

8. Rapport sur le Concours en 1938
de l'Agrégation de l'Enseignement secondaire de jeunes filles
Section des Sciences Mathématiques (1)

124 candidates ont été autorisées à se présenter au concours de 1938, contre 121 en 1937, 111 en 1936 et 107 en 1935. Il semble donc que l'on s'approche du maximum. 14 des candidates inscrites n'ont pas affronté les épreuves écrites. Parmi ces défaillantes, 3 se présentaient pour la première fois, 4 pour la seconde fois, 4 pour la troisième fois, une pour la quatrième fois et 2 pour la cinquième fois.

Sur les 110 candidates qui ont abordé la première composition écrite, 35 se présentaient pour la première fois, 30 pour la seconde fois, 18 pour la troisième fois, 10 pour la quatrième fois, 7 pour la cinquième fois, 4 pour la sixième fois, 4 pour la septième fois, une pour la huitième fois et une pour la dixième fois. Il ne semble pas que cette persévérance soit récompensée. Seules doivent être encouragées les candidates qui notent, chaque année, un progrès certain. Il est trop clair que celles qui sont en stagnation ou en régression nette ne peuvent pas espérer un succès qui se dérobe davantage chaque année.

Trois candidates ont abandonné après la composition de Mathématiques élémentaires ; deux d'entre elles ont remis une copie blanche et l'autre a remis une copie qui a reçu la note 5 sur 20.

Trois autres candidates ont abandonné après la composition de Calcul différentiel et intégral ; les notes qu'elles ont obtenues pour les deux copies remises ont été : 7 et 0,8 ; 4 et 1,6 ; 0,2 et 2,9 ; toutes ces notes sont sur 20.

(1) Le Jury était composé de MM. CHENEVIER, Inspecteur général, président GARNIER, professeur à la Faculté des Sciences de Paris ; RAMBAUD, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Rollin ; Mme FLAMANT, professeur de Mathématiques au Lycée Fénelon.

Une autre candidate, dont les deux premières notes sont 8,5 et 6, a remis une copie blanche pour la troisième composition.

103 candidates sont donc allées jusqu'au bout des épreuves écrites, contre 106 en 1937.

Epreuves écrites (1)

Voici les rapports particuliers relatifs aux trois compositions écrites. Pour la première fois la composition sur un sujet de morale et d'éducation a disparu. Il ne reste donc, comme pour l'agrégation masculine, que des compositions purement scientifiques. Il n'est évidemment pas possible de percevoir, sur le présent concours, les effets de cette suppression. Mais un travail, fait sur le concours de 1937, montre que, si on ne tient pas compte de la composition de morale, on trouve les mêmes admissibles et les mêmes reçues, dans un ordre à peine modifié.

Mathématiques élémentaires (Mme FLAMANT). — A dessein, le sujet de la composition avait été choisi élémentaire ; il faisait appel à l'observation plus qu'à l'érudition, afin de donner aux candidates se préparant seules ou qui enseignent déjà une compensation à l'élévation du niveau du programme relatif aux autres matières. Le résultat a été assez satisfaisant dans l'ensemble ; mais aucune copie n'émerge nettement. 40 candidates ont abordé les six parties du problème. La moyenne générale est 9,08. Les notes données sont : 17 une fois ; 16,5 et 16 deux fois ; vingt-cinq notes vont de 15 à 12,5 ; dix-huit de 12 à 10 ; vingt-huit de 9,5 à 7,5 ; quinze de 7 à 5 ; seize de 4,5 à 2 ; la note 0,2 est donnée une fois et zéro deux fois, pour les deux copies blanches déjà signalées. Le premier quart va de 17 à 13 ; le second de 12,5 à 9,5 ; le troisième de 9 à 6,5 et le quatrième de 6 à zéro.

On proposait aux candidates l'étude d'un quadrangle ABCD inscrit dans un cercle (O) et de son triangle diagonal MNP. Les propriétés générales une fois acquises, diverses études étaient proposées en supposant le cercle (O) fixe et le quadrangle doué d'un degré de liberté variable d'une partie à l'autre.

Dans la première partie les candidates devaient observer que le triangle MNP est autopolaire par rapport au cercle (O) ; que OM, perpendiculaire à la polaire de M est hauteur du triangle qui admet O pour orthocentre ; le symétrique de O par rapport à un côté du triangle MNP est sur le cercle circonscrit Ω et la puissance de O par rapport à ce cercle est $2a^2$. Les cercles Ω sont orthogonaux au cercle orthoptique du cercle (O). Ces résultats sont classiques et les notes obtenues pour cette partie sont bonnes sauf 25 qui n'atteignent pas la moyenne.

