré de la distance OM . Après avoir obtenu les formules générales, on se bornera à étudier complètement un cas de mouvement elliptique défini par des conditions initiales numériques.

13. *Première.* — Problèmes simples, d'origine géométrique, conduisant à une équation du premier degré, ou du second degré, quand on prend comme inconnue un sinus, un cosinus ou une tangente.

Math. Sup. — Produit vectoriel de deux vecteurs dans l'espace orienté. Moments. Applications.

14. *Première.* — Parallélisme des droites et des plans.

Spéciales. — Les premières notions sur les séries étant acquises, exposer les méthodes d'étude de la convergence des séries à termes positifs.

15. *Première.* — Droite et plan perpendiculaires.

Spéciales. — Division des polynômes entiers, suivant les puissances décroissantes et suivant les puissances croissantes. La théorie du P.G.C.D. ne fait pas partie de la leçon.

16. *Première*. — Angles dièdres. Plans perpendiculaires.
Spéciales. — Intégration d'un polynôme en $\sin x$ et $\cos x$. Application à l'intégration de certaines fractions rationnelles.
17. *Première*. — Volume de la pyramide.
Math. Sup. — L'étude des développements limités étant supposée faite, on montrera le parti qu'on peut en tirer pour des recherches de limites, et des études de fonctions infiniment petites ou infiniment grandes.
18. *Première*. — Aire de la zone. Aire de la sphère.
Math. Sup. — Application de la variation des fonctions à la discussion du nombre des racines d'une équation.
19. *Mathématiques*. — Diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres. Propriétés du P.G.C.D. Nombres premiers entre eux. Propriétés.
Math. Sup. — Construction des courbes en coordonnées polaires. (Les théories relatives aux tangentes et aux branches infinies sont supposées acquises).
20. *Mathématiques*. — Justification des règles pratiques pour obtenir le quotient entier et le reste de la division de deux nombres naturels.
Math. Sup. — Systèmes de vecteurs glissants. Moment résultant. Axe central. (La théorie du moment d'un vecteur par rapport à un point est supposée connue).
21. *Mathématiques*. — Définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre entier à une unité près.
Spéciales. — Géométrie analytique : Cônes. Propriétés principales. Forme de l'équation. Sa recherche.
22. *Mathématiques*. — Exemples de fonctions de la forme
- $$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$$
- où les coefficients sont numériques.
Spéciales. — Géométrie descriptive : intersection d'une droite et d'une surface de révolution du second ordre.
23. *Mathématiques*. — Exemples de fonctions de la forme
- $$y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$$
- où les coefficients sont numériques. Représentation graphique.
Spéciales. — Géométrie analytique : génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.
24. *Mathématiques*. — Notion de fonction primitive. Utilisation pour le calcul de certaines aires. (On admettra la notion d'aire et le théorème concernant une fonction dont la dérivée est constamment nulle).
Spéciales. — Géométrie analytique : lieux géométriques dans le plan.
25. *Mathématiques*. — Exposer les règles d'emploi des logarithmes décimaux et l'usage des tables à cinq décimales.
Spéciales. — Géométrie analytique : Foyers et directrices dans les coniques.
26. *Mathématiques*. — Fonctions circulaires $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$. Dérivées. Représentations graphiques.

Spéciales. — Géométrie descriptive : intersection de deux cônes du second ordre ayant une génératrice commune. On donnera, comme application, une épure comportant deux projections.

27. *Mathématiques.* — Trigonométrie : exercices sur la résolution et la discussion de quelques équations trigonométriques simples à une inconnue.

Spéciales. — Surfaces, plan tangent ; cas où l'on donne l'équation sous la forme $z = f(x, y)$; cas où l'on donne l'équation sous la forme $F(x, y, z) = 0$. Cas de la représentation de la surface par $x = f(u, v)$; $y = g(u, v)$; $z = h(u, v)$.

28. *Mathématiques.* — Première leçon sur la résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques à une inconnue. (L'étude de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$ n'est pas comprise dans la leçon).

Spéciales. — Géométrie analytique : surfaces de révolution.

29. *Mathématiques.* — Résolution et discussion de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

On traitera complètement un exemple numérique à l'aide d'une table de logarithmes.

Spéciales. — Géométrie descriptive : étude par construction de la méridienne d'une surface de révolution, d'axe vertical, engendrée par la rotation d'une courbe donnée. On pourra utiliser des considérations analytiques simples. Cas où la courbe donnée est plane.

30. *Mathématiques.* — Exemple de résolution trigonométrique d'un triangle dans un cas non-classique. Cet exemple devra comporter une solution géométrique. On ne demande pas d'application numérique.

Spéciales. — Différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables. Exemples.

31. *Mathématiques.* — La résolution trigonométrique d'un triangle donné par trois éléments fondamentaux (côtés ou angles) a été traitée. On demande d'étudier une ou plusieurs applications au calcul des éléments inconnus d'une figure géométrique.

Math. Sup. — Courbes en coordonnées polaires [$\rho = f(\omega)$] : détermination de la tangente en un point ; disposition par rapport à cette tangente. Application à des exemples simples.

32. *Mathématiques.* — Géométrie plane : polaire d'un point par rapport à deux droites ; polaire d'un point par rapport à un cercle.

Math. Sup. — L'étude des exposants rationnels est supposée faite. Définition de la fonction a^x pour x réel quelconque. Etude de ses propriétés (on ne parlera pas de la dérivation). (On ne considérera pas comme connue la fonction logarithmique et on n'en parlera pas).

33. *Mathématiques.* — Géométrie plane. Cercles passant par deux points donnés, tangents à un cercle donné. Intersection d'une droite avec une ellipse et une hyperbole définies par un foyer et le cercle directeur ayant pour centre l'autre foyer.

Math. Sup. — Première leçon sur les nombres complexes.

34. *Mathématiques.* — Première leçon sur la parabole.
Math. Sup. — Etude de la fonction logarithmique définie comme une primitive de la fonction $\frac{1}{x}$.
35. *Mathématiques.* — Exemples simples de déterminations de coniques par la donnée d'éléments tels que : points, tangentes, foyers, directrices, etc...
Spéciales. — Intégrale définie d'une fonction continue $f(x)$. Propriétés de la fonction $\int_a^x f(t)dt$.
36. *Mathématiques.* — Trièdres supplémentaires.
Spéciales. — Fonctions symétriques entières de n variables.
37. *Mathématiques.* — Similitude plane en tant que transformation ponctuelle.
Spéciales. — Séries entières à coefficients réels d'une variable réelle : intervalle de convergence ; à l'intérieur de l'intervalle de convergence on obtient la dérivée ou une primitive de la fonction définie par la série en dérivant ou en intégrant terme à terme.
38. *Mathématiques.* — L'inversion dans l'espace.
Math. Sup. — Fonction inverse d'une fonction continue monotone.
 Exemples : $\sqrt[n]{x}$, Arc sin x , Arc cos x , Arc tg x . Représentations graphiques.
39. *Mathématiques.* — La théorie de l'inversion dans le plan et dans l'espace est supposée faite. Indiquer et traiter des applications.
Spéciales. — Fonctions de plusieurs variables réelles indépendantes. Dérivées partielles. Dérivée d'une fonction composée. (La formule de Taylor n'est pas demandée).
40. *Mathématiques.* — Similitude plane en tant que transformation ponctuelle.
Spéciales. — L'intégration des fractions rationnelles en x , ainsi que des polynômes entiers en sin x et cos x ayant été traitée, on exposera les méthodes qui permettent d'intégrer une fraction rationnelle en sin x et cos x .
41. *Mathématiques.* — Symétrie par rapport à un point ou par rapport à un plan. (La théorie des déplacements est supposée acquise).
Spéciales. — Etude de la fonction $\varphi(x) = \int_{x_0}^x f(t)dt$ quand x tend vers $+\infty$, $f(x)$ étant positive et décroissante pour $x \geq x_0$. Exemples. Application aux séries.
42. *Mathématiques.* — Cosmographie : inégalité des jours et des nuits.
Spéciales. — Les premières notions sur les séries étant acquises, exposer les méthodes d'étude de la convergence des séries à termes positifs.

43. *Mathématiques. — Soleil.* Mouvement propre apparent sur la sphère céleste ; écliptique ; année tropique et année sidérale. Heure sidérale ; heure moyenne.
Spéciales. — Courbes gauches ; tangente et plan osculateur.
44. *Mathématiques.* — Géométrie descriptive et géométrie cotée. (Les changements de plans, rotations et rabattements ont été étudiés) : problèmes de distances et d'angles.
Math. Sup. — Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples. Exemples.
45. *Mathématiques.* — Géométrie descriptive. Exemples de représentation de prismes et de pyramides.
Spéciales. — Séries entières, à coefficients réels d'une variable réelle : intervalle de convergence ; à l'intérieur de l'intervalle de convergence, on obtient la dérivée ou une primitive de la fonction définie par la série, en dérivant ou en intégrant terme à terme.
46. *Math. Sup.* — Les sections planes du cône et du cylindre de révolution ayant été étudiées, on montrera qu'il existe une infinité de cônes de révolution contenant une conique donnée.
Spéciales. — Intégration de $f(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$, ($a \neq 0$), où $f(x, y)$ est une fraction rationnelle.
47. *Math. Sup.* — Transformation par polaires réciproques par rapport à un cercle. (Les notions de pôle et polaire sont supposées connues).
Math. Sup. — Emploi de la dérivée pour l'étude de la variation d'une fonction. Exemples.
48. *Math. Sup.* — Problèmes sur la détermination et la construction d'un cercle satisfaisant à des conditions telles que : 1) passer par un point ; 2) être tangent à une droite ; 3) être tangent à un cercle ; 4) être orthogonal à un cercle, etc...
Spéciales. — Théorème de Rolle et formule des accroissements finis ; représentation graphique. Emploi de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction (on se bornera aux théorèmes généraux sans traiter aucun exemple).
49. *Math. Sup.* — Géométrie. Etude des tangentes et des asymptotes de l'hyperbole définie : 1) à partir de ses deux foyers ; 2) à partir d'un foyer et de la directrice correspondante.
Spéciales. — Courbure d'une courbe plane. Développée d'une courbe plane.
50. *Math. Sup.* — Les translations et rotations de l'espace ont été étudiées. Etudier la symétrie par rapport à une droite (demi-tour ou transposition) et le produit de deux transpositions. Application à l'étude du déplacement le plus général de l'espace. Cas particuliers.
Spéciales. — Première leçon sur les déterminants.
51. *Math. Sup.* — Géométrie. Hyperbole définie par ses asymptotes et un point.
Spéciales. — Mécanique : Mouvement d'un point sous l'action d'une force centrale attractive proportionnelle à la distance.

52. *Math. Sup.* — Géométrie pure : étude des déplacements de l'espace : 1) dans le cas où un point est invariant ; 2) dans le cas général. (On supposera connues les définitions et les propriétés fondamentales élémentaires de la translation, de la rotation, et, au besoin, des symétries).

Spéciales. — Développement limité d'une fonction. Développement limité d'une somme, d'un produit, d'un quotient de deux fonctions, d'une fonction de fonction. Exemples.

53. *Math. Sup.* — Géométrie. Ellipse et cercle déduits l'un de l'autre par affinité. Diamètres. Diamètres conjugués.

Math. Sup. — Etude des branches infinies des courbes définies, en coordonnées polaires, par une équation $\rho = f(\omega)$. Exemples numériques.

2. Certificat d'aptitude à l'Enseignement dans les Collèges.

(Concours masculin)

Leçons de Géométrie

A) *Classe de Mathématiques Élémentaires.*

- Géométrie sur un axe orienté.
- Orientation d'un plan. Mesures algébriques dans un plan orienté, d'angles orientés de vecteurs et de droites. Lieu géométrique des points M d'un plan orienté, tels que, A et B étant deux points fixes de ce plan, l'un des angles des vecteurs MA et MB ou des droites MA et MB ait une mesure algébrique donnée.
- Trièdres supplémentaires.
- Les leçons sur les diverses symétries étant supposées traitées, en donner des applications en géométrie plane.
- Produit de deux homothéties.
- Applications de l'homothétie en géométrie plane.
- Similitude plane directe.
- Faisceau harmonique de droites, polaire d'un point par rapport à deux droites.
- Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles.
- Théorie des puissances en géométrie dans l'espace.
- Polaire d'un point par rapport à un cercle. Pôle d'une droite.
- Faisceaux de cercles.
- Cercles orthogonaux.
- Cercles passant par deux points donnés et tangents à une droite ou à un cercle donné.
- L'inversion : première leçon.
- Figures inverses d'une droite et d'un cercle en géométrie plane.
- Applications de l'inversion en géométrie plane.
- Inversion des cercles dans l'espace.
- Projection stéréographique et applications de l'inversion dans l'espace.
- L'inversion conserve les angles.

— Lieu géométrique des centres, des cercles tangents à un cercle donné et passant par un point fixe extérieur à celui-ci.

— Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à un point fixe et à une droite fixe est constant et supérieur à 1.

— Equivalence des deux définitions suivantes relatives aux coniques : lieu des centres, des cercles passant par un point donné et tangents à un cercle donné ou à une droite donnée ; lieu des points dont le rapport des distances à un point donné et à une droite donnée a une valeur donnée.

— Directions asymptotiques et asymptotes de l'hyperbole.

— Intersection d'une hyperbole et d'une droite.

— Tangente en un point à une conique.

— Tangentes menées d'un point à une parabole.

— Tangentes menées d'un point à une conique à centre.

— Théorèmes de Poncelet.

— Enveloppe d'une droite qui varie de telle façon que la projection d'un point fixe sur celle-ci décrive une droite donnée.

— Equation de l'hyperbole.

— Ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle.

— Projections d'un cercle en géométrie cotée et en géométrie descriptive.

— Sections hyperboliques du cône de révolution.

— Sections paraboliques du cône de révolution.

— Sections planes du cône de révolution : détermination par un foyer et la directrice correspondante.

— Sections planes du cylindre de révolution, cylindres contenant une ellipse donnée.

B) *Autres classes.*

— Distance d'un point à un plan : existence, définition, applications (*Première*).

— Aire de la projection d'un polygone plan : cette étude sera illustrée par une épure de géométrie cotée (*Première*).

— Surface cylindrique à directrice circulaire (*Première*).

— Aire de la zone, aire de la sphère, applications (*Première*).

— La sphère : intersection avec une droite, tangente, section plane, plan tangent (*Première*).

— Plus courte distance de deux droites : existence, définition, applications (*Première*).

— La notion de distance en géométrie plane. Distance d'un point à une droite : existence, définition, applications (*Seconde*).

— Segments déterminés sur un côté d'un triangle par les bissectrices de l'angle opposé. Lieu des points dont le rapport des distances à deux points donnés est donné (*Seconde*).

— Théorème de Thalès (*Seconde*).

— Relations métriques dans le triangle rectangle (*Seconde*).

— Différence des carrés des distances d'un point à deux points fixes (*Seconde*).

- Cercles homothétiques (*Seconde*).
- Lieux géométriques et enveloppes (*Exercices en Troisième*).
- Principe de la représentation des figures de l'espace par la méthode des projections orthogonales, application à des exemples simples (*Troisième Moderne, Enseignement court*).

Leçons d'Arithmétique, d'Algèbre et de Trigonométrie

A) *Classe de Mathématiques.*

Arithmétique : recherche des diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres ; propriétés du p.g.c.d. ; nombres premiers entre eux (la théorie des nombres premiers n'a pas été faite).

— Première leçon sur les nombres premiers.

Arithmétique : multiplication et division des fractions.

— Définition du rapport de deux grandeurs de même espèce. Changement d'unité dans la mesure d'une grandeur : donner quelques exemples empruntés à la physique.

Arithmétique : définition et extraction de la racine carrée d'un nombre entier à une unité près par défaut.

— Première leçon sur les nombres décimaux.

Arithmétique : définition de la division des nombres entiers ; propriétés et mécanisme de l'opération.

— Une première leçon a été faite sur les nombres positifs et négatifs. On propose de faire la première leçon sur les opérations concernant ces nombres.

— A la suite du chapitre sur les opérations concernant les monômes et les polynômes on donnera une leçon d'exemples d'opérations et de simplifications de fractions rationnelles.

Algèbre : l'exposé demandé a pour but, à la fin du chapitre de révision du calcul algébrique, de familiariser les élèves avec le maniement des expressions renfermant des radicaux : à l'aide de quelques exemples, on s'efforcera de dégager des principes généraux de calcul.

Quelle sera la leçon introductive à l'étude des fonctions, compte tenu des notions supposées acquises en Seconde ?

— Résolutions des inéquations du second degré uniquement sur des exemples numériques.

— Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. On traitera comme application un seul exemplaire numérique avec un paramètre.

— Première leçon sur les dérivées.

— Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée. Application à des exemples numériques.

— Etude de la variation de la fonction $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ sur deux exemples numériques. Courbe représentative.

— Résolution et discussion de l'équation : $a \cos x + b \sin x = c$. (Aucun exemple n'est demandé).

— La résolution et la discussion de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$ ayant été faite dans une leçon précédente, on traitera un exemple numérique et la discussion d'une équation renfermant un paramètre.

— Résolution d'un triangle connaissant les longueurs de ses trois côtés. On traitera complètement un exemple numérique simple, mais exigeant l'usage d'une table de logarithmes.

— Résolution d'un triangle connaissant deux côtés a et b et l'angle A opposé à a . On traitera complètement un exemple numérique dans le cas où il existe une seule solution.

— Résoudre deux triangles dans des cas non-classiques.

— Résoudre trois exemples d'équations trigonométriques simples à une inconnue.

— Résolution de trois systèmes simples d'équations trigonométriques à deux inconnues ne figurant que par leurs lignes trigonométriques.

— Résolution d'inéquations trigonométriques simples et numériques.

— Les formules de transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus ou cosinus ayant été établies on propose d'en donner des applications.

— Etudier deux exemples numériques de fonctions de la forme

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$$

et construire la courbe représentative.

— A titre d'exercice à la suite du chapitre des variations de fonctions étudier deux exemples non-classiques de variations de fonction dont l'un devra être tel que la variable figure par une de ses lignes trigonométriques.

— Notion de fonction primitive. Application au calcul de certaines aires. (On se limitera à trois exemples au plus).

— Progressions géométriques. Expliquer comment l'étude des progressions arithmétiques et géométriques prépare celle des logarithmes ?

B) Classe de Sciences Expérimentales.

Algèbre : Combinaisons et probabilités simples. On donnera des exemples usuels.

— Première leçon de trigonométrie.

— Première leçon sur la dérivée.

— Primitives d'une fonction. Application à la définition de $y = \log x$ et à quelques-unes de ses propriétés.

— Etude de la fonction exponentielle et de la fonction $\sqrt[n]{x}$.

— Combinaisons et probabilités simples. Formule du binôme.

— Vous abordez pour la première fois votre auditoire de cette Classe de Sciences Expérimentales, exposez dans un court préambule, d'une dizaine de minutes au plus, les buts de votre enseignement et faites ensuite votre première leçon sur le rappel des opérations du calcul algébrique.

C) *Classe de Première C.*

— Résolution de l'équation du second degré à une inconnue (première leçon).

— Relations entre les coefficients et les racines d'une équation du second degré à une inconnue. Applications.

— Etude du signe du trinôme du second degré. Application à la résolution de quelques inéquations du second degré à une inconnue.

— Une leçon a été faite sur le signe du trinôme du second degré. L'appliquer à la résolution et discussion de deux problèmes.

— Etude de la variation du trinôme du second degré et de la courbe représentative sur deux exemples numériques.

— Etude de la variation et de la courbe représentative d'une fonction homographique de la variable x sur un exemple numérique. On s'attachera à déterminer la tangente en un point de la courbe et à en dégager d'intéressantes remarques pour les élèves.

— Mouvement rectiligne uniforme. Mouvement rectiligne uniformément varié.

— Etudier deux problèmes dont la résolution conduit à une équation du second degré à une inconnue.

Trigonométrie : première leçon sur la définition des fonctions circulaires $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$.

Trigonométrie : fonctions circulaires correspondant à des arcs opposés, supplémentaires, complémentaires, différant de $\frac{\pi}{2}$. Application à la résolution de quelques équations trigonométriques simples.

Trigonométrie : résolution des équations $\sin x = \sin a$, $\cos x = \cos a$, $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a$. Application à la résolution d'inéquations trigonométriques simples.

Trigonométrie : étudier deux problèmes d'origine géométrique conduisant à une équation du second degré quand on prend comme inconnue un sinus, un cosinus ou une tangente.

— Première leçon sur la fonction homographique.

— Première leçon d'algèbre sur les vecteurs. Mesure algébrique d'un vecteur sur un axe ; relation de Chasles.

D) *Classe de Seconde C.*

— Repérage d'un point sur une droite ou dans un plan.

— Etude algébrique de la fonction linéaire $y = ax + b$.

— Représentation graphique de la fonction linéaire. A titre d'exercice appliquer à la résolution graphique d'une inéquation du premier degré à deux inconnues.

— Etude de la fonction $y = \frac{a}{x}$ et de sa courbe représentative. Comparer les différentes courbes obtenues quand a varie.

— Etude de la fonction $y = ax^2$ et de sa courbe représentative. Comparaison des différentes courbes obtenues quand a varie.

— Résolution et discussion de l'équation en x : $ax + b = 0$. Appliquer à deux exercices simples.

— Résolution de l'équation du second degré uniquement sur des exemples numériques.

— Résolution de l'inéquation du second degré à une inconnue sur des exemples numériques.

— Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. Appliquer à un exemple simple où figure un paramètre.

— Résolution et discussion de deux problèmes conduisant à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue : l'un de ces problèmes étant obligatoirement de caractère géométrique, l'autre au choix du candidat.

— La fonction linéaire et sa représentation graphique ont été traitées. On propose de faire une leçon d'application au choix du candidat.

D) *Classe de Troisième.*

— Etude de problèmes empruntés à la géométrie et à la physique et conduisant à des relations de la forme $y = ax^2$, $y = -\frac{a}{x}$. Tableaux de valeurs ; graphiques (*Troisième Moderne*).

— Grandeurs proportionnelles et grandeurs à accroissements proportionnels. Exemples empruntés à l'Arithmétique, à la Géométrie et à la Physique. Graphiques. (*Troisième Moderne*).

— Racine carrée approchée d'un nombre entier ou décimal. Règle d'extraction et usage d'une table de carrés (*Troisième A, B et Mod.*).

— Résolution des inéquations numériques du premier degré à une inconnue (*Troisième A, B, Mod.*).

— Etudier trois problèmes conduisant à la résolution d'une ou de deux équations du premier degré à une ou deux inconnues (*Troisième A, B, Mod.*).

E) *Classe de Quatrième A, B, Mod.*

— Première leçon sur les nombres algébriques.

— Calcul algébrique : propriété des sommes et produits ; puissances ; usage des exposants négatifs et de l'exposant nul.

— Etude des opérations sur les polynômes (*Quatrième Moderne*).

— Pratique de la recherche du P.G.C.D. et du P.P.C.M. ; de deux ou plusieurs nombres et application à la simplification des fractions, aux opérations sur les fractions.

— Problèmes conduisant à une équation numérique du premier degré à une inconnue.

F) *Classe de Cinquième, Classique et Moderne.*

— Emploi de lettres pour représenter des nombres (Première leçon).

Le Gérant : L. PARAZINES.

Informations

1. Colloque de Logique

Les 7, 8 et 9 décembre 1950 aura lieu, à l'E.N.S. 45, rue d'Ulm, sous le patronage de la Faculté des Sciences et de l'Association de Logique symbolique, un Colloque de Logique.

Parmi les exposés, qui ne sont pas encore tous déterminés, nous pouvons signaler les suivants : de M. CURRY (U.S.A.) : Une conception formaliste du fondement des Mathématiques ; de M. BETH (Pays-Bas) : Parallélisme logico-mathématique ; de M. FEYS (Belgique) : L'interprétation *a posteriori* des systèmes formalisés ; de M. HAYTING (Pays-Bas) : L'espace de Hilbert en Mathématique intuitionniste.

2. Colloque sur les Machines à Calculer

Le Centre National de la Recherche Scientifique organise, avec l'appui de la Fondation Rockefeller, un Colloque international sur « Les machines à calculer et la pensée humaine », qui se tiendra à Paris, du 8 au 13 janvier 1951, sous la présidence du professeur J. PÉRÈS, membre de l'Institut.

Les professeurs H. H. AIKEN (Cambridge, U.S.A.), E. W. CANNON (Washington), EKELOFF (Göteborg), H. GASTAUT (Marseille), P. GERMAIN (Bruxelles), Grey WALTER (Bristol), D. R. HARTREE (Cambridge, G.-B.), KJELLBERG G. (Stockholm), M. PICONE (Rome), P. PUIG ADAM (Madrid), E. STIEFEL (Zurich), G. TORRES-QUEVEDO (Espagne), F. H. VAN DEN DUNGEN (Bruxelles), A. VAN WIJNGAARDEN (Amsterdam), etc..., ont déjà promis leur concours, ainsi que plusieurs professeurs français. Leurs conférences ou communications seront consacrées aux sujets suivants :

— Progrès récents dans la technique des grosses machines à calculer (machines arithmétiques, analyseurs différentiels et autres) ;

— Problèmes de Mathématiques et de Sciences appliquées relevant des grosses machines ;

— Les grosses machines, la logique et la physiologie du système nerveux.

Les Mathématiciens, les Ingénieurs, les Physiologistes et les Médecins s'intéressant à ces questions sont invités à se renseigner auprès de M. P.-L. COUFFIGNAL, Institut Blaise-Pascal, 155, rue de Sèvres, Paris, XI^e (France).

Les travaux du Colloque seront publiés en un recueil, par les soins du Centre National de la Recherche Scientifique.

Les personnes qui, sans assister nécessairement au Colloque, désirent commander ce recueil, voudront bien s'adresser à M. P.-L. COUFFIGNAL, avant la fin du Colloque.

3. Annonce

Collègue serait désireux d'acheter, ou d'emprunter, l'ouvrage épuisé de A. BUHL :

« Géométrie et Analyse des Intégrales doubles »

S'adresser à :

M. J. LAMAT, 78, boulevard Clemenceau, Marcq-en-Barrois (Nord)

Librairie DELAGRAVE, 15, rue Soufflot, PARIS-V^e

Collection BRACHET-DUMARQUÉ

Vient de paraître :

ALGÈBRE, 2^e et 1^{re} A et B

COSMOGRAPHIE, avec la collaboration de **P. COUDERC**

Classes de Philo-lettres et de Sciences expérimentales

MATHÉMATIQUES { 1. ALGÈBRE-TRIGONOMETRIE ;
" COSMOGRAPHIE.

Classe de Philo-lettres

Sous presse :

COSMOGRAPHIE, avec la collaboration de **P. COUDERC**

Classe de Mathématiques

Éléments d'ARITH-ALGÈBRE (5^e, 4^e, 3^e). SOLUTIONS

Éléments de GÉOMÉTRIE (5^e, 4^e, 3^e). SOLUTIONS

LIBRAIRIE A. HATIER

8, Rue d'Assas - Paris (6^e)

Cosmographie, classe de Mathématiques,
par André DANJON **380 fr.**

Cosmographie, classes de Philosophie et Sciences expérimentales,
par André DANJON **260 fr.**

La question de cours à la 1^{re} partie du Baccalauréat,
par Serge MINOIS et René FAVRELLE **100 fr.**

Leçons de Mathématiques, classe de Philosophie,
par Serge MINOIS et René FAVRELLE **120 fr.**

L'entraînement méthodique au calcul algébrique,
par G. GLAESER.. .. . **80 fr.**

Les Humanités scientifiques, revue mensuelle de 48 pages,
dirigée par S. MINOIS et R. TOUREN ; l'abonnement annuel **450 fr.**
C.C. Paris 5507-91

— SPÉCIMEN GRATUIT SUR DEMANDE —