

**7. Rapport sur le Concours, en 1937
de l'Agrégation de l'Enseignement secondaire des jeunes filles
Section des Sciences Mathématiques (1)**

Il y avait, en 1935, 107 candidates inscrites, et, en 1936, 111. En 1937, il y en a eu 121, dont 106 sont allées jusqu'au bout des épreuves écrites. Le nombre des jeunes filles qui se décident à affronter l'Agrégation a donc encore tendance à augmenter malgré les avertissements multipliés du jury. Puisqu'il en est ainsi, ne nous laissons pas de répéter qu'il est essentiel de ne pas entreprendre la préparation d'un concours aussi difficile sans avoir bien mesuré ses dons scientifiques et pédagogiques, en même temps que sa résistance physique et morale. Essayons aussi de rendre ces remarques plus convaincantes au moyen de quelques chiffres.

Environ trente candidates ont abandonné le concours entre les sessions de 1936 et de 1937. Elles ont été remplacées par une quarantaine de nouvelles qui ont donné huit admissibles sur quinze et quatre reçues sur neuf.

(1) Le Jury était composé de MM. LECONTE, Inspecteur général, président ; CHENEVIER, Inspecteur général ; GARNIER, professeur à la Faculté des Sciences de Paris ; Mlle LEROY, professeur au Lycée Fénelon, et de M. MOUY, professeur au Lycée Jules-Ferry, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

Dans l'ensemble, le renouvellement de la liste des candidates continue donc à se produire avec une grande rapidité, et, au concours de 1937, les 80 candidates ajournées en 1936 ont fourni seulement sept admissibles et cinq reçues. Parmi ces dernières, deux se présentaient depuis de longues années et même, en 1933, s'étaient classées deuxième et troisième des non admissibles. En signalant cette circonstance, nous devons ajouter qu'elle semble être d'un ordre tout à fait exceptionnel.

De nouveaux exemples de la variation des notes obtenues par une même candidate aux concours de différentes années pourraient être apportés. Bornons-nous à dire que les anciennes admissibles qui n'ont pu l'être en 1937 ont eu pour rangs de classement 16, 23, 28, 51, 52, 60, 65, 85.

Mais il est bien des candidates qui s'obstinent sans avoir jamais obtenu de résultats encourageants et c'est elles que nous engageons à ne pas dépenser en pure perte plusieurs années d'efforts à la vaine poursuite non seulement de l'Agrégation, mais peut-être d'une situation dans l'enseignement, puisque la plupart d'entre elles ne sont pas encore dans les cadres.

Par contre, il est à remarquer que le nombre des maîtresses d'internat, des répétitrices, des professeurs même, qui se présentent à l'Agrégation de mathématiques, pourrait être plus grand et qu'en tout cas la proportion pour les catégories correspondantes est beaucoup plus forte à l'Agrégation masculine.

Le jury avait le vif désir de déclarer admissibles plus de 15 candidates. L'échelonnement trop marqué des notes ne le lui a pas permis. Ce n'est pas sans regret qu'il a ainsi limité le nombre des candidates admises à subir les épreuves orales et susceptibles d'obtenir un poste d'enseignement dès cette année. Sa bienveillance reste entière et, il faut l'espérer, pourra s'exercer davantage en 1938.

Huit candidates seulement ont obtenu la moyenne dans l'ensemble des compositions scientifiques et elles ont été toutes reçues. Après elles, il y a eu à l'écrit une chute plus rapide que d'ordinaire. Cette circonstance, en dehors des particularités du concours de 1937, a aussi pour cause l'évolution à peu près fatale que l'Agrégation féminine de mathématiques a subie et, sans aucun doute, continuera à subir.

Le programme d'entrée à l'Ecole Normale Supérieure de Sèvres a été profondément modifié au cours de ces dernières années ; de plus en plus, les sujets proposés à l'écrit du concours sont devenus des sujets de mathématiques spéciales. Il en résulte qu'avec un retard de quelques années, les compositions écrites de l'Agrégation doivent, elles aussi, porter sur des matières plus largement choisies, ce qui ne veut pas dire, le concours de 1937 est là pour en témoigner, que leur difficulté s'accroîtra sans que la mesure soit gardée et que toutes les précautions nécessaires soient prises.