Dans la seconde partie, A, B et C sont fixes tandis que D décrit le cercle (O). Le point M décrivant la droite fixe BC, sa polaire NP passe par le pôle α de BC ; le point H, intersection de deux perpendiculaires, NP qui tourne autour de α et OM qui tourne autour de O, est sur le cercle de

(1) Voir les énoncés pages 6, 8 et 10 du *Fascicule Spécial* 1938 A1°.

diamètre $O\alpha$. La détermination du point α' est immédiate si l'on transforme par polaires réciproques par rapport au cercle (O) : la division harmonique $NP\alpha\alpha'$ donne un faisceau harmonique comprenant MP, MN et BC. Le point α' est donc le pôle de AD et se trouve sur la tangente en A au cercle (O). Plusieurs candidates ont regardé la division harmonique considérée comme la trace sur NP d'un faisceau harmonique ayant un sommet arbitraire ; en prenant A pour sommet, ce faisceau est fixe ; mais la plupart de ces candidates n'ont pas vu que la droite, qu'elles définissaient d'ailleurs correctement, était la tangente en A. Il valait mieux donner au faisceau le sommet mobile β . En remarquant que la figure est déterminée sans ambiguïté par la donnée d'un quelconque des points mobiles sur la ligne obtenue, on démontre que cette ligne est bien le lieu du point et on facilite l'étude ultérieure. Cette partie a été la mieux réussie du problème ; on trouve seulement dix notes inférieures à 10, trente notes de 10 inclus à 14 exclus ; toutes les autres notes atteignent ou dépassent 14.

En supposant A et B diamétralement opposés (troisième partie), le point γ étant rejeté à l'infini, le milieu J de MN est le point γ' de la seconde partie ; son lieu est la tangente en C au cercle (O). Les angles droits de la figure montrent immédiatement que le cercle (J), de diamètre MN, passe par C, D, H et K et est orthogonal au cercle (O). La polaire du point O par rapport au cercle (J) est donc la droite CD et peut s'obtenir aussi en joignant P au point d'intersection de MN et de HK, ce qui identifie ce dernier point avec le point I de l'énoncé : c'est aussi le pôle de la droite fixe AB par rapport au cercle (J) qui engendre le faisceau des cercles tangents en C à la droite fixe CO. Les droites AB et IJ se coupent à angle droit en L ; soient E l'intersection de AB avec la ligne des centres du faisceau, F le symétrique de E par rapport à C et G la projection orthogonale de I sur la ligne des centres. Le fait que I est le pôle de AB se traduit par l'égalité :

$$\overline{JI} \cdot \overline{JL} = \overline{JC}^2,$$

ou :
$$\overline{JE} \cdot \overline{JG} = \overline{JE} \cdot \overline{JF} + \overline{CE}^2,$$

d'où :
$$\overline{EJ} \cdot \overline{FG} = -\overline{CE}^2.$$

EJ est proportionnel à sa projection EL sur la droite fixe AB. Le produit des distances algébriques de I aux perpendiculaires élevées respectivement à AB en E et à CE en F est constant et I décrit une hyperbole ayant ces droites pour asymptotes et qui passe visiblement par A, B et C. L'homographie fournissait immédiatement le lieu et les candidates n'avaient plus qu'à en chercher une démonstration élémentaire. Une note de l'énoncé incitait d'ailleurs les candidates qui auraient éprouvé quelque difficulté sur ce point à ne pas s'y attarder. Pour cette partie vingt-huit notes seulement atteignent ou dépassent 10 ; cinquante-cinq, c'est-à-dire la moitié, sont comprises entre 5 et 10 ; treize sont inférieures à 5 ; quatorze candidates n'ont pas abordé la question,

Dans la quatrième partie, C est supposé au milieu d'un arc AB ; ce qui précède subsiste sauf la nature du lieu de I, le parallélisme de AB et de la ligne des centres rejetant E à l'infini ; mais alors $\overline{JL}$ est constant et la relation :

$$\overline{JI} \cdot \overline{JL} = \overline{JC}^2,$$

montre que I est sur la parabole de sommet C passant par A et B. La tangente en C au cercle (O), passant par J et étant parallèle à AB, est la médiatrice de MN et ω reste sur cette droite ; il en résulte que les cercles Ω appartiennent au faisceau d'axe radical OC ayant α et β pour points limites. Pour qu'un cercle de ce faisceau soit un cercle Ω , il faut et il suffit qu'il coupe les côtés du triangle ABC, ce qui a lieu pour $C\omega > a\sqrt{2}$; le choix du point d'intersection de ce cercle avec un des côtés suffit à déterminer toute la figure ; il y a donc deux triangles MNP et M'N'P' et deux points D et D'. Le point D' est inverse de P par rapport à C avec la puissance $2a^2$; DD' est donc l'inverse du cercle passant par C, P et P' qui recoupe OC en un point fixe (puissance de O) ; DD' passe donc par le point R situé sur OC à la distance $2a$ au delà de C. Le centre ω est la projection sur $\alpha\beta$ du centre ω' du cercle passant par C, P et P' ; le point D décrivant le cercle (O), la rotation de RD, aisée à suivre, renseigne sur la variation du cercle CPP' dans son faisceau et, par là, sur celle du point ω' . La question, abordée dans 93 copies, donne 9 notes supérieures ou égales à 15, 37 notes de 10 inclus à 15 exclu, 37 notes de 5 inclus à 10 exclu et 10 notes inférieures à 5.

