

L'Axiomatique dans l'Enseignement

Nous avons reçu de notre collègue THOVERT, un plaidoyer sur l'axiomatique dont nous publions, d'accord avec lui, la partie principale.

Pour défendre l'axiomatique, je voudrais apporter aussi bien l'argument du professeur que celui du mathématicien.

L'argument du mathématicien est l'argument *logique*. Personne ne conteste que la définition de l'égalité par un mouvement de figure (amener en coïncidence) contient un cercle vicieux : dire que la figure reste indéformable implique qu'elle reste « égale » à elle-même dans une infinité de positions successives. Il faut donc fonder la notion d'égalité sur un groupe d'axiomes clairs et simples.

Les arguments du professeur sont des arguments *pédagogiques* dont certains ont aussi une valeur logique. Ils sont dominés par une idée qui

me tient à cœur, c'est que *la classe de Mathématiques est une classe de culture* (j'ai la faiblesse de croire à quelque chose qu'on nomme la culture, qui fait que le général prend le pas sur le particulier, la méthode commande le développement, le « pourquoi » précède le « comment »).

Un premier argument pédagogique est de bien séparer, dans l'esprit des élèves, l'idée de *correspondance ponctuelle* et l'idée de *mouvement*. Il est, je pense, inutile d'insister.

Un second argument pédagogique est la nécessité de lier le cours de mathématiques au cours de philosophie. Qu'on le veuille ou non, le collègue philosophe parlera des axiomes, mais ses explications resteront souvent « en l'air », faute de pouvoir faire « toucher du doigt » la matière commentée. Il appartient au mathématicien de venir en aide à son collègue en fournissant aux élèves cette matière ; il y trouvera d'ailleurs son profit par les incidences sur son propre enseignement. (Je tiens à signaler que, pendant deux ans, j'ai eu un collègue philosophe qui s'est intéressé à la question et m'a vivement encouragé à persévérer).

Aménagement pratique. — Je distingue un cours de *géométrie générale* (programme habituel, sauf les égalités), et un cours de *géométrie fondamentale*, qui dure jusqu'à fin janvier à raison d'une heure par semaine.

La première leçon est l'exposé des axiomes d'HILBERT, avec commentaires généraux, quelques démonstrations très simples, qui sont un excellent exercice pour habituer l'élève à bien séparer le « connu » de l'« inconnu ».

Une deuxième leçon (mixte) est la « géométrie rectiligne » où l'on étudie, sur une seule droite, toutes les propriétés des groupes de points. Elle permet d'utiliser ensuite, en géométrie générale, les axes orientés, vecteurs (sur une droite), la division harmonique, etc...

Une troisième leçon expose, en gros, la reconstruction de la géométrie élémentaire à partir des axiomes. Naturellement, il n'est pas question de refaire tous les enchaînements, longs et fastidieux, mais on peut mettre en relief quelques théorèmes très simples et très féconds, comme l'existence des droites non-sécantes (par deux angles alternes égaux), l'existence du parallélogramme, qui ouvrira la théorie des vecteurs dans le plan et l'espace, en montrant que l'équipollence de AB et CD entraîne celle de AC et BD, etc.

Ensuite, une leçon établira la notion de mesure des angles absolus, puis orientés, et les applications aux angles inscrits.

Enfin, les dernières leçons rejoignent le programme avec l'étude de la correspondance par égalité directe et de l'antiégalité, d'abord dans le plan, puis, très succinctement, dans l'espace. Avant l'étude spatiale se place évidemment une définition correcte de la disposition relative des trièdres, en rejetant bien entendu l'arsenal des montres, tire-bouchons et autres « bonhommes d'Ampère ».

Il ne m'est pas possible de développer plus longuement ce plan dans le *Bulletin*. Mais je voudrais persuader mes collègues que mon expérience n'a pas abouti à un échec, loin de là. D'autres collègues, à Lyon, ont essayé

aussi, depuis deux ans, de faire quelques leçons d'axiomatique au début de l'année et en ont été satisfaits ; ils ont l'intention de continuer. Nous nous réunissons fréquemment pour mettre au point les questions de détail d'application. Je crois que l'A.P.M. peut considérer qu'il ne s'agit plus là d'une simple fantaisie, que la question est arrivée à maturité, et que l'on peut mettre sérieusement à l'étude sa réalisation dans l'enseignement.

G. THOVERT (Lyon-Ampère).