

Les programmes explicites de mathématiques

2. Les Coniques au Baccalauréat 2^e Partie-Mathématiques

Chaque année, l'Assemblée générale renouvelle régulièrement le vœu qu'un arrêté ministériel fixe un programme détaillé, précisant nettement pour les mathématiques les questions qui doivent être connues des candidats aux deux parties du Baccalauréat ; c'est qu'en effet, en raison de la doctrine formelle de notre Association — si le maître doit avoir toute liberté pour exposer le cours, les examinateurs doivent se conformer strictement aux programmes et aux règlements des examens ou concours, — un libellé succinct du programme ne gêne nullement les professeurs, tandis que les examinateurs, et j'en parle par expérience personnelle, souhaitent des directives précises.

Ainsi, par exemple, comment l'examineur doit-il entendre au Baccalauréat 2^e Partie-Mathématiques le mot « *Tangentes* » (au pluriel) qui figure aux trois alinéas relatifs à l'ellipse, à l'hyperbole et à la parabole ? La difficulté est surtout pour les problèmes et exercices et, à l'écrit, pour la question de cours, car à l'oral, pour le cours, il suffit d'interroger, avec bienveillance, à partir de la lettre du programme.

En réponse à une suggestion de M. le Directeur VIAL, et étendant ainsi à l'oral les ententes provoquées officiellement entre les correcteurs des épreuves écrites, notre Association a déjà établi, pour le Baccalauréat 2^e Partie-Philosophie, un programme, détaillé et limitatif, de Cosmographie, qu'elle « conseille » aux examinateurs (1).

Voici maintenant un avant-projet relatif à la partie « Coniques » du programme de géométrie de la classe de Mathématiques. Si la rédaction de cette partie du programme a subi quelques variations depuis le texte de 1902-1905 (2), il ne semble pas que l'esprit en ait été modifié, ce qui explique la présence de certaines questions inscrites dans l'avant-projet ; d'autre part, la simple observation de la figure résultant de l'étude d'une question évidemment au programme (telle que : tangente en un point d'une des trois coniques) conduit sans aucun tracé nouveau à des propositions « satellites » qu'il a semblé tout naturel de mentionner explicitement.

(1) Voir le *Bulletin* n° 94, p. 146 (tirage à part, prix réduit : 1 fr. 50).

(2) Ainsi, la rédaction du premier alinéa (ellipse) a été successivement :

Ellipse. — Définition de l'ellipse par la propriété des foyers. Tracé de la courbe par points et d'un mouvement continu. Axes. Sommets. Cercles directeurs. Intersection d'une droite et d'une ellipse. Tangente. Normale. Mener à une ellipse une tangente : 1° par un point donné : 2° parallèlement à une droite donnée. Ellipse considérée comme projection d'un cercle. (Programmes du 31 mai 1902).

Ellipse. — Tracé ; tangente ; problèmes simples sur les tangentes. Equation de l'ellipse rapportée à ses axes. Ellipse considérée comme projection du cercle ; problèmes simples sur les tangentes ; intersection de l'ellipse et d'une droite. (27 juin 1905).

Ellipse. Cercles directeurs. Intersection d'une ellipse et d'une droite. Tangentes. Equation de l'ellipse rapportée à ses axes. Ellipse et cercle considérés comme projections l'un de l'autre. Applications. (3 juin 1925).

Enfin, les Instructions de 1925-1931 se bornant, en ce qui concerne les Coniques, à deux indications (1) nettement non impératives pour le professeur, il n'y avait pas lieu de les retenir pour l'examinateur.

Bien entendu, l'avant-projet ayant pour but de détailler le programme afin de le délimiter nettement, les diverses questions ont été réparties entre les rubriques du programme de 1931 auxquelles elles se rattachent.

Je prie les membres de notre Association, et tout particulièrement les examinateurs et ceux qui enseignent en Mathématiques, de m'adresser leurs observations (21, avenue de Châtillon, Paris, 14^e), afin que je puisse leur soumettre une rédaction définitive sur laquelle l'entente soit possible.

P. DELCOURT.

Avant projet de programme de Géométrie « Coniques », détaillé et limitatif, à conseiller pour le Baccalauréat 2^e Partie-Mathématiques

I. Ellipse. Intersection avec une droite. Tangentes. Equation réduite de l'ellipse. Ellipse et cercle considérés comme projection l'un de l'autre.

Définition à partir des deux foyers. Construction par points, discussion ; symétries, axes, sommets ; formes diverses ; régionnement, intérieur et extérieur.

Cercles directeurs. Définition à partir d'un cercle directeur et d'un foyer, construction par points.

Intersection avec une droite.

Tangente à l'ellipse en un point ; le symétrique d'un foyer par rapport à la tangente est sur le cercle directeur de l'autre foyer ; la tangente est bissectrice extérieure de l'angle des rayons vecteurs ; tout point de la tangente autre que le point de contact est dans la région extérieure ; lieu des projections des foyers sur les tangentes, cercle principal ; propriété (enveloppe) du côté d'un angle droit dont le sommet décrit un cercle et dont l'autre côté passe par un point fixe intérieur au cercle ; produit des distances des foyers à une tangente.

Mener une tangente parallèle à une droite donnée. Mener une tangente passant par un point donné, discussion ; premier théorème de Poncelet.

Equation réduite (rapportée aux axes de symétrie) de l'ellipse, expression des rayons vecteurs en fonction de l'abscisse ; expression des coordonnées $x = a \cos t$, $y = b \sin t$; transformation de l'ellipse par dilatation (affinité) des ordonnées ou des abscisses.