Dans la cinquième partie, CD passe par un point fixe S de la médiatrice de AB. Le point J, pôle de CD par rapport au cercle (O) décrit la polaire de S, parallèle à AB ; cette droite est donc la médiatrice de MN et contient le point ω ; il en résulte, comme précédemment, que les cercles Ω forment un faisceau ayant pour axe radical OS ; les cercles Ω , de rayon nul, sont situés à l'intersection de la ligne des centres et du cercle orthoptique du cercle (O) ; les cercles Ω passent donc par des points fixes réels et distincts, sont tangents, ou admettent des points limites, suivant que OS est inférieur, égal ou supérieur à $a\sqrt{2}$. Les cercles (J) appartiennent aussi à un faisceau ayant même axe radical et même ligne des centres, mais dont la nature dépend de la grandeur relative de OS et de a . Le point I est le pôle de la droite AB par rapport au cercle (J) ; on est donc conduit à chercher le lieu des pôles, par rapport aux cercles d'un faisceau, d'une droite fixe parallèle à la ligne des centres. Soit T le centre du faisceau et $\mathcal{P}$ sa puissance ; le carré du rayon d'un cercle (J) est $\overline{TJ}^2 - \mathcal{P}$; le point I, défini par la relation :

$$\overline{JI} \cdot \overline{JL} = \overline{TJ}^2 - \mathcal{P},$$

est, puisque $\overline{JL}$ est constant, sur une parabole d'axe OS aisée à préciser ; le point M, défini par la relation :

$$\overline{JM}^2 = \overline{TJ}^2 - \mathcal{P},$$

est sur une hyperbole équilatère ayant pour axes les axes de symétrie du faisceau et dont les sommets sont les points de base ou les points de Poncelet suivant le cas. On voit, par exemple en amenant C en A, que l'hyperbole passe par A et y est tangente à AS ; on peut voir aussi, au moyen de points conjugués, que S a pour polaire AB. Cette question, abordée par 55 candidates, a donné 10 notes dépassant 15, 18 notes de 15 à 10, 24 notes de 10 à 5 et 3 notes inférieures à 5.

Dans la sixième et dernière partie, les cordes CD étant perpendiculaires à AB, ce qui précède subsiste, les faisceaux de cercles considérés ayant pour ligne des centres AB, les points limites du faisceau des cercles (J) étant A et B, ceux des cercles Ω les points situés à la distance $a\sqrt{2}$ de part et d'autre du point O. Un cercle du faisceau est un cercle Ω s'il coupe AB entre A et B, ce qui a lieu pour $O\omega > \frac{3a}{2}$. Le point P est le point commun au cercle Ω et au segment AB. L'hyperbole lieu de M et N a pour axe transverse AB et MN est la polaire de P ; PM et PN sont donc les tangentes en M et N à cette hyperbole. 57 candidates ont traité cette partie, 15 atteignent ou dépassent la note 15, 24 ont de 15 à 10, et 18 de 10 à 5.

Il semble bien que l'idée de transformation par polaires réciproques ne vient pas à l'esprit des candidates, alors qu'elles pensent naturellement aux transformations ponctuelles. Les observations suivantes, beaucoup moins générales, méritent d'être signalées : certaines relations métriques sont écrites en valeur absolue alors que les valeurs algébriques sont nécessaires, par exemple dans l'évaluation de la puissance d'un point par rapport à un cercle. Des candidates se bornent à indiquer la nature d'un lieu géométrique sans le définir ; d'autres montrent qu'un point du lieu est sur telle ligne et négligent la réciproque.

La présentation est, en général, convenable. Toutefois il y a parfois usage, et même abus, d'abréviations ; les notations de l'énoncé ne sont pas toujours respectées ; certaines figures sont mal faites ou peu lisibles ; d'autres, situées au verso du texte correspondant, sont inutilisables.

Calcul différentiel et calcul intégral (M. GARNIER). — 107 candidates ont remis des copies. La moyenne des notes attribuées est 6,17 ; la note médiane est 5,5 ; en d'autres termes 54 copies ont obtenu une note inférieure ou égale à 5,5, tandis que 53 copies ont une note supérieure à 5,5. La meilleure note est 17 ; 12 copies ont une note supérieure à 10. Malgré l'élévation du niveau des programmes, l'impression d'ensemble est satisfaisante.

La première partie du problème se rattachait au programme de Mathématiques Spéciales ; la formation des équations des cônes Δ_1 et Δ_2 ne présentait pas de difficultés notables. Les courbes γ_1 et γ_2 constituaient deux familles de cercles orthogonaux, résultat qui a été obtenu par un tiers des candidates et que l'on pouvait prévoir géométriquement. Les sections de la quadrique par des plans parallèles au plan xOy sont des hyperboles équilatères H ; or, les sécantes communes à C_1 et C_2 , parallèles au plan xOy

sont isotropes comme joignant un sommet réel et un sommet imaginaire de H. Un certain nombre de candidates se sont bornées à établir que les familles de courbes γ_1 et γ_2 sont orthogonales.

Il est regrettable que beaucoup de concurrentes se soient attachées à discuter la nature de la quadrique et des coniques C_1 et C_2 ; ces précisions, sans grand intérêt, n'avaient aucune application ultérieure et n'étaient d'ailleurs pas demandées.

Le 1° et le 2° de la seconde partie ont été traités par un très grand nombre de candidates et, en général, de façon très satisfaisante. Signalons pourtant une erreur singulière qui s'est répétée dans un trop grand nombre de copies : il s'agit des candidates qui ont exprimé l'identité des deux équations (E) et (E₁) en égalant les coefficients respectifs des deux équations ; c'était résoudre une question complètement dépourvue de sens puisque, dans l'énoncé, les premiers membres de ces équations n'étaient définis, chacun, qu'à un facteur de proportionnalité près. Ecrire que les équations étaient identiques revenait donc à écrire que leurs coefficients étaient proportionnels.

On trouvait pour (F) l'équation :

$$2uv(u^2 - v^2)[\varphi''_{u^2} - \varphi''_{v^2}] = [(u^2 - v^2)^2 - 4u^2v^2]\varphi''_{uv}.$$

L'emploi des différentielles totales simplifiait les calculs du changement de variables demandé ; par exemple, on pouvait former directement $\varphi''_{u^2} - \varphi''_{v^2}$, au moyen des dérivées de ψ , sans avoir à calculer séparément les deux termes de la différence. L'équation (G) s'écrit :

$$(x^2 + \beta^2)\psi'_{\alpha\beta} + 2\beta\psi'_\alpha + 2x\psi'_\beta = 0.$$

Si ψ en est une intégrale, le produit $\omega = (x^2 + \beta^2)\psi$ satisfait à l'équation :

$$\omega''_{\alpha\beta} = 0,$$

ce qui donne aussitôt l'intégrale générale de (G).

La solution particulière envisagée au 4° fournit une congruence dont la surface focale est réduite aux courbes :

$$x^2 = 2z, y = 0 \quad \text{et} \quad y^2 = -2z, x = 0.$$

On retrouve les courbes C_1 et C_2 de la première partie avec $\lambda = 0$, $\mu = -1$, $\gamma = 0$.

Dans la troisième partie, la condition d'existence d'une surface Σ normale aux droites de la congruence s'exprimait par un procédé classique ; mais la majorité des candidates n'ont pu obtenir le résultat, d'ailleurs très simple. Les deux équations aux dérivées partielles traduisant la propriété précédente et celle du premier alinéa du 1° peuvent être écrites sous la forme :

$$(1) \quad \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial v} + \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial u} = 0,$$

$$(2) \quad \cos \theta \frac{\partial r}{\partial v} - \sin \theta \frac{\partial r}{\partial u} = 0.$$

L'intégrale générale de (1) est :

$$(3) \quad v \cos \theta - u \sin \theta = f_1(\theta).$$

Les caractéristiques de (2) sont données ensuite par :

$$\frac{du}{-\sin \theta} = \frac{dv}{\cos \theta} = \frac{dr}{0}$$

où θ est lié à u et v par (3). L'énoncé invite à former la combinaison :

$$u = u \cos \theta + v \sin \theta ;$$

pour toute solution de :

$$\cos \theta du + \sin \theta dv = 0,$$

on a :

$$du = (-u \sin \theta + v \cos \theta) d\theta = f_1(\theta) d\theta.$$

La solution générale du système (2), (3) est :

$$u - \int f_1(\theta) d\theta = g(r)$$

résultat de la forme demandée, avec $f_1(\theta) = f'(\theta)$.

On trouve alors pour les surfaces Σ la représentation :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = (f + g + rz) \cos \theta - f' \sin \theta, \\ y = (f + g + rz) \sin \theta + f' \cos \theta, \\ z = -\frac{1}{\sqrt{r^2 + 1}} \int \frac{rg'}{\sqrt{r^2 + 1}} dr \end{array} \right.$$

Les lignes de courbure des surfaces Σ s'obtiennent, soit à partir de l'équation des développables de la congruence, soit au moyen des formules classiques de la théorie des surfaces. On trouve qu'elles sont données par l'équation :

$$(f + f'' + g - rg') dr d\theta = 0.$$

Elles ne sont indéterminées que si

$$f + f'' + g - rg' = 0,$$

ce qui donne pour Σ des sphères concentriques. Ce cas écarté, les lignes de courbure $r = cte$ sont situées dans des plans parallèles au plan xOy ; les courbes $\theta = cte$ appartiennent à des plans parallèles à Oz :

$$-x \sin \theta + y \cos \theta = f'(\theta) ;$$

la ligne de courbure située dans l'un quelconque de ces plans admet une représentation de la forme :

$$X = g(r) + rZ,$$

avec :

$$Z = -\frac{1}{\sqrt{r^2 + 1}} \int_{r_0}^r \frac{r g'(r)}{\sqrt{r^2 + 1}} dr,$$

r_0 ayant une valeur fixe. Ainsi les courbes $\theta = cte$ sont des courbes égales et l'on retrouve les surfaces moulures cylindriques avec leur génération classique par roulement.