Ce changement d'orientation, aussi marqué qu'il soit par le choix des épreuves en 1937, n'a pas été assez nettement aperçu par de nombreuses candidates. Les additions au programme de 1938 leur fourniront une occasion d'y réfléchir, de même que certaines des indications qui vont maintenant être données sur chacune des compositions écrites.

Epreuves écrites (1)

Arithmétique, Algèbre et Géométrie (Mlle LEROY). — L'épreuve de géométrie proposée cette année était un peu plus difficile que celle des années précédentes, ce qui était d'ailleurs voulu par le jury. L'étude proposée était celle des deux familles de coniques admettant pour directrice une droite donnée (D) et telles qu'un point donné S soit sommet de l'axe non focal, ellipses (E), ou de l'axe focal, coniques (C). Cette étude a donné lieu à des démonstrations intéressantes, faisant intervenir des méthodes variées. Aucune copie ne contient une solution complète du problème ; mais il serait possible, en prenant ici ou là ce qu'il y a de meilleur, d'obtenir une composition excellente, toutes les questions ayant été heureusement abordées par l'ensemble des candidates. Deux formes d'esprit entièrement différentes se rencontrent parmi les meilleures d'entre elles. Certaines entament la plupart des questions posées avec intelligence, mais se contentent d'une première approximation, sans pousser les discussions ; d'autres ne traitent que deux ou trois parties et montrent, par contre, de la rigueur et le souci du fini.

Signalons, tout de suite, un véritable abus de la géométrie analytique chez de trop nombreuses candidates. Il ne faut pas oublier que la première épreuve est une épreuve de mathématiques élémentaires et que la géométrie pure joue un rôle important dans les programmes de l'enseignement secondaire. Aujourd'hui, les candidates à l'Agrégation, en sortant de la classe de Mathématiques, abandonnent presque complètement la géométrie élémentaire : il est essentiel qu'avant d'enseigner, elles y reviennent et en approfondissent les méthodes. Des recherches analytiques savantes d'un lieu immédiat géométriquement, celui des foyers des ellipses (E), tendent à prouver que le goût de la géométrie pure n'est pas en progrès. De même, la recherche, par voie analytique, de l'enveloppe des ellipses (E) est nettement en dehors de l'esprit d'une épreuve de mathématiques élémentaires. Nous comprenons fort bien, d'ailleurs, que pour éviter une perte de temps, on puisse s'aider d'un calcul simple emprunté aux rudiments de la géométrie analytique qui figurent au programme de la classe de Mathématiques. C'est ce qu'il était possible de faire à propos des lieux des points de contact des tangentes menées de ω aux coniques étudiées. Mais comme il était aisé, une fois le résultat obtenu, de mettre sur pied une véritable solution géométrique, les compositions qui, finalement, donnaient à la recherche de ce résultat une forme purement géométrique, ont été davantage appréciées.

I. La détermination des ellipses (E) passant par un point donné M s'obtenait de façon immédiate puisqu'on connaissait un premier lieu du foyer F relatif à D, le cercle (γ) de diamètre $S\omega$, et qu'on pouvait facilement en déterminer un second, le cercle lieu des points tels que le rapport de leurs distances à S et à M soit égal au rapport $\frac{S\omega}{M\mu}$ des distances de ces 2 points à la directrice. Notons toutefois qu'un trop grand nombre de candidates

(1) Voir les énoncés pages 10, 11, et 12 du *Fascicule Spécial* 1937 A.

semblent bien peu familiarisées avec les propriétés des directrices d'une conique puisqu'elles ne voient même pas que le deuxième lieu de F passe par le point K d'intersection de la droite SM avec la directrice (D) . On aurait pu déterminer d'ailleurs un autre lieu du foyer en utilisant le symétrique M' du point M par rapport à l'axe non focal, nous aurons l'occasion d'y revenir.

