

Présentation des nombres algébriques

Jc voudrais attirer l'attention sur l'opportunité, trop souvent méconnue, et la possibilité, qu'on jugerait à tort impraticable, de faire réfléchir énergiquement les élèves, lorsqu'on aborde le programme des classes de Seconde C ou Moderne, sur la notion de nombre algébrique.

Le nouvel élève de Seconde a fait la connaissance du nombre algébrique deux ans plus tôt ; il sait déjà le manier, et il est en mesure d'esquisser un premier effort critique sur les notions acquises. Or, cet effort est d'autant plus indispensable qu'il n'a pu être sollicité par le professeur de Quatrième, justement préoccupé avant tout de faire assimiler par son très jeune auditoire des mécanismes d'usage constant ; bien mieux, la confusion préalable des signes *positif* et *additif* d'une part, des signes *négatif* et *soustractif* d'autre part, aura été, à cette époque, un véritable procédé pédagogique. dont l'incohérence en droit aura précisément assuré l'efficacité en fait. Il n'en est que plus nécessaire et plus urgent d'inviter maintenant l'élève à « repenser », selon ses forces intellectuelles, un calcul algébrique si dange-reusement familier. Non seulement la prestidigitatation des signes n'a plus d'excuse, mais c'est un scandale logique dont le procès doit être instruit au plus tôt. Il est évidemment impossible de faire comprendre la vertu attachée à la confusion de deux types de symboles — *à priori* complètement étrangers l'un à l'autre — si l'on ne commence pas par les distinguer strictement. Cette entreprise n'a rien de démesuré ou de chimérique, au niveau où nous nous plaçons, et voici comment elle peut être conduite.

Des exemples concrets, qui se présentent en foule à l'esprit, feront d'abord comprendre l'utilité d'introduire un nombre plus riche que le nombre arithmétique, le besoin de compléter le nombre arithmétique par l'indication d'un choix dualistique, que de nombreux couples d'adverbes, de prépositions ou de préfixes commencent déjà à schématiser dans le langage courant : avant-après, au delà-en deçà, au-dessus-au-dessous, devant-derrière, à droite-à gauche, ante-post, hyper-hypo, etc... En poussant un peu plus loin la schématisation de cette alternative multiforme, on construira deux *signes* abstraits, par exemple, le signe positif $\uparrow$ et le *signe négatif* $\downarrow$, qu'on décidera de placer devant le nombre arithmétique : $\uparrow 8$, lu *positif huit* ; $\downarrow 3$, lu *négatif trois*. On dira le nécessaire du *zéro*. Ayant défini les nombres algébriques opposés et étendu à l'algèbre naissante la convention habituelle de la représentation littérale, on choisira le *signe d'opposition*, dont l'usage de cette convention fait apparaître à présent le besoin ; ce pourra être le surlignement : $\bar{a}$, lu *opposé de a*. Une fois ces matériaux rassemblés, les opérations fondamentales seront présentées, avec leurs *signes opératoires* traditionnels, la soustraction et la division étant définies respectivement comme opérations inverses de l'addition et de la multiplication. On remarquera que $0 + a = a$ et on établira l'équivalence opératoire décisive $\dots - a = \dots + \bar{a}$. Dès lors, on sera en mesure de *révéler consciemment* aux élèves le secret du symbolisme algébrique.

D'abord, on fera constater que le maniement opératoire des *nombres*

algébriques positifs est identique à celui des *nombre arithmétiques* (sous réserve que la soustraction de ces derniers soit possible). Pour matérialiser cette identité, il suffira de dresser un tableau comparatif tel que le suivant :

$\uparrow 8 + \uparrow 3 = \uparrow 11$	et	$8 + 3 = 11$
$\uparrow 15 - \uparrow 9 = \uparrow 6$	et	$15 - 9 = 6$
$\uparrow 4 \times \uparrow 7 = \uparrow 28$	et	$4 \times 7 = 28$
$\uparrow 12 : \uparrow 4 = \uparrow 3$	et	$12 : 4 = 3$

Il en résulte qu'on peut identifier ces deux types de nombres, c'est-à-dire qu'on peut supprimer le signe positif : $\uparrow 8 = 8$.

Ensuite, on détaillera les petites chaînes de déductions suivantes :

$\uparrow 8 = 0 + \uparrow 8$	propriété	$0 + a = a$
$= 0 + 8$	convention	$\uparrow 8 = 8$
$\downarrow 8 = 0 + \downarrow 8$	propriété	$0 + a = a$
$= 0 + \uparrow \bar{8}$	définition	de $\bar{a}$
$= 0 - \uparrow 8$	propriété	$\dots - a = \dots + \bar{a}$
$= 0 - 8$	convention	$\uparrow 8 = 8$

On voit alors qu'à condition de sous-entendre conventionnellement le zéro initial dans les formules finalement obtenues, on peut remplacer le signe positif par le signe additif et le signe négatif par le signe soustractif : $\uparrow 8 = + 8$ et $\downarrow 8 = - 8$.

Le fait que les élèves ne réagissent pas, au niveau de la Seconde, contre la présentation « confusionnelle » me paraît une preuve éclatante de la profondeur du « sommeil dogmatique » dont nous devons les éveiller. D'ailleurs, est-il bien sûr qu'ils soient seuls à dormir ? On est obligé d'en douter quand on lit cette affirmation — couramment rencontrée dans les ouvrages scolaires — qu'« on convient, pour simplifier l'écriture des sommes de nombres algébriques, de supprimer les signes d'addition en conservant les signes propres ». C'est là une naïveté manifeste : puisque l'algèbre est une extension de l'arithmétique, ce sont les *signes prédicatoires* — et nullement les *signes opératoires* — qui y peuvent être éliminés.

Jean CHAUVINEAU (Louis-le-Grand).