Ces résultats ont été établis dans les meilleures copies. Le 4° n'a été traité nulle part. Pour que la somme des rayons de courbure principaux soit nulle il faut et il suffit que :

$$f + f'' + 2rs + g + rg' = 0,$$

ce qui entraîne :

$$f + f'' = cte.$$

Σ est de révolution autour d'un axe Δ parallèle à Oz et, d'après des propriétés classiques, sa méridienne est une chaînette de base Δ . On peut d'ailleurs retrouver ce résultat en choisissant $g(r)$ tel que :

$$2s + g' + \frac{g}{r} = 0,$$

ce qui entraîne :

$$g'' + \frac{g'}{r} - \frac{g}{r^2} = \frac{g'r - g}{r^2 + 1}.$$

Cette équation linéaire admet la solution banale $g = r$ et la solution :

$$g = r \int \frac{\sqrt{r^2 + 1}}{r^3} dr.$$

Si on pose $r = \frac{1}{\text{Sh} 2t}$, on trouve, pour la méridienne :

$$2X = -\text{Ch} 2t, \quad 2Z = 2t + cte.$$

C'est bien le résultat énoncé plus haut.

Géométrie analytique et mécanique (M. RAMBAUD). — On peut diviser les six parties du sujet proposé en trois groupes de deux. D'abord l'étude, dans un plan, de la correspondance entre un point M, appelé foyer, et la droite $M\Delta$, appelée focale de M, qui rencontre les trois droites Ox , Oy , L respectivement en trois points A' , B' , C' , formant, dans l'ordre, avec le point M une division harmonique ; ensuite, l'examen dans l'espace de la correspondance analogue entre M et $M\Delta$, les trois droites Ox , Oy , L étant remplacées par les plans yOz , zOx , xOy ; enfin, l'étude d'une famille de paraboloides et du lieu de leur axe, ces paraboloides ayant pour génératrices des droites Δ particulières.

Dans le problème plan, on étudiait d'abord le lieu du point M dont la focale passe par un point donné P, non situé sur Ox , Oy ou L . C'est une conique passant par P et par les sommets O, A, B du triangle dont les côtés sont Ox , Oy et L ; les droites OP et L sont conjuguées par rapport à cette conique ; sa nature dépend de la position de P par rapport à la parabole tangente à Ox , à Oy et à AB en son milieu. Si P est rejeté à l'infini dans une direction Ou , le lieu est, en général, une hyperbole dont les directions asymptotiques sont Ou et la direction conjuguée de celle de L par rapport aux droites Ox et Oy .

La correspondance homographique des rayons OM et PM, ou encore celle des droites AM et PM, donnait aisément une solution géométrique et permettait de construire les tangentes en O, A, B, P.

L'enveloppe de la focale MA quand M décrit une droite D ne passant par aucun des trois points O, A, B est une conique tangente à Ox, Oy, L et D ; cette conique n'est une parabole que si les directions de L et de D sont conjuguées par rapport aux droites Ox et Oy . On pouvait montrer que M et C' décrivent sur D et L des divisions homographiques. Trois candidates ont pressenti la corrélation entre ces deux questions. Aucune n'a clairement montré qu'une transformation par polaires réciproques par rapport à toute conique admettant le triangle OAB comme triangle conjugué permet de passer du lieu de M de la première partie à l'enveloppe de la focale de la seconde.

Ce qui frappe, dans la correction de ces deux parties, c'est la maladresse des candidates pour exprimer que les quatre points A', B', C', M forment une division harmonique. Le fait que OC' et OM sont conjuguées par rapport à Ox et Oy et ont, par suite, des pentes opposées n'est pas utilisé. La conservation de l'harmonie par projection sur un axe ne l'est guère davantage. Aussi les calculs sont pénibles et beaucoup de candidates doivent se contenter d'équations paramétriques du lieu de M . L'emploi des coordonnées tangentielles pour la recherche de l'enveloppe était le plus commode ; il n'a été rencontré que dans peu de copies.

Les questions analogues posées dans l'espace peuvent se traiter directement. On peut aussi les déduire géométriquement des précédentes. Un point M admet une infinité de focales s'appuyant sur la droite OV , trace sur le plan xOy du plan polaire de M par rapport aux plans zOx et zOy . Elles sont donc toutes situées dans le plan MOV et réciproquement. Un point $P(x_0, y_0, z_0)$ étant donné, le lieu des foyers des droites passant par P est un cône du second ordre, contenant les droites Ox, Oy, Oz, OP et dont l'équation est : $x_0 y z + y_0 z x - z_0 x y = 0$.

Les maladresses de calcul sont aggravées ici par la présence d'une troisième coordonnée. Les candidates qui ont trouvé le cône précédent par ses équations paramétriques n'en ont pas tiré grand'chose.