Projection orthogonale d'une ellipse sur un plan passant par un de ses axes, projection orthogonale d'un cercle ; ellipse projection d'un cercle, cercle projection d'une ellipse ; application à l'intersection d'une droite et d'une ellipse et aux problèmes sur les tangentes ; construction de l'ellipse par points à l'aide de la bande de papier.

(1) « On pourra étudier ou non les propriétés des diamètres conjugués d'une ellipse regardée comme projection d'un cercle. »

« On pourra signaler aussi la propriété traduite par l'égalité $HM^2 = k \cdot HA \cdot HB$, qui permet de caractériser l'ellipse ou l'hyperbole, suivant le signe de la constante k , les points A et B étant fixes et H étant la projection d'un point M variable de la conique, sur la droite AB. » (Voir le *Bulletin* n° 78, p. 185).

II. *Hyperbole. Intersection avec une droite. Tangentes. Asymptotes. Equation réduite de l'hyperbole.*

Définition à partir des deux foyers. Construction par points, discussion ; symétries, axes, sommets, deux branches ; formes diverses ; régionnement, intérieur et extérieur.

Cercles directeurs. Définition à partir d'un cercle directeur et d'un foyer, construction par points, directions asymptotiques.

Intersection avec une droite. Directions asymptotiques, asymptotes.

Tangente à l'hyperbole en un point ; le symétrique d'un foyer par rapport à la tangente est sur le cercle directeur de l'autre foyer ; la tangente est bissectrice intérieure de l'angle des rayons vecteurs ; tout point de la tangente autre que le point de contact est dans la région extérieure ; lieu des projections des foyers sur les tangentes, cercle principal ; propriété (enveloppe) du côté d'un angle droit dont le sommet décrit un cercle et dont l'autre côté passe par un point fixe extérieur au cercle ; produit des distances des foyers à une tangente.

Mener une tangente parallèle à une droite donnée, discussion. Mener une tangente passant par un point donné, discussion ; premier théorème de Poncelet.

Asymptotes ; construction ; tout point d'une asymptote est dans la région extérieure ; hyperbole équilatère ; la distance d'un point de l'hyperbole à l'asymptote tend vers zéro lorsque le point s'éloigne indéfiniment sur la branche correspondante.

Equation réduite (rapportée aux axes de symétrie) de l'hyperbole, expression des rayons vecteurs en fonction de l'abscisse ; expression des coordonnées $x = a/\cos t$, $y = b \operatorname{tg} t$.

III. *Parabole. Intersection avec une droite. Tangentes. Equation réduite de la parabole.*

Définition comme lieu des points équidistants du foyer et de la directrice. Construction par points, discussion ; symétrie, axe, sommet, paramètre ; régionnement, intérieur et extérieur.

Définition comme lieu des centres des cercles passant par le foyer et tangents à la directrice. Construction par points.

Intersection avec une droite. Direction asymptotique.

Tangente à la parabole en un point ; le symétrique du foyer par rapport à la tangente est sur la directrice ; la tangente est bissectrice intérieure de l'angle du rayon vecteur et de la perpendiculaire à la directrice ; tout point de la tangente autre que le point de contact est dans la région extérieure ; lieu des projections du foyer sur les tangentes ; propriété (enveloppe) du côté d'un angle droit dont le sommet décrit une droite et dont l'autre côté passe par un point fixe.

Mener une tangente parallèle à une droite donnée, discussion. Mener une tangente passant par un point donné, discussion ; premier théorème de Poncelet.

Equation réduite de la parabole (rapportée à l'axe et à la tangente au sommet).

IV. *Définition commune des coniques au moyen d'un foyer et d'une directrice.*

Le lieu des points tels que le rapport de leurs distances à un point fixe F et à une droite fixe (D) est égal à une constante e (excentricité) différente de 1 est une ellipse si l'excentricité est inférieure à 1, une hyperbole si l'excentricité est supérieure à 1; cas particulier du point F sur la droite (D) ; détermination des directrices d'une ellipse ou d'une hyperbole définie à partir des deux foyers; régionnement suivant la valeur du rapport des distances d'un point du plan au foyer et à la directrice associée.

(Intersection d'une droite et d'une conique définie au moyen d'un foyer et d'une directrice); une corde MM' d'une conique rencontre la directrice associée au foyer F sur une bissectrice de l'angle MFM' ; le segment de tangente compris entre le point de contact et une directrice est vu du foyer associé sous un angle droit, cas de tangentes se coupant sur la directrice.

V. *Sections planes d'un cône ou d'un cylindre de révolution.*

Les sections planes, autres que des génératrices ou des cercles, d'un cône ou d'un cylindre de révolution, sont des ellipses, des hyperboles ou des paraboles ayant pour foyer, directrice associée et excentricité...

La section d'un cylindre de révolution par un plan sécant non parallèle aux génératrices est ou un cercle, ou une ellipse ayant pour foyers... La section d'un cône de révolution par un plan ne contenant pas le sommet est ou un cercle, ou une ellipse ayant pour foyers..., ou une hyperbole ayant pour foyers..., ou une parabole..

Placer une ellipse, une hyperbole ou une parabole sur un cône de révolution donné; placer une ellipse sur un cylindre de révolution donné. Faire passer un cylindre de révolution par une ellipse donnée; faire passer un cône de révolution par une ellipse, une hyperbole ou une parabole donnée, lieu des sommets de ces cônes.