Dans bon nombre de copies, on discute algébriquement l'existence des points d'intersection des cercles lieux de F , ce qui est acceptable (surtout quand la discussion est bien délimitée au départ), mais un peu pénible. Quelques candidates ont très bien conduit la discussion qui utilise l'inversion de pôle S et de puissance $S\omega^2$. Une candidate a employé l'inversion ayant pour pôle l'intersection K de SM avec (D) et conservant le cercle (γ) de diamètre $S\omega$.

Le cercle (S) de centre S et de rayon $S\omega$, séparatrice des points M par lesquels passent des ellipses E , est aussi leur enveloppe. Beaucoup de copies se bornent à l'affirmer sans le justifier et sans remarquer cette élégante propriété de l'ellipse : *Le cercle qui a son centre en l'un des sommets du petit axe et qui est tangent à la directrice est bitangent à l'ellipse.* Le contact est réel si le foyer F correspondant à (D) est, sur son lieu, plus près de ω que de S , en sorte qu'une ellipse (E) passant par M touche effectivement son enveloppe suivant la position de M par rapport aux ellipses (E_0) , (E_1) dont les foyers relatifs à (D) sont équidistants de ω et de S . Ce dernier point n'a été bien vu dans aucune copie.

Signalons enfin, à propos de la première partie, qu'une seule candidate a eu l'idée de la traiter en utilisant le symétrique M' du point M par rapport au petit axe. La méthode est pourtant intéressante et naturelle. Elle donne une discussion rapide ; elle met en évidence que le cercle (S) est bitangent à toute ellipse (E) ; elle s'inspire de la figure obtenue en cherchant l'intersection d'une conique donnée par un foyer et sa directrice et par l'excentricité, avec une perpendiculaire à la directrice.

II. La seconde partie est relative aux coniques (C) . La détermination des coniques (C) passant par un point donné M du plan est simple ; mais la discussion porte aussi sur la nature des coniques passant par M . Le texte indique que l'une des courbes séparatrices est une courbe du troisième ordre. Il est en effet facile de voir que si le point M se déplace sur une droite Sz , le foyer relatif à (D) s'obtient en prenant l'intersection de $S\omega$ avec l'un des cercles tous centrés sur Sz et passant par le point K d'intersection de Sz et de (D) . Les points M_0 et M'_0 tels que $KM_0 = KM'_0 = K\omega$ séparent les points de Sz pour lesquels les coniques cherchées existent, de ceux pour lesquels elles n'existent pas. A cette définition si simple de la courbe séparatrice, on reconnaît une strophoïde droite.

La discussion de la nature des coniques (C) introduit simplement comme courbe séparatrice la parabole appartenant à la famille des coniques étudiées. Elle ne demandait qu'un peu de soin. Elle n'a cependant été faite à fond dans aucune copie.

III. La troisième partie est une sorte de halte, puisqu'elle revient à l'étude bien connue de trois figures à centres, homothétiques deux à deux. Beaucoup de candidates ont vu que les centres d'homothétie directe appartaient à la directrice, mais personne n'a limité le lieu.

La correspondance, sur le cercle (γ), des points F_1 et Φ a été bien indiquée.

IV. La quatrième partie n'a été utilement abordée que dans quelques copies. Une seule candidate en a donné une solution complète et simple.

Connaissant une tangente (Δ) à l'ellipse (E), on connaissait également la tangente (Δ') symétrique de la première par rapport au petit axe. Soient I et I' les points d'intersection de (Δ) et de (Δ') avec la tangente au sommet S_0 . Le théorème de Poncelet permet de voir que le cercle passant par I , I' et par les deux foyers est tangent en I et I' respectivement aux deux droites (Δ) et (Δ'). D'où la construction des foyers.

On ne s'attendait pas à ce que les candidates aient le temps de faire une discussion approfondie. Mais il aurait été simple de signaler le lien avec la 1^{re} question.