Les focales de M s'appuyant sur la droite OV , une seule d'entre elles G rencontre la droite D du plan xOy , au point C' où D coupe OV . Quand M décrit une droite D' de l'espace, la correspondance entre M et C' est homographique et G engendre une quadrique. Cette quadrique est un paraboloidé Q si M et C' vont simultanément à l'infini. Il en est ainsi si la projection d' de D' sur le plan xOy et D ont des directions conjuguées par rapport aux droites Ox et Oy . Les candidates qui ont essayé d'obtenir l'équation de la quadrique n'y sont pas parvenues.

Les droites D et D' ayant été convenablement particularisées, l'équation du paraboloidé Q correspondant est exacte dans un quart des copies. Mais pour trouver l'axe de Q , toutes les candidates ont cherché le sommet, au lieu de prendre le diamètre conjugué du plan perpendiculaire à la direction asymptotique double. La plupart ne sont pas arrivées au bout du calcul.

Le lieu S de l'axe est un conoïde admettant xOy pour plan directeur et dont l'axe OH a pour équations $x = y = 2z$. La section de S par le plan

$x + y = 0$ est une ellipse d'axe Oz et de sommet O . Le contour apparent de cette surface, parallèlement à Oz , a pour projection sur le plan xOy l'enveloppe de la projection de l'axe. C'est une hypocycloïde à trois rebroussements. On peut remarquer, en effet, que la projection de l'axe est aussi celle de l'axe du contour apparent du paraboloïde Q , c'est-à-dire l'enveloppe des projections des focales G . Et, d'après les premières parties, la projection de G enveloppe une parabole tangente aux trois droites fixes Ox , Oy et d' . Ce même contour apparent de S est projeté sur le plan $x - y = 0$ suivant un arc de parabole.

La nature de la surface S , sa symétrie, son équation :

$$z [(x - y)^2 + (4z - x - y)^2] = c (4z - x - y)^2$$

pouvaient suggérer de prendre pour nouveaux axes de coordonnées les axes OX , OY déduits de Ox , Oy par rotation de $\frac{\pi}{4}$ et l'axe OZ dirigé suivant OH . Dans ce système oblique le conoïde a pour équation :

$$Z (X^2 + Y^2) - 3cX^2 = 0.$$

On en déduit, par le procédé classique, que ses lignes asymptotiques sont projetées sur le plan XOY , parallèlement à OH suivant des lemniscates de Bernouilli.

On peut aussi trouver les lignes asymptotiques dans le système d'axes

$O\xi$, $O\eta$, $O\xi$, déduit du système initial par rotation de $\frac{\pi}{4}$ autour de Oz , à partir des équations de l'axe de Q qui peuvent s'écrire, dans ce système :

$$\xi = zc \sqrt{z} \frac{t^2}{t^2 + 1} + i\eta, \quad \eta = c \frac{t^2}{t^2 + 1}, \quad (t = \frac{d}{c}).$$

En déterminant la fonction η de t qui caractérise une ligne asymptotique, on trouve :

$$\eta = \frac{kt}{(t^2 + 1)^2}$$

k étant une constante.

Parmi les 104 copies corrigées on compte deux fois la note 16,5 ; 3 fois la note 14 ; 3 fois la note 13,5 ; une fois la note 13 ; deux fois chacune des notes 12,5, 12, 11,5, 11, 10,5 ; six fois la note 10. 31 notes s'échelonnent entre 10 et 6 et 48 entre 6 et zéro.

La rédaction est souvent médiocre, quelquefois très mauvaise. On trouve des affirmations qui étonnent de la part de candidates à l'agrégation. On veut bien croire que c'est l'émotion ou la fatigue qui sont responsables des phrases suivantes :

« Un paraboloïde hyperbolique est une quadrique réglée de révolution. »

« Il admet deux plans asymptotes. »

« $b^2x^2 + a^2y^2 - 4ab^2x - 4a^2by = 0$ est l'équation d'un cercle. »

« Pour que le conjugué de C' par rapport à A' et B' existe, il faut que C' soit entre A' et B' . »

« Cette parabole est rapportée à deux diamètres conjugués. »

« La fonction $x = \frac{\alpha m^2 + \beta m + \gamma}{\alpha' m^2 + \beta' m + \gamma'}$ est homographique. »

Mais il est plus grave d'écrire :

« La représentation paramétrique $x = \frac{P}{R}$, $y = \frac{Q}{R}$ où P, Q, R sont des

« polynômes du second degré est celle d'une cubique. » (plusieurs fois).

« Le point de rencontre des rayons homologues de deux faisceaux homographiques décrit une parabole quand cette homographie est une involution. »

« Si, dans l'espace, deux rayons décrivent autour de O et de P, deux faisceaux homographiques (?) leur point commun (?) décrit une quadrique. »

Par contre, on a constaté dans l'ensemble un réel effort pour vaincre, par une étude géométrique, les difficultés créées par des calculs maladroits. On a trouvé surtout, dans quelques copies bien notées, et principalement dans les deux meilleures, des qualités de précision et de profondeur relativement aux parties traitées qui ont permis de leur accorder une bonne note bien que les dernières parties du problème y soient traitées de manière fort incomplète.

Admissibilité. — Le jury a déclaré admissibles aux épreuves orales 23 candidates dont la moyenne des notes va de 15,6 à 10,6. Parmi ces 23 admissibles, 4 se présentaient pour la première fois, 9 pour la seconde fois, 4 pour la troisième fois, 5 pour la quatrième fois et une pour la cinquième fois. Cinq d'entre elles avaient déjà été admissibles une fois à des concours antérieurs, deux en 1936 et trois en 1937. La candidate qui se présentait pour la cinquième fois avait été admissible en 1934 et en 1937.

Six admissibles des concours antérieurs ne sont pas admissibles en 1938. Elles se classent respectivement aux rangs 36, 42, 45, 47, 51 et 63.

Les renseignements suivants donneront une indication sur la liste de classement de l'écrit. La candidate classée 39^e a pour moyenne 9 ; la 49^e a pour moyenne 8 ; la 59^e a 7 ; la 67^e a 6 ; la 75^e a 5 ; la 87^e a 4 ; la 94^e a 3 ; la 102^e a 2 ; la 108^e a 1 et les deux dernières ont zéro.

Il est également intéressant de suivre le sort des candidates qui ont remis les cinq meilleures copies dans chacune des épreuves écrites. La composition de mathématiques élémentaires donne ainsi 5 admissibles aux rangs 7, 21, 6, 10 et 14. La composition de calcul différentiel et intégral donne aussi 5 admissibles aux rangs 8, 1, 4, 3, 2. La composition de géométrie analytique et mécanique ne donne que 4 admissibles aux rangs 5, 1, 23 et 8, la cinquième copie appartenant à la candidate classée 28^e. Pour ne pas revenir sur ce sujet, indiquons que les candidates qui ont été ainsi mises en vedette pour les deux dernières compositions ont toutes été reçues, tandis que pour les cinq premières de la première épreuve, deux seulement ont été reçues.

Epreuves orales (1).

Les candidates admissibles doivent faire deux leçons dont la première porte sur l'arithmétique, l'algèbre et la trigonométrie et la seconde sur la géométrie, la géométrie analytique, la mécanique et la cosmographie. Au programme de chacune de ces deux leçons, on trouve des questions de mathématiques élémentaires et des questions de mathématiques spéciales. Le Jury a cherché à égaliser les chances des candidates en associant lui-même les deux leçons et en faisant tirer au sort un couple préparé à l'avance. Cette innovation ne lui laisse aucun regret ; au contraire, il n'a eu qu'à s'en louer.

Les notes de la première leçon sont : 16 trois fois, 15 trois fois, 14 une fois, 13 six fois, 12 quatre fois, 11 trois fois, 10 deux fois et 9 une fois. La moyenne s'établit à 12,82.

Les notes de la seconde leçon sont : 17 deux fois, 16 une fois, 15 cinq fois, 14 quatre fois, 13 trois fois, 12 trois fois, 11 trois fois, 8 une fois et 7 une fois. La moyenne est 13,21.

Si l'on distingue les leçons de mathématiques élémentaires des leçons de mathématiques spéciales, on arrive aux résultats suivants.

Les notes des leçons de mathématiques élémentaires sont : 17 une fois, 16 quatre fois, 15 cinq fois, 14 deux fois, 13 six fois, 12 trois fois, 11 trois fois et 10 une fois. La moyenne est 13,64.

Les notes des leçons de mathématiques spéciales sont : 17 une fois, 15 trois fois, 14 trois fois, 13 trois fois, 12 quatre fois, 11 trois fois, 10, 9, 8 et 7 chacune une fois. La moyenne est 12,28.

Les deux candidates qui n'ont pas eu à traiter de leçon de mathématiques spéciales avaient, à la place, une leçon de mathématiques élémentaires plus difficile.

La leçon sur les fractions décimales périodiques a été mal faite. Le symbole $0,3737\dots$ a été employé sans qu'on lui ait, au préalable, donné, d'une manière correcte, un sens précis.

La leçon sur la fonction homographique exige des précautions spéciales tant pour le pôle que pour la valeur asymptotique.

La leçon relative au système $ax + by = c$, $a'x + b'y = c'$ a été mieux faite. Le rôle du déterminant principal n'y a pas été omis comme les années précédentes ; mais il aurait été nécessaire d'insister un peu plus sur ce que l'expérience montre être une difficulté.

Dans la leçon sur le trinôme bicarré, il est regrettable d'entendre dire que y tend vers ax^4 quand x tend vers l'infini.

La candidate qui a traité des trièdres supplémentaires a voulu faire preuve de quelque originalité. Mais elle a considéré comme évidents des problèmes de géométrie de situation qui ne le sont pas. De plus, elle a défini successivement deux trièdres supplémentaires, dont le second est le symétrique du premier.

(1) Voir les textes des leçons jumelées page 25 du *Fascicule Spécial* 1938 A2°.

Dans les leçons sur l'hyperbole, la correspondance entre les deux arcs du cercle directeur et les deux branches de la courbe n'est pas mise en évidence. Cela tient, au fond, à ce que l'on néglige d'étudier une réciproque et de chercher à construire le point de la courbe qui correspond à un point donné du cercle directeur.

Dans une leçon sur l'homothétie, il est gênant d'entendre dire k fois $\overrightarrow{AB}$, le nombre k étant quelconque. Il n'est peut-être pas inutile d'observer à ce sujet que 2 fois 5, expression correcte, s'écrit 5×2 .

Deux leçons sur les coordonnées polaires ont été l'une médiocre et l'autre mauvaise. Les candidates n'ont pas insisté sur l'opération fondamentale de la réduction de l'intervalle dans le cas où le rayon vecteur est fonction de $\sin \theta$ et de $\cos \theta$. Les courbes données en exemple sont mal construites et le sujet est loin d'être dominé.

Trois leçons sur les séries ont été médiocres. Dans l'étude des séries positives, les propriétés signalées sont incomplètes ou inexactes. La convergence uniforme des séries entières a donné lieu à des énoncés imprécis et on n'a jamais su dans quelles conditions exactes une telle série était uniformément convergente. Enfin, une candidate qui avait à traiter d'une première leçon sur les séries entières a fait, en une heure, une leçon qui visait à épuiser le sujet. C'est dire avec quel soin elle a pu traiter ces questions délicates. Les candidates avaient pourtant été prévenues du sens que le Jury attachait aux mots : première leçon.

L'intégration de l'équation $y'' + ay' + by = 0$ quand a et b sont constants exige des précautions quand les racines de l'équation caractéristique sont imaginaires. De plus la notion d'intégrales distinctes est essentielle et doit donner lieu à une définition précise et non à une affirmation.

Dans la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples, si l'on part d'une fraction irréductible, on doit, après avoir mis en évidence les éléments simples relatifs au pôle a , montrer que la fraction complémentaire est irréductible et admet tous les pôles primitifs sauf le pôle a . Si l'on néglige ce point essentiel, la théorie ne tient plus.

Une leçon sur les cônes, en géométrie analytique, a causé l'échec d'une candidate qui avait fait, par ailleurs une bonne leçon. Le sujet était mal su : la formation de l'équation d'un cône défini géométriquement a conduit à des éliminations pénibles de quatre ou cinq paramètres entre cinq ou six équations. Vouloir trouver les focales d'une ellipse en identifiant l'équation du cône correspondant avec l'équation la plus générale d'un cône de révolution d'axe donné, de sommet donné et d'angle générateur donné est une gageure.

La leçon sur le mouvement curviligne d'attraction newtonienne nécessite une recherche sur l'équivalence des équations du mouvement et du système des deux intégrales premières. Cette équivalence n'a pas toujours lieu.

Ces critiques relèvent des fautes qui ont été commises. Elles ne sont, en aucune façon, une profession de foi du Jury. Celui-ci n'a pas, à propos de chaque leçon, une doctrine hors de laquelle il n'est point de salut pour les

candidates. Le Jury accepte tout exposé logique, bien construit, passant du simple au composé, dans lequel les difficultés sont bien situées et bien résolues. Il est sensible au choix pertinent des exemples. Il ne peut, par contre, laisser passer sans pénalisation, les erreurs et les affirmations non justifiées. Des leçons très différentes ont eu de très bonnes notes. Une leçon sur un sujet que la candidate possède à peine ne peut donner que des résultats lamentables.

Le Jury a proposé douze candidates pour le titre d'agrégée, alors que le nombre de places mises au concours avait été fixé à 9. La moyenne de la première est 16,05. La moyenne de la dernière est 12,5.

Parmi les 12 reçues, deux candidates qui se présentaient pour la première fois se placent aux rangs 3 et 5 ; six candidates qui se présentaient pour la seconde fois, se placent aux rangs 1, 2, 8, 9, 11 et 12 ; deux candidates qui se présentaient pour la troisième fois, se placent aux rangs 6 et 10. La candidate reçue 4^e se présentait pour la quatrième fois et la candidate reçue 7^e pour la cinquième fois.

Parmi les douze nouvelles agrégées, cinq candidates avaient déjà enseigné ; elles se sont placées aux rangs 4, 6, 7, 8 et 9. Elles ont fourni un effort considérable en menant à bien leur enseignement et leur préparation. Leur succès est la récompense légitime de leur travail, de leur courage et de leur volonté.

Le Concours de 1938 est, dans l'ensemble, satisfaisant. Les agrégées qu'il fournit sont d'une qualité qui ne le cède en rien à celle des agrégées des concours précédents. Parmi les candidates qui ont frisé l'admission ou l'admissibilité, il en est de très sérieuses qui doivent réussir et qui méritent d'être encouragées. Le Jury espère bien avoir la satisfaction de lire leurs noms sur les prochaines listes d'agrégées.

Le Président du Jury,
P. CHENEVIER.
