

Programmes de Mathématiques

Les modifications de programmes indiquées ci-dessous (extrait du *B.O. E.N.* n° 23, du 8 juillet 1948) pour les classes de Philosophie, Sciences Expérimentales et Mathématiques font suite aux retouches apportées l'an dernier aux programmes des classes jusqu'à la Première (*B.O.E.N.* n° 13, du 1^{er} avril 1947) insérées au *Bulletin* de l'A.P.M.E.P., n° 119, mai 1947.

CLASSE DE PHILOSOPHIE

(Horaire hebdomadaire : une heure et demie)

Trigonométrie et algèbre. — Extension de la notion d'arc et de la notion d'angle. Fonctions circulaires (sinus, cosinus, tangente) ; périodicité.

Variation des fonctions circulaires ; représentation graphique.

Définition et signification géométrique de la dérivée d'une fonction. Déri-

vée d'une constante. Dérivée par rapport à la variable d'une somme, d'un produit, d'une puissance, d'un quotient.

Utilisation de la dérivée pour l'étude de la variation et de la représentation graphique de fonctions de la forme

$$ax^2 + bx + c, \quad \frac{ax + b}{a'x + b'}, \quad x^3 + px + q, \quad ax + b + \frac{c}{x}$$

à coefficients numériques. (On admettra sans démonstration les théorèmes qui permettent de déduire le sens de variation d'une fonction du signe de sa dérivée).

Valeur algébrique de la vitesse à un instant quelconque d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne défini par son équation horaire.

Dérivée de l'aire limitée par la courbe représentative d'une fonction positive, l'axe des abscisses, une ordonnée fixe et une ordonnée variable. Notion de fonction primitive. Applications simples.

Cosmographie. — I. Le ciel et les constellations.

Sphère céleste locale ; verticale et horizon. Coordonnées horizontales ; azimut et hauteur. Théodolite.

Lois du mouvement diurne (explication par la rotation de la Terre) ; équatorial. Sphère des fixes ; axe du monde : équateur céleste. Méridien astronomique ; points cardinaux.

Angle horaire d'une étoile ; temps sidéral. Coordonnées célestes équatoriales : ascension droite et déclinaison. Instrument méridien.

II. La Terre. Coordonnées géographiques : longitude et latitude. Notions sommaires sur la forme et les dimensions du géoïde.

III. Mouvement apparent du Soleil sur la sphère des fixes ; écliptique. Mouvement diurne du Soleil ; inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes ; crépuscules. Saisons.

Année tropique. Calendriers.

Temps universel (T.U.). Temps légal ; fuseaux horaires.

IV. Le système solaire. Les planètes. Système de Copernic ; lois de Képler ; loi de Newton.

Les planètes principales. Leurs distances moyennes au Soleil.

Dimensions du Soleil et des planètes. Description physique des planètes.

Comètes. Météores et météorites.

V. La Lune. Révolution sidérale. Phases ; révolution synodique. Rotation. Description physique.

Notions sur les éclipses de Lune et de Soleil. Le saros.

VI. Constitution physique du Soleil : photosphère, taches, chromosphère, protubérances, éruptions, couronne solaire.

VII. Les étoiles. Leurs distances à la Terre.

Etoiles doubles. Etoiles variables. Céphéides. Novae.

La galaxie. Nébuleuses galactiques et extra-galactiques. Matière inter-stellaire.

CLASSE DE SCIENCES EXPÉRIMENTALES

Arithmétique, Algèbre, Trigonométrie
(sans changement)

Mécanique. — Programme de Cinématique de la classe de Mathématiques..

Cosmographie. — Même programme que pour la classe de Philosophie..

CLASSE DE MATHÉMATIQUES

(Horaire hebdomadaire : neuf heures)

Arithmétique. — La notion de mesure des grandeurs sera introduite au moment le plus opportun : on réservera pour une étude ultérieure tous les problèmes qui nécessitent la connaissance des nombres irrationnels.

La définition seule des valeurs approchées et des erreurs est au programme de la classe : c'est sur des exemples numériques seulement qu'il y a lieu de montrer que la connaissance de valeurs approchées par excès et par défaut de deux nombres donnés permet d'encadrer la somme, le produit ou le quotient de ces deux nombres.

I. Numération décimale. Addition, soustraction, multiplication et division des nombres naturels. Théorèmes concernant ces opérations. Explication des règles pratiques pour effectuer ces opérations.

Restes de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par un nombre. Application à la divisibilité par 2, 5, 4, 25, 8, 125, 9, 3 et 11.

Diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres. Propriétés du P.G.C.D. Nombres premiers entre eux. Propriétés relatives à la divisibilité.