Soient (E_1) et (E_2) les 2 ellipses ayant pour foyers relatifs à (D) deux points F_1 et F_2 diamétralement opposés sur le cercle de diamètre S_0 . D'après ce qui précède, les tangentes communes extérieures s'obtiendront en menant les tangentes au cercle centré sur le petit axe et passant par F_1 et F_2 aux points d'intersection I et I' de ce cercle avec la droite S_0 . Or, quand F_1 et F_2 varient, ces cercles forment un faisceau d'axe radical S_0 puisqu'ils coupent le cercle de diamètre S_0 en 2 points diamétralement opposés. Les points I et I' sont alors fixes et constituent l'enveloppe cherchée.

Dans l'ensemble, les résultats obtenus n'ont pas été très brillants. Quinze copies seulement ont atteint la moyenne, les meilleures notes étant, sur 180, 116, 112, 110, 104, 100. Une vingtaine ont entre 80 et 64. Quarante-huit n'atteignent pas 40, ce qui est une proportion de notes faibles trop considérables. On ne peut que s'étonner une fois de plus de la médiocrité et des ignorances rencontrées dans un trop grand nombre de copies.

Algèbre, Trigonométrie et Analyse (M. GARNIER). — Voici d'abord quelques indications sur les notes. 109 compositions ont été remises. La moyenne des notes atteint 6,5 sur 20. Cette moyenne est atteinte ou dépassée dans 59 copies ; deux d'entre elles atteignent le maximum de 15, et une troisième 13,75.

Il s'agissait d'étudier des équations linéaires aux dérivées partielles, soient

$$(1) \quad q = Ap + B,$$

dont les caractéristiques sont des lignes asymptotiques des surfaces intégrales. Sauf de rares exceptions, les candidates ont montré qu'elles connaissent bien la théorie des équations linéaires aux dérivées partielles ; elles ont traité avec succès presque tout le n° I et la plus grande part du n° III. Observons cependant que la fin du n° I n'a été obtenue que dans 5 copies : Le problème revenait à déterminer parmi les surfaces réglées passant par

les droites $y=0$, $z=h$ et $x=0$, $z=-h$, celles qui sont du second ordre. La géométrie montre aussitôt que les plans passant par les deux directrices précédentes et la génératrice mobile doivent se correspondre homographiquement, ce qui répondait à la question posée.

Au n° III quelques candidates n'ont pu démontrer que si les conditions (γ) sont remplies les caractéristiques sont des droites. Voici des indications sommaires sur la solution. Les relations (γ) expriment que $A(x, y, z)$ et $B(x, y, z)$ prennent des valeurs constantes, soient a et b , sur une caractéristique. Dès lors, l'intégration du système différentiel caractéristique montre que toute caractéristique satisfait à des relations

$$x + ay = c, \quad z - by = d,$$

où c et d sont de nouvelles constantes. La discussion montre que a et b peuvent être choisis arbitrairement, sauf si $B(x, y, z)$ est une fonction de $A(x, y, z)$, ou si A et B se réduisent identiquement à des constantes ; d'ailleurs, ces hypothèses ne modifient pas la nature des courbes caractéristiques. Restant dans le cas général, on voit que c et d sont nécessairement des fonctions bien déterminées de a et b , soient : $c = \Phi(a, b)$, $d = \Psi(a, b)$ et l'on obtient les fonctions $A(x, y, z)$ et $B(x, y, z)$ en résolvant un système

$$x + Ay = \Phi(A, B), \quad z - By = \Psi(A, B).$$

Ces dernières propriétés n'avaient pas été demandées explicitement. On n'avait envisagé la formation de l'équation (1) que dans des cas particuliers. Celui qui formait la fin du n° III a été correctement traité dans un grand nombre de copies (quelquefois, cependant, avec l'omission de la solution $\beta=0$, $\alpha=0$ ou -1). Au n° V, il s'agissait de former des équations (1) vérifiant (γ) et invariantes par la transformation $x_1 = \lambda x$, $y_1 = \lambda y$. Beaucoup de candidates ont obtenu, par exