

DEUXIÈME PARTIE (1)

Plaidoyer pour un système de notations

Depuis près d'un an notre dévoué collègue, M. MONJALLON, nous invite à rechercher les notations les plus propres à représenter les arcs orientés. Ceux d'entre nous, qui ont écouté son appel, ont tout naturellement cherché des modèles dans les notations des segments et vecteurs et cette recherche les a conduits à d'étranges constatations.

C'est ainsi que pour les segments et leurs mesures on voit les auteurs de manuels se contenter d'une seule notation, AB , alors qu'il leur en faut deux pour les vecteurs et leurs mesures (qui, d'ailleurs, n'existent pas comme on le verra plus loin). Sur la signification de AB , ils sont partagés. Les uns veulent voir dans ce symbole la longueur du segment, les autres sa mesure ; d'autres enfin, pour tout concilier (?) disent : « C'est sa longueur, c'est donc un nombre. » Bien entendu la même confusion règne sur les arcs, les angles et leurs mesures.

Quand on approfondit l'enquête on remarque que la race des grandeurophiles est en voie de disparition rapide, absorbée par celle des grandeuro-

(1) Adresser soit au Président, soit à M. HUISMAN, 11, rue Jacques-Cœur, Paris (4^e), toute communication destinée à la Deuxième partie du *Bulletin*,

phobes, laquelle se ramifie en variétés : les durs et les mous. Les mous disent que leurs notations représentent des nombres purs, mais ils écrivent aussitôt $\widehat{xy} = 60^\circ$ et évitent soigneusement un $\widehat{AOB} = \widehat{AB}$ pourtant autorisé par leurs définitions. Ne les blâmons pas trop. Leur inconséquence est moins dangereuse que la logique des durs. Ceux-ci nous permettent (provisoirement sans doute) $AB = 3 CD$, mais ils nous interdisent $A:B = 3 m.$ et même $3 m. = 30 dm.$ (Entendu dans une E.N.S.). Il leur faut des $l = 3$ $S = 3$, $V = 3$, l, S, V , désignant pour les uns des nombres et pour les autres des grandeurs. On voit venir le jour où ils corrigeront ainsi Racine ;

C'était pendant l'horreur de 1 quand on prend la profonde nuit pour unité.

Ces extravagances étant les suites logiques de la confusion entre grandeurs et nombres, il est urgent de dissiper cette confusion par un retour aux notations si limpides d'il y a cinquante ans. Nous avons connu la trinomite. C'était une simple hypertrophie et la trinomectomie nous rendit la santé. La nombromanie, dont nous souffrons aujourd'hui, est beaucoup plus grave. Nous l'avons négligée alors qu'elle était bénigne et aujourd'hui l'organe vital qu'elle a attaqué, le système de notations, est en pleine décomposition.

Quelle est donc la tare qui a valu aux grandeurs leur bannissement ? Serait-ce qu'on les juge impropres à entrer dans des formules telles que $S = a \times b$? S'il ne s'agit que de cela il me paraît bien facile de désarmer leurs ennemis. Désignons par a, b et S les longueurs des côtés et la surface d'un rectangle. Désignons le mètre par m et, provisoirement, le mètre carré

par M pour éviter la tentation qu'on devine. On aura $\frac{S}{M} = \frac{a}{m} \times \frac{b}{m}$ d'où

$S = M \times \frac{a}{m} \times \frac{b}{m}$. Certes, aucune simplification n'est encore possible. Mais puisque le symbole $a \times b$ n'a reçu jusqu'ici aucune signification nous avons le droit de lui en donner une. Et quand nous aurons prouvé, ce qui est facile, que $M \times \frac{a}{m} \times \frac{b}{m} = M' \times \frac{a}{m'} \times \frac{b}{m'}$, (M' et m' étant la surface et le côté d'un carré quelconque) nous pourrions, s'il nous plaît, dire que par définition $a \times b = M \times \frac{a}{m} \times \frac{b}{m}$. Nous aurons bien alors $S = a \times b$.

Allons plus loin. Le mètre carré est désigné par m^2 et non par M et ce n'est pas pour rien que cette notation a été choisie. Avec m^2 on a :

$$a \times b = m^2 \times \frac{a}{m} \times \frac{b}{m},$$

ce qui prouve qu'on a le droit de simplifier le second membre comme si m, a et b étaient des nombres. On peut donc dire :

$$S = 3 m \times 2 m = m^2 \times 3 \times 2 = 6 m^2.$$

A partir de ce cas fondamental on étend sans peine à tous les autres le droit précieux, acquis une fois pour toutes, d'appliquer aux symboles représentant les grandeurs, les mêmes règles d'opération qu'à ceux qui représentent les nombres.

Pour simple qu'elle soit, cette théorie est évidemment un peu subtile pour nos élèves de 6°. Pour eux $S = 1 \text{ m}^2 \times 2 \times 3$ reste préférable. Mais elle est parfaitement accessible aux élèves moyens de 3°.

Les grandeurs étant ainsi réhabilitées, il reste à savoir par quelles notations on représentera les mesures. A mon avis, nous ne rappellerons jamais trop à nos élèves qu'une mesure est un rapport. C'est pourquoi je propose de n'employer aucune notation nouvelle et de nous contenter de $\frac{AB}{m}$, $\frac{S}{m^2}$, etc.

On pourra trouver que c'est un peu long à écrire, mais, d'une part, on n'aura pas souvent à l'écrire et, d'autre part, on aura toujours la liberté de poser $\frac{AB}{m} = x$.