Multiples communs à deux ou plusieurs nombres. P.P.C.M.

Définition et propriétés élémentaires des nombres premiers. Décomposition d'un nombre en un produit de facteurs premiers. Application aux diviseurs et aux multiples.

II. Notion de fraction. Propriétés des fractions. Opérations.

Mesuré des grandeurs. Rapport de deux grandeurs de même espèce. Le rapport de deux grandeurs de même espèce est égal au quotient des nombres qui les mesurent. Grandeurs directement et inversement proportionnelles.

III. Fractions décimales. Réduction d'une fraction ordinaire en fraction décimale : condition de possibilité.

Nombres décimaux. Addition, soustraction, multiplication des nombres décimaux, calcul d'un quotient à une approximation décimale donnée. Valeurs décimales approchées par excès ou par défaut d'un nombre donné : erreur absolue, erreur relative.

IV. Carré d'un nombre entier ou fractionnaire. Le carré d'une fraction non réductible à un entier n'est jamais un nombre entier.

Définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre entier ou fractionnaire à une approximation décimale donnée.

Algèbre. — I. Nombres positifs, et nombres négatifs. Opérations élémentaires sur ces nombres ; racines carrées.

Monômes, polynômes. Addition, soustraction, multiplication des polynômes à une ou plusieurs variables. Calcul algébrique.

II. Rappel des notions de fonction, d'accroissement, de fonctions croissante ou décroissante.

Systèmes d'axes de coordonnées rectangulaires. Transport des axes parallèlement à eux-mêmes. Représentation d'une droite par une équation du premier degré. Coefficient angulaire.

III. Equations et inéquations du premier et du second degré.

Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. Interprétation graphique.

Exemples numériques simples (sans aucune théorie générale) d'équations qui se ramènent à des équations du premier ou du second degré.

IV. Dérivée. Signification géométrique. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions ayant des dérivées. Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée. Variation et représentation graphique des fonctions

$$ax^2 + bx + c \quad \text{et} \quad \frac{ax + b}{a'x + b'}$$

Exemples de fonctions de la forme

$$ax^4 + bx^2 + c, \quad x^3 + px + q, \quad \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$$

à coefficients numériques. (En ce qui concerne les limites et la continuité, on se bornera à donner avec précision les définitions nécessaires pour l'étude des dérivées, mais on admettra les règles opératoires. On admettra sans démonstration les théorèmes qui permettent de déduire le sens de variation d'une fonction du signe de sa dérivée).

V. Notion de fonction primitive. Utilisation pour le calcul de certaines aires. (On admettra la notion d'aire et le théorème concernant une fonction dont la dérivée est constamment nulle).

VI. Progressions arithmétiques et progressions géométriques.

VII. Exercices de calculs logarithmiques. Usage des tables à cinq décimales. Intérêts composés.

Trigonométrie. — I. Revision du programme de Première C et moderne.

Usage des tables de valeurs naturelles et des tables de logarithmes à cinq décimales.

II. Formules de transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus et de deux cosinus. Problème inverse.

III. Résolution d'équations trigonométriques simples. (On entendra par là celles qui peuvent se ramener aux équations algébriques déjà étudiées quand on prend pour inconnue auxiliaire $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ ou $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$.)

Résolution et discussion de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

IV. Fonctions circulaires $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$. Dérivées de ces fonctions. Représentation graphique.

Dérivées des fonctions $\sin(ax + b)$ et $\cos(ax + b)$.

V. Les deux systèmes fondamentaux de relations entre les éléments d'un triangle quelconque :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}, \\ A + B + C = \pi, \\ \left\{ \begin{array}{l} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B, \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

(La démonstration algébrique de l'équivalence de ces deux systèmes est en dehors du programme).

VI. Résolution des triangles. (La résolution des triangles dans les cas classiques devra conduire à des formules calculables par logarithmes. Les résolutions de triangles dans les cas non classiques feront seulement l'objet d'exercices dans des cas simples).

Cinématique. — I. Relativité du mouvement d'un point. Trajectoire.

Mouvement rectiligne uniforme. Vecteur-vitesse du mobile à un instant donné.

II. Définition du vecteur-vitesse moyenne entre deux instants donnés et du vecteur-vitesse à un instant donné d'un mobile animé d'un mouvement curviligne ou rectiligne.

Détermination du vecteur-vitesse à un instant donné en supposant le mouvement du mobile défini, sur une trajectoire donnée, par son équation horaire.

Vitesse angulaire dans un mouvement circulaire.

Vecteur-vitesse de la projection d'un mobile sur un plan ou sur une droite. Détermination du vecteur-vitesse à un instant donné d'un mobile dont la position à tout instant est définie par ses coordonnées dans un système d'axes.

III. Définition du vecteur-accélération à un instant donné d'un mobile animé d'un mouvement curviligne ou rectiligne.

Détermination de ce vecteur : 1° dans le cas d'un mouvement rectiligne ; 2° dans le cas où la position du mobile est définie par ses coordonnées.

IV. Etude particulière des mouvements suivants : mouvement rectiligne uniformément varié, mouvement circulaire uniforme, mouvement rectiligne vibratoire simple.

Relation entre le mouvement rectiligne vibratoire simple et le mouvement circulaire uniforme ; mouvement rectiligne défini par une équation de la forme

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) + b \cos(\omega t + \beta).$$

V. Mouvement de translation d'un corps solide ; trajectoires, vecteurs-vitesse, vecteurs-accelération des divers points du corps.

Mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe ; vitesse angulaire du corps.

Statique — Notion de masse. Point matériel. Forces ; représentation d'une force par un vecteur. Relation fondamentale de la dynamique du point matériel. Composition des forces appliquées à un point matériel.

Equilibre d'un point matériel libre.

Equilibre d'un point matériel pouvant glisser sans frottement ou avec frottement sur un plan ou sur une sphère. Réaction.

Equilibre d'un point matériel pouvant glisser sans frottement ou avec frottement sur une droite ou sur un cercle. Réaction.

Géométrie. — Le programme de géométrie de la classe de Mathématiques est un programme de complément, réduit à des lignes essentielles : l'enseignement comporte l'exposé de théories nouvelles et leurs principales applications ; la revision et la mise au point des connaissances acquises dans les classes antérieures et des méthodes de raisonnement qui y ont fait leurs preuves doivent être poursuivies par l'exécution d'exercices nombreux et gradués, où s'intégrera progressivement l'emploi des procédés nouveaux propres à la classe de Mathématiques. Cet enseignement fondamental est celui qui requiert le plus de soin et le plus de temps.

Toute liberté est laissée au professeur pour l'agencement de son cours.

I. Vecteurs. — Equipollence. Rapport de deux vecteurs parallèles. Somme et différence vectorielles. Projections sur un plan et sur une droite. Projections sur un axe.

Systèmes d'axes de coordonnées. Projections d'un vecteur, coordonnées d'un point, dans le plan et dans l'espace. Transport des axes parallèlement à eux-mêmes.

Orientation de l'espace. Orientation d'un plan. Mesures algébriques, dans un plan orienté, d'angles orientés de vecteurs ou de droites ; lieu géométrique des points M d'un plan orienté tels que, A et B étant deux points fixes de ce plan, l'un des angles des vecteurs MA et MB ou des droites MA et MB ait une mesure algébrique donnée.

Trièdres. — Inégalités entre les faces. Trièdres supplémentaires ; inégalités entre les dièdres d'un trièdre. Trièdre orienté : sens d'un trièdre orienté.

II. Figures égales dans l'espace ; figures égales dans le plan.

Translation et rotation, dans le plan et dans l'espace, définies comme transformations ponctuelles. Symétrie par rapport à une droite.

Deux figures données d'un même plan directement égales peuvent être déduites l'une de l'autre soit par une rotation, soit par une translation.

(L'étude du produit d'une translation et d'une rotation, ou de deux rotations, dans le plan et dans l'espace, n'est pas au programme).

Symétrie par rapport à un point ou par rapport à un plan. Comparaison

d'une figure symétrique d'une figure donnée F : 1° aux autres figures symétriques de F ; 2° à la figure F elle-même ; trièdres symétriques. Aires de deux polygones symétriques ; volumes de deux polyèdres symétriques.

Homothétie, dans le plan et dans l'espace. Produit de deux homothéties.

Définition de deux figures semblables, dans le plan et dans l'espace. Rapport des aires de deux polygones semblables ; rapport des volumes de deux polyèdres semblables.

Similitude plane, définie comme transformation ponctuelle. Deux figures données d'un même plan directement semblables peuvent en général être déduites l'une de l'autre par une rotation et une homothétie de même centre.

III. Division harmonique sur un droite. Faisceau harmonique de droites. Polaire d'un point par rapport à deux droites.

Puissance d'un point par rapport à un cercle ou à une sphère. Axe radical de deux cercles. Plan radical de deux sphères. Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles ou à deux sphères.

Faisceaux de cercles : définition, différents genres de faisceaux. Condition d'orthogonalité de deux cercles ; faisceaux orthogonaux. Condition d'orthogonalité de deux sphères.

Cercles passant par deux points donnés et tangents à une droite donnée ou à un cercle donné.

Polaire d'un point par rapport à un cercle ; pôle d'une droite. Plan polaire d'un point par rapport à une sphère ; pôle d'un plan. (La transformation par polaires réciproques n'est pas au programme).

Inversion (plan et espace). Projection stéréographique.

IV. (Conformément à ce qui a été dit dans le préambule, toute liberté est laissée au professeur pour l'agencement de son cours sur les coniques. Pour l'étude de ces courbes et la résolution des problèmes classiques qui se posent à leur sujet, il partira, chaque fois, de celle des propriétés caractéristiques qu'il jugera la plus commode).

Définitions et propriétés caractéristiques de l'ellipse, de l'hyperbole et de la parabole :

Lieu géométrique des points dont la somme ou la différence des distances à deux points donnés a une valeur donnée ;

Lieu géométrique des centres des cercles passant par un point donné et tangents à un cercle donné ou à une droite donnée ;

Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à un point donné et à une droite donnée a une valeur donnée.

Etude des trois coniques :

Construction par points ; directions asymptotiques de la parabole et de l'hyperbole. Points intérieurs et points extérieurs.

Tangente en un point ; asymptotes de l'hyperbole. Enveloppe d'une droite qui varie de telle façon que la projection d'un point fixe sur cette droite décrive un cercle ou une droite. Problèmes sur les tangentes ; théorèmes de Poncelet.

Intersection avec une droite.

Equations de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes de symétrie. Equation de la parabole rapportée à son axe et à la tangente au sommet.

Ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle.

Sections planes d'un cylindre et d'un cône de révolution.

Géométrie descriptive et Géométrie cotée. — (On montrera comment l'emploi de projections auxiliaires sur des plans verticaux convenablement choisis permet de résoudre simplement certains problèmes de géométrie cotée).

Représentation du point, de la droite du plan.

Intersections de droites et de plans.

Droite et plan perpendiculaires.

Changements de plan, rotation autour d'un axe vertical ou de bout, rabattement d'une figure plane. Application aux questions de distances et d'angles.

Représentation de prismes et de pyramides.

Projection horizontale d'un cercle en géométrie cotée. Projections, en géométrie descriptive, d'un cercle situé dans un plan de bout ou vertical.

Cosmographie. — I. Le ciel et les constellations.

Sphère céleste locale ; verticale et horizon. Coordonnées horizontales ; azimut et hauteur. Théodolite.

Lois du mouvement diurne (explication par la rotation de la Terre) ; équatorial. Sphère des fixes ; axe du monde ; équateur céleste. Méridien astronomique ; points cardinaux.

Angle horaire d'une étoile ; temps sidéral. Coordonnées célestes équatoriales ; ascension droite et déclinaison. Instrument méridien.

II. La Terre. Coordonnées géographiques ; longitude et latitude. Forme et dimensions du géoïde ; nivellement.

Représentation plane d'un hémisphère terrestre en projection orthographique et en projection stéréographique. Notions sommaires sur les projections de Mercator et de Lambert.

III. Mouvements apparents du Soleil sur la sphère des fixes ; écliptique. Coordonnées écliptiques ; longitude et latitude célestes. Mouvement diurne du Soleil ; inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes ; crépuscules.

Saisons. Précession des équinoxes. Année sidérale et année tropique. Calendriers.

Temps solaire vrai. Temps moyen ; temps universel (T.U.). Temps légal ; fuseaux horaires.

IV. Le système solaire. Les planètes.

Système de Copernic ; lois de Képler ; lois de Newton. Comparaison avec le système de Ptolémée.

Les planètes principales. Mouvement apparent géocentrique sur la sphère des fixes. Distances moyennes des planètes au Soleil. Parallaxe du Soleil. Dimensions du Soleil et des planètes. Description physique des planètes.

Comètes. Météores et météorites.

V. La Lune. Son mouvement diurne ; son mouvement apparent sur la sphère des fixes ; révolution sidérale.

Phases de la Lune ; révolution synodique.

Mouvement de la Lune par rapport à la Terre ; parallaxe, distance moyenne, diamètre apparent.

Rotation de la Lune. Libration.

Description physique de la Lune.

Eclipses de Lune et de Soleil. Le saros.

VI. Constitution physique du Soleil ; photosphère, taches, chromosphère, protubérances, éruptions solaires, couronne solaire. Spectre solaire. Température du Soleil.

VII. Les étoiles. Leurs distances à la Terre. Notions de photométrie et de spectroscopie stellaires. Magnitude apparente et magnitude absolue. Couleur et température. Étoiles naines, étoiles géantes.

Étoiles doubles ; masse des étoiles.

Étoiles variables. Céphéides. Novae.

VIII. La galaxie. Nébuleuses galactiques et extra-galactiques. Matière interstellaire.
