

Les Mathématiques au Portugal (suite)

3^e Année

Algèbre. — Exemples de grandeurs pouvant varier dans deux sens opposés ; nombres positifs et négatifs ; position d'un point sur un axe ; opérations sur les nombres algébriques.

Expressions algébriques ; monômes et polynômes ; valeurs numériques d'expressions algébriques à une ou deux variables.

Représentation d'un point dans un plan (en coordonnées cartésiennes rectangulaires. Notions élémentaires de variable et de fonction données à partir de grandeurs d'usage courant ; représentation graphique de $y = ax$ et $y = ax + b$ où a et b ont des valeurs numériques.

Monômes entiers à une ou deux variables ; addition algébrique, multiplication, division et puissance.

Polynômes entiers à une variable et homogènes à deux variables ; addition algébrique ; multiplication ; cas remarquables de multiplication ; division.

Fractions algébriques ; simplification et opérations seulement dans le cas où les termes sont des monômes.

Equations numériques du premier degré à une inconnue ; résolution algébrique et graphique.

Système de deux équations numériques du premier degré à deux inconnues ; résolution algébrique et graphique.

Problèmes très simples se résolvant à l'aide d'une équation numérique

du premier degré à une inconnue ou d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Inéquations entières du premier degré à une inconnue : résolution algébrique et graphique.

Géométrie plane. — Droite, demi-droite et segment de droite.

Angles ; angles adjacents ; angles complémentaires et supplémentaires ; angles opposés par le sommet.

Triangles ; les trois premiers cas d'égalité des triangles ; relations entre les éléments d'un triangle.

Perpendiculaire au milieu d'un segment de droite : bissectrice d'un angle. Droites et points notables du plan d'un triangle. Droites parallèles : propriétés angulaires ; angles ayant leurs côtés parallèles ou perpendiculaires. Somme des angles d'un triangle ; angle extérieur.

Constructions graphiques.

Quadrilatères : propriétés caractéristiques des parallélogramme, losange, rectangle, carré et trapèze.

Cercle : arcs, cordes et apothèmes ; arcs et angles au centre ; mesures des arcs et des angles ; unités respectives.

Angle inscrit : arc capable ; angle exinscrit ; angle formé par deux cordes ; angle formé par deux sécantes ; relations entre les mesures de ces angles et celles des arcs correspondants.

Indications sur le programme. — La représentation graphique des fonctions indiquées devra être précédée de la révision des graphiques du premier cycle qui pourra servir de base à cette étude.

Les cas remarquables de multiplication se rapportent seulement au carré de binômes et à la différence de deux carrés.

Les principes d'équivalence des équations, systèmes d'équations et inéquations seront seulement énoncés et vérifiés sur des exemples numériques.

Dans la résolution algébrique des systèmes on emploiera seulement les méthodes de substitution ou de réduction au même coefficient.

L'étude des équations sera amenée par la représentation et la résolution conséquente de problèmes très simples.

La résolution des inéquations fractionnaires n'est pas incluse dans ce programme.

L'étude du triangle et du cercle amènera à la connaissance de propositions réciproques.

L'étude de la circonférence, de la perpendiculaire au milieu d'un segment et de la bissectrice d'un angle introduira le concept de « lieu géométrique ».

Dans l'étude des « trois premiers cas d'égalité des triangles », le professeur pourra faire allusion à l'existence d'un quatrième cas.

4^e Année

Algèbre. — Expressions algébriques ; décomposition de polynômes en produit de facteurs par la mise en évidence de facteurs communs ou par l'application des identités remarquables.

Fractions algébriques : simplification et opérations dans les cas où est possible une décomposition en facteur.

Equations numériques et littérales du premier degré à une inconnue. Systèmes de deux équations numériques ou littérales du premier degré à deux inconnues ; systèmes de trois équations numériques du premier degré à trois inconnues.

Problèmes du premier degré à une, deux ou trois inconnues.

Généralisation de la notion de puissance ; puissance d'exposant nul et d'exposant négatif ; opérations.

Notion de nombre irrationnel ; radicaux ; calcul de radicaux. Puissances d'exposant fractionnaire ; opérations.

Suites numériques. Notions d'infiniment grand et d'infiniment petit ; notion de limite d'une suite.

Géométrie plane. — Lieux géométriques : points équidistants d'un point donné ; de deux points donnés ; d'une droite donnée ; de deux droites données. Application à des problèmes de construction.

Rapport de deux segments ; relations entre les segments interceptés par des parallèles sur des droites concourantes ; théorème de Thalès et ses conséquences. Homothétie ; symétrie par rapport à un point. Similitude ; triangles semblables et cas de similitude des triangles. Conséquences numériques de la similitude des triangles : théorèmes relatifs aux moyennes proportionnelles dans le triangle rectangle ; théorème de Pythagore ; théorèmes relatifs au carré du côté opposé à un angle aigu ou à un angle obtus ; relations déterminées par les bissectrices ; segments proportionnels dans le cercle.

Polygones ; similitude des polygones. Polygones réguliers : propriétés élémentaires.

Expressions des valeurs des côtés et des apothèmes du carré, de l'hexagone régulier et du triangle équilatéral en fonction du rayon de la circonférence circonscrite.

Périmètre de la circonférence ; longueur d'un arc.

Aires : unité d'aire. Figures équivalentes. Aires du rectangle, du carré, du parallélogramme, du triangle, du losange, du trapèze et du polygone ; aire du cercle et du secteur circulaire.

Indications sur le programme. — Dans l'étude des radicaux on considérera seulement des indices entiers et supérieurs à l'unité.

L'étude des limites se résumera aux notions indiquées, données par l'intermédiaire d'exemples de l'arithmétique et de la géométrie.

5^e Année

Algèbre. — Logarithmes ; théorèmes relatifs au calcul logarithmique ; logarithmes décimaux ; usage des tables (à cinq décimales).

Equations du second degré à une inconnue ; résolution algébrique. Problèmes du second degré.

Progressions arithmétiques et géométriques ; terme général et somme de n termes.

Géométrie dans l'espace. — Notion de plan : modes de définition d'un plan.

Positions relatives de deux droites dans l'espace. Positions relatives d'une droite et d'un plan : parallélisme d'une droite et d'un plan. Positions relatives de deux plans : parallélisme de deux plans. Angle de deux droites de l'espace : perpendicularité d'une droite et d'un plan.

Dièdres ; perpendicularité de deux plans. Angle d'une droite et d'un plan. Distances.

Angle polyèdre ; ses éléments. Trièdre : relation entre ses faces.

Polyèdres ; polyèdres réguliers. Surfaces prismatique et pyramidale : surfaces cylindrique et conique. Prisme, pyramide et troncs respectifs : cylindre, cône et troncs respectifs. Surfaces et solides de révolution (cylindre, cône, tronc de cône et sphère).

Sphère ; zone, calotte et segment sphériques ; fuseau et coin sphériques, distance sphérique.

Aires des surfaces des parallélépipède, prisme, pyramide, tronc de pyramide régulier ; cylindre, cône et tronc de cône de révolution. Aires de la zone et de la sphère.

Volumes des parallélépipède, prisme, pyramide, cylindre, cône et sphère.

Indications sur le programme. — Dans l'étude des progressions, on ne traitera pas le problème de l'insertion de moyens.

Les logarithmes, qui seront considérés comme des exposants, seront introduits dans ce programme d'une façon nettement pratique : on se contentera en général d'une approximation donnée dans les résultats. Les équations comprenant des logarithmes et quelques autres types de problèmes théoriques sont entièrement bannis.

L'étude des équations du second degré sera amenée de manière analogue à celle des équations du premier degré, c'est-à-dire à partir de problèmes simples. Les exemples se limiteront au cas des racines réelles.

6^e Année

Algèbre. — Notion élémentaire de variable et de fonction : expression analytique d'une fonction ; classification des fonctions ; fonctions inverses ; représentation géométrique de quelques fonctions.

Infiniment grands ; infiniment petits ; infiniment petits simultanés ; théorèmes relatifs au produit et à la somme d'infiniment petits. Limite d'une variable ; limite d'une fonction ; opérations sur les limites.

Notion élémentaire de continuité d'une fonction.

Propriétés des polynômes entiers.

Addition algébrique, multiplication et division des polynômes.

Division par $x - a$; polynômes identiquement nuls ; polynômes identiques ; principe des identités ; méthode des coefficients indéterminés ; règle de Ruffini.

Fractions algébriques. Symboles d'impossibilité : symboles d'intermination de la forme $0/0$, ∞/∞ et $0 \times \infty$; vraie valeur d'une expression se présentant sous une forme indéterminée.

Equations : notions générales et principes d'équivalence. Equation du premier degré à une inconnue : résolution algébrique et graphique ; discussion.