Passons aux segments orientés pris sur une même droite ou des droites parallèles. On verra plus loin pourquoi je n'emploie pas le mot vecteur. Si $\overline{AB}$ et $\overline{m}$ désignent deux d'entre eux, l'écriture $\frac{\overline{AB}}{\overline{m}} = -3$ n'est pas plus

absurde que $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = -3$ admise par tout le monde. Dès lors, quand nous

aurons défini $\overline{m} \times -3$, nous pourrons écrire $\overline{AB} = -3 \overline{m}$. Certes, l'expression $\overline{PA} \times \overline{PB}$ exigera la définition de surfaces négatives. Ce ne sera pas du temps perdu ; les physiciens nous en sauront gré quand ils parleront des diagrammes croisés des moteurs. Ainsi, même avec les grandeurs orientées, point n'est besoin de notation particulière pour désigner les mesures.

Le sens des notations étant maintenant précisé, l'imagination peut vagabonder sans danger à la recherche de leurs formes. Dans les tableaux qui suivent, le lecteur est prié de suppléer à l'insuffisance de la typographie.

I

Grandeurs non orientées	AB	$\widehat{xy}$	$ D, D' $	$\widehat{AB}$
Grandeurs orientées	$\overline{AB}$	$(\overline{ox}, \overline{oy})$	(D, D')	$\overline{AB}$

II

Grandeurs non orientées	$\overline{AB}$	$\widehat{xy}$	$D, D' (1)$	$\widehat{AB}$
Grandeurs orientées	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{xy} (2)$	$D, D' (1) (3)$	$\overrightarrow{AB} (4)$

III

Grandeurs non orientées	$ AB $	$ \widehat{xy} $	$ D, D' $	$ \widehat{AB} $
Grandeurs orientées	AB	$\overline{xy}$	D, D'	$\overline{AB}$

(1) Au-dessus de D, D' dessiner deux droites qui se coupent.

(2) Distinguer les deux demi-droites en faisant l'une en trait plus fort.

(3) Distinguer les deux droites en faisant l'une en trait plus fort.

(4) Agrémenter l'arc d'une flèche.

Je rappelle que dans les rares cas où l'on aura besoin de désigner les mesures on emploiera des notations telles que $\frac{\overline{AB}}{10}$.

Ces trois groupes peuvent évidemment engendrer de nombreux bâtards. Le groupe I en est un lui-même. Il n'est pas beau. Ses barres horizontales sont symétriques et veulent dire dissymétrie. Il n'est pas cohérent. Mais il est le plus voisin des notations actuellement en usage. Il a donc plus de vie, ou plus de potentiel de vie, que les autres. Il est aussi le plus économique et il ne demande aucun signe typographique nouveau. C'est donc lui que je choisirai puisqu'il faut choisir.

Il nous reste à régler le sort des vecteurs. Alors qu'on peut parler du rapport de tous les vecteurs d'une droite à un même vecteur de cette droite, on ne peut en faire autant pour les vecteurs d'un plan ou de l'espace. Ces derniers ne sont pas mesurables avec la même unité. En un sens ce ne sont pas des grandeurs de même espèce. Nous n'aurons donc pas à chercher des notations pour des mesures qui n'existent pas ou qui n'existent que si les vecteurs se transforment en segments orientés. Il est vrai que les vecteurs forment un groupe de transformation, mais si l'on peut définir l'addition de deux vecteurs non parallèles, on ne peut définir leur égalité. Leur addition même est d'une nature si particulière qu'on parle de somme géométrique et non de somme. Il ne nous reste plus qu'à justifier, ou à condamner, des notations distinctes $\overline{AB}$ et $\overrightarrow{AB}$ d'ailleurs liées à des appellations distinctes : segments orientés, vecteurs.

Ici, et pour la première fois depuis le début de cet exposé, on peut marquer quelque hésitation, car des arguments de poids comparables, quoique inégaux, s'affrontent.

En faveur d'une notation commune on peut dire que les segments orientés sont un cas particulier des vecteurs et je dois à la mémoire de mon regretté maître, M. TROUSSET, de rappeler qu'on a vu des présentations de la théorie des vecteurs parfaitement cohérentes et où il n'était pas employé de $\overline{AB}$.

En faveur de notations distinctes on peut dire que les carrés sont des cas particuliers des rectangles et que personne ne parle de supprimer le mot « carré ». Or, $\overline{AB}$ et $\overrightarrow{AB}$ diffèrent bien plus que carré et rectangle. Le second exprime direction, sens et longueur ; le premier exprime sens et longueur, la direction étant sous-entendue, ou plutôt n'étant pas mise en question. Le premier est mesurable : le second ne l'est pas. La somme géométrique n'est pas une somme ordinaire et comme le signe employé dans les deux cas est +, il est commode que la nuance se fasse sentir ailleurs. Faute de mieux ce sera dans — et —>. Enfin $\overrightarrow{AB}$ est aujourd'hui assez entré dans les habitudes pour qu'il y ait plus d'inconvénients que d'avantages à la détrôner.

Ces derniers arguments me paraissent l'emporter sur les premiers. C'est pourquoi je propose AB , $\overline{AB}$, $\overrightarrow{AB}$ qu'on lira respectivement AB , AB orienté, vecteur AB .

On voudra bien remarquer que les changements proposés constituent bien plus une réforme, au sens étymologique du mot, qu'une nouveauté, et que, d'autre part, les auteurs qui les adopteraient, auraient à peine quelques lignes à changer à leurs ouvrages actuels.

G. CONSTANTIN, *Lycée de Reims.*