

**2. Rapport sur la composition de mathématiques
(classe de Mathématiques)
au Concours général des Lycées et Collèges en 1947 (1)**

Le problème de géométrie proposé avait été étudié dans le dessein de rendre moins longue la composition ; on avait, à cet effet, élagué volontairement toute étude n'ayant pas, pour l'intelligence de l'ensemble du sujet, un caractère absolument indispensable.

On est arrivé, dans ces conditions, à concevoir une épreuve dont les résultats ont été très proches de ceux que les auteurs du texte avaient prévus.

(1) Le Jury était composé de M^M. ROBERT, inspecteur général, président ; CAIRE, professeur de Mathématiques Supérieures au Lycée JANSON-DE-SAILLY ; M^{me} DOMANGE, professeur de Mathématiques (Cours préparatoire à l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses) au lycée FÉNELON ; M^M. DURIX, professeur de Mathématiques Supérieures au lycée JACQUES-DECOUR ; MARTELOT, professeur de Mathématiques Spéciales au lycée SAINT-LOUIS ; RIVET, professeur de Mathématiques (Navale) au lycée JANSON-DE-SAILLY.

Un lot assez étendu de copies honorables ont abordé tous les paragraphes en lesquels le texte était partagé ; et la tendance habituelle, bien naturelle en présence d'un sujet tout nouveau, à présenter des études qui soient étroitement compartimentées, s'est atténuée, par comparaison avec les concours précédents. Le Jury souhaite que l'intelligence de l'ensemble de la question proposée soit l'élément essentiel de l'appréciation, qui serait beaucoup plus décisive s'il ne s'agissait pas, chaque année, de totaliser des notes relatives aux divers paragraphes, et de faire dépendre les récompenses de cette totalisation, de caractère purement arithmétique.

Il est souhaitable que dans tous les problèmes soumis aux élèves, au baccalauréat ou en cours de scolarité, une synthèse compréhensive portant sur l'ensemble de chaque sujet soit recherchée ; les élèves devraient pouvoir soupçonner que l'usage correct des techniques enseignées ne doit être qu'un moyen ; et que l'esprit critique présidant à une association intelligente des résultats fragmentaires que ces techniques diverses leur assurent est la pierre de touche, hautement souhaitable, par laquelle on reconnaît les bons esprits.

Il s'agissait, essentiellement, de démontrer que la section d'un cône à directrice circulaire par un plan ne passant pas par le sommet du cône est une conique (ellipse, hyperbole, ou parabole), en utilisant des procédés élémentaires : les propriétés de l'axe radical de deux cercles, de l'inversion plane, de la génération des coniques à partir d'un foyer et d'un cercle directeur jouaient successivement un rôle, bien défini par le texte, pour arriver au but final.

Le problème (1) comportait trois parties. Dans la première, divisée en cinq points, la solution exigée devait établir qu'un certain lien géométrique se ramène à la définition classique d'une conique à centre par foyer et cercle directeur (point 4) : les données étaient deux droites (D) , (D') symétriques par rapport à une droite $x'x$ et deux points quelconques A , A' également symétriques par rapport à $x'x$. Le cinquième point était destiné à la transformation de ces données en d'autres plus simples, grâce à la résolution d'un problème de construction des données connaissant seulement $x'x$, les points A , A' et une certaine « involution » (2) que le premier point mettait d'emblée en évidence. Dans la seconde partie, divisée en deux questions, d'ailleurs indépendantes, on abordait l'étude d'une génération d'une conique, résultant, moyennant quelques changements de notations, des acquisitions de I : les données étaient, pour la première question, deux points E , E' et deux droites parallèles (T) et (T') passant respectivement par ces points ; il s'agit du lieu du point m de rencontre de $E'r$ avec $E'r'$, r variant sur (T') et r' sur (T) de manière que $E'r \cdot E'r' = k$ (constante donnée) ; la

(1) Voir énoncé, fascicule n°

(2) Nous employons ce mot ici, mais aucune théorie de l'involution n'était indispensable à la solution ; l'involution était définie par son point central et le produit constant de mesures algébriques qui achève de la caractériser, et le langage du texte restait absolument élémentaire.

deuxième question soumettait aux méthodes qui avaient réussi antérieurement une extension de cette génération la rendant susceptible de donner une parabole.

Enfin la troisième partie, relative à l'espace, avait comme données un cercle (γ) dans un plan (Π), un plan (P) non parallèle à (Π), un point S pris en dehors des plans (P) et (Π). On y désignait par (P_ε) et ($P_{\varepsilon'}$) les plans parallèles à (P) et tangents à (γ), de points de contact ε et ε' . La génération plane du cercle (γ) à l'aide de ε , ε' , des tangentes (τ) et (τ') en ces points était possible selon le principe indiqué dans (II) et se trouve être projective quand on projette (γ) sur (P) du point de vue S . On découvrait ainsi que la courbe d'intersection avec (P) du cône de sommet S et de directrice (γ) est susceptible d'une génération du type II, donnant donc en tout état de cause une conique. On dévoilait d'ailleurs ce résultat et exigeait en plus la discussion de la nature de cette projection conique selon la position de S par rapport aux plans (P_ε) et ($P_{\varepsilon'}$).

Le texte guidait constamment, avec beaucoup de sollicitude, les chercheurs : sur deux points, cependant, qui constituaient les parties délicates du problème, il laissait libre cours à la sagacité et à l'observation. Le premier était relatif au lieu des centres des cercles orthogonaux à un cercle donné et tangents à un autre cercle fixe. Le second point, qui a été méconnu dans toutes les compositions, concernait l'universalité de la méthode suggérée : on aurait souhaité que le cas (première partie de II) où (T) et (T') sont perpendiculaires à la droite EE' ne soit pas perdu de vue ; il était possible de le ramener à ceux où, dans les données de I les droites (D) et (D') sont parallèles à $x'x$ ou bien se coupent au point de rencontre H de AA' avec $x'x$. Mais ceci nécessitait une analyse un peu serrée, quoique facile, du problème de construction de (I 5°) dans les cas où une de ces particularités se présentent.

Aucun candidat n'a, par suite de cette lacune, signalé le cas particulier où (II 1°) donne une conique réduite à un *cercle*. Le fait avait pourtant de quoi étonner, puisque le principe de la solution de III est basé sur l'application, au cercle (γ), de la génération signalée dans II.

Un autre défaut quasi-général, dans la quatrième partie de (I), a consisté à mal poser le problème à traiter en considérant les cercles (m), tangents à deux cercles fixes (C) et (C') comme formant deux familles (comme il est « bien connu ») sans remarquer qu'ils sont *de plus* orthogonaux à un cercle fixe, en fait l'un des cercles d'inversion des inversions échangeant (C) et (C'). Une solution très élémentaire était néanmoins possible, mais les vues sur cette question ont été erronées ou incomplètes. Notamment dans le cas où le centre m de (m) a pour lieu une parabole, la famille étrangère aux considérations du problème n'a pas été écartée, dans beaucoup de solutions données. Là encore c'est un défaut d'observation, une hâte à utiliser des résultats estimés classiques sans tenir compte du cas d'espèce à traiter, qui doivent être incriminés.

En dehors de ces difficultés, les appréciations du Jury ont porté sur un

grand nombre de détails et ont permis de départager, en vue de leur classement, les 178 compositions corrigées. Une première lecture, à raison de deux correcteurs par copie, a eu pour résultat de retenir pour une étude plus complète trente-deux compositions.

Celles-ci ont été revues à leur tour par tous les correcteurs et les notes ont été comparées et additionnées. Le Jury, tenant compte du fait que les solutions demandées sont généralement satisfaisantes, quoique éparses dans l'ensemble des copies, a proposé treize nominations au palmarès de l'épreuve (trois prix et dix accessits). Les moyennes sur 20, pour les lauréats, se sont échelonnées de 16,5 à 10,5.

Ces moyennes sont supérieures à celles des concours des précédentes années, mais la moindre longueur de la composition proposée cette fois donne de cette constatation la seule explication plausible.

Comme par le passé, il est à signaler que le classement précédent est fortement influencé par les qualités d'endurance des candidats, mais que que ce ne sont pas toujours parmi les copies atteignant les plus hautes notes qu'on trouve les meilleures solutions des questions les plus délicates : nature des coniques, lieux de (m) à la partie I, cas de la parabole à la partie II, nature des coniques perspectives de (γ) (selon les dispositions des données) à la partie III.

D'une manière générale, si un très grand nombre de candidats savent qu'on doit trouver (partie I) des coniques, ils ne prennent pas le soin de discuter méthodiquement les résultats, et ont plutôt tendance à les différencier par des remarques accessoires qui devraient jouer, en bonne logique, un rôle de contrôle (par exemple l'existence de points à l'infini du lieu). Nos bons élèves sont capables de vues intelligentes améliorant leurs premières ébauches. Il en est peu cependant qui dominent l'enchaînement logique des acquisitions et dont la rédaction soit ordonnée et méthodique. Bref, ils se fient plutôt à l'intuition qu'au raisonnement et ignorent encore comment bâtir solidement et sans lourdeur un travail d'ensemble.

Aucun d'entre eux n'a aperçu la construction très simple des directions des axes de symétrie de la conique définie en (II 1°), à la faveur de l'étude directe très sommaire qui leur était à ce moment demandée.

La copie classée la première témoigne de qualités d'élégance qui sont néanmoins parfois trop savantes et on peut lui reprocher de ne pas rétablir certains points invoqués. La seconde a montré de la pénétration, mais est parfois trop concise pour justifier des vues qui sont exactes ; on lui a reproché l'absence totale de figures. D'une manière générale la tâche des correcteurs pour suivre les indications des copies a été excessivement pénible. La copie classée troisième a montré de sérieuses qualités quant aux discussions, surtout en fin de III. Mais l'égalité $smc + s'mc' = \pm r \pm r'$ pour caractériser le lieu des points m dans (I 4°) est trop schématique.

On a parfois fait usage de la discrimination résultant des régions du plan où se trouvent les cercles (m), qui sont transformés par une inversion d'une famille des cercles tangents à (D), (D') : cette méthode n'était pas indispensable, mais est heureuse au point de vue du contrôle.

Bien des concurrents, malgré l'indication du texte (voir l'énoncé de III), croient rattacher plus ou moins le problème à la méthode de Dandelin qui repose sur les sphères inscrites au cône et se sont ainsi lourdement trompés. Ils ignorent qu'un cône circonscrit à une sphère ne peut être que de révolution.

L'utilité du concours général, dans la classe de mathématiques, ne peut être contestée : si parfois on s'étonne de la fragilité des espoirs qu'il peut faire concevoir chez les candidats, qui ne brillent pas pour autant lorsqu'ils passent dans les classes de mathématiques supérieures, il est incontestable que l'épreuve donne globalement des indications précieuses sur le profit que les élèves tirent de leur passage dans la classe de mathématiques, et surtout sur les défauts nombreux dont trop de concurrents témoignent. Ceux-ci nous ont particulièrement frappé cette année, où le nombre des candidats insuffisants est très élevé : 47 copies n'ont pu obtenir, à la première lecture, une moyenne de 2 sur 20 et il y a parmi elles maintes compositions blanches, ce qui est inimaginable en raison de la facilité des premières questions du texte. En 1944, année critique s'il en fut, ces défauts étaient beaucoup moins apparents, car il n'y avait que 18 copies n'atteignant pas 2 sur 20. Doit-on en conclure que les tendances des élèves au découragement, ainsi que leur répugnance à l'effort, soient plus vives qu'au milieu des pires épreuves de la guerre ?

L'examen des copies non retenues à la première lecture déconcerte et l'on s'afflige de relever une absence actuelle totale d'esprit critique chez tant de jeunes gens que leurs maîtres ont cependant estimés dignes d'affronter le concours. Ainsi, pour déceler qu'il existe un point fixe B possédant une certaine propriété, un très grand nombre d'élèves commencent par le situer au petit bonheur, s'épuisant ensuite en justifications impossibles s'ils ne sont pas tombés juste, sans déceler ce que leur supposition avait d'arbitraire. Elle a la vie bien dure, cette méthode que l'on croyait révolue et qui consiste à essayer de « voir » tant bien que mal un résultat supposé pour se poser ensuite la fameuse question : « Qu'est-ce que nous voulons démontrer ? » Voici une phrase que nous désirerions ne jamais entendre prononcer dans l'enseignement, tant elle donne aux esprits de fâcheuses tendances, quelques humaines et innées qu'elles puissent paraître ! Quel serait le niveau des compositions si leurs textes ne posaient pas de multiples jalons aidant les chercheurs ? On frémit d'y penser.

Nous croyons que beaucoup d'élèves moyens, dans la classe de mathématiques, estiment que les procédés nouveaux pour eux qu'on y enseigne les dispensent d'une saine tradition acquise dans les classes antérieures, d'analyse des figures et des hypothèses. Le rôle des professeurs doit être de lutter sans relâche contre cette déformation de l'esprit des mathématiciens.

Un lauréat, classé onzième, mais ne présentant pas les conditions d'âge requises pour le concours, a été écarté après vérification des en-têtes de copies. Signalons qu'aucun des lauréats de l'an dernier au concours général de première ne se retrouve dans le palmarès de cette année en mathématiques.

L'Inspecteur général, président du Jury,
P. ROBERT.