Equation du premier degré à deux inconnues : solutions entières ; solutions entières et positives ; résolution numérique et graphique.

Système de deux équations du premier degré à deux inconnues : résolution algébrique et graphique ; discussion.

Trigonométrie. — Généralisation de la notion d'angle et d'arc ; mesures.

Fonctions circulaires directes : définition, variation et représentation graphique : fonctions circulaires correspondant à des angles complémentaires, supplémentaires, qui diffèrent de π , opposés et dont la somme est égale à 2π . Réduction d'un angle au premier quadrant.

Relations entre les fonctions circulaires d'un même angle ; valeurs de ces fonctions dans quelques cas particuliers.

Fonctions circulaires inverses.

Arithmétique rationnelle. — Théorie des nombres entiers et des opérations fondamentales. : systèmes de numération.

Divisibilité.

Nombres premiers.

P.G.C.D. et P.P.C.M.

Indications sur le programme. — Dans l'étude des fonctions on considérera seulement des fonctions d'une variable réelle, mais sera inclus le cas où il y a une variable intermédiaire et une variable finale (fonction de fonction).

Pour la détermination des vraies valeurs, on ne considérera que des fonctions rationnelles fractionnaires ou des expressions réductibles à ces fonctions.

Dans l'étude des nombres entiers, on attire l'attention sur le fait que la théorie de l'addition et de la multiplication seront présentées par la méthode d'induction ; les analogies entre ces deux opérations seront mises en relief de façon à permettre le raccourcissement de leur étude et de la rendre simultanément plus profitable.

7^e Année

Algèbre. — Analyse combinatoire, éléments distincts et avec répétition. Binôme de Newton.

Nombres complexes à deux unités ; forme algébrique : égalité, inégalité et opérations.

Equation du second degré à une inconnue ; résolution algébrique et graphique ; discussion.

Equation bicarrée ; résolution algébrique ; discussion. Transformation d'un radical portant sur une somme algébrique de deux radicaux simples.

Equations irrationnelles réductibles au second degré.

Trinôme du second degré ; représentation graphique ; propriétés. Inéquations. Notions générales et principes d'équivalence. Inéquations du

second degré à une inconnue ; inéquations fractionnaires qui se résolvent au moyen d'inéquations du premier ou du second degré à une inconnue.

Problèmes du premier et du second degré ; discussion.

Le problème des tangentes et celui des vitesses : notion de dérivée d'une fonction en un point ; fonction dérivée. Dérivées des fonctions algébriques et des fonctions circulaires directes ; dérivée d'une fonction de fonction.

Trigonométrie. — Formules de la somme et de la différence de deux angles.

Formules de multiplication et de division par 2 d'un angle.

Formules de transformation logarithmique.

Tables trigonométriques : usage des tables naturelles et logarithmiques.

Résolution de quelques équations trigonométriques simples.

Résolution de triangles rectangles et quelconques (cas classiques) ; calcul des aires.

Application à des problèmes simples de topographie.

Géométrie. — Introduction à la géométrie analytique plane :

Coordonnées cartésiennes et polaires ; leurs relations.

Distance de deux points ; coordonnées du point milieu de deux points donnés.

Notion de lieu géométrique défini par une équation et de l'équation d'une ligne ; détermination des équations correspondant à quelques lieux géométriques très simples.

Equations cartésiennes de la droite : problèmes sur la droite : équations de la droite qui passe par un ou par deux points ; point d'intersection de deux droites ; angle de deux droites ; condition de parallélisme et de perpendicularité de deux droites ; distance d'un point à une droite.

Etude élémentaire des lieux géométriques définis par des équations numériques de la forme : $x^2 + y^2 = r^2$; $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$; $b^2x^2 \pm a^2y^2 = a^2b^2$; $xv = b$; $y^2 = 2px$; $x^2 = 2qy$.

Equations cartésiennes : a) de la circonférence ; b) de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes ; c) de la parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet.

Indications sur le programme. — Les équations dont il est question dans le programme seront limitées aux « équations à coefficients réels ».

Les équations trigonométriques à considérer sont celles pouvant se réduire à des équations algébriques des programmes de 6^e et 7^e années quand on prend pour inconnue $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ ou $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

Ne sont pas incluses dans le programme les démonstrations de l'équivalence des formules relatives aux trois théorèmes fondamentaux de la résolution des triangles.

Les coordonnées cartésiennes seront seulement à axes rectangulaires.

A. MONJALLON.

(A suivre).