

DEUXIÈME PARTIE

Sur l'égalité de deux angles orientés

On peut dans une proportion échanger les moyens, ou les extrêmes, et on écrit à volonté :

$$(1) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}.$$

Nous démontrons cette proposition une fois pour toutes et nous entendons ensuite, à juste titre, que nos élèves la retiennent et l'utilisent.

Les rotations du plan et de l'espace, la similitude, etc., nous font très souvent rencontrer ce fait qu'une égalité d'angles liant les axes x, y, z, u d'un plan orienté peut s'écrire à volonté :

$$(2) \quad (x, y) = (z, u), \quad (x, z) = (y, u), \quad (u, y) = (z, x), \text{ mod. } 2\pi.$$

Or ne nous croyons-nous pas obligés de remonter chaque fois à la justification des deux dernières égalités en ajoutant aux deux membres de la première, soit (y, z) , soit (u, x) ? Un tel retour en arrière semble alourdir inutilement nos exposés ; peut-être serait-il opportun de démontrer et de retenir, — une fois pour toutes là aussi, — cette proposition :

Dans une égalité d'angles du plan orienté, on peut, comme dans une proportion, échanger les moyens, ou les extrêmes.

En raison de son emploi fréquent et commode, cette proposition ne mériterait-elle pas d'être tenue pour classique ?

Le rapprochement des deux énoncés n'offre, en Élémentaires, qu'une analogie heureusement mnémonique, mais il exprime en Spéciales un lien profond. Si $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, sont les angles polaires des axes x, y, z, u par rapport à un axe commun de référence, il suffit de poser $a = \cos \alpha - i \sin \alpha$, etc., pour que les formules (2) deviennent un simple cas particulier des formules (1).

L. THIBERGE,
Inspecteur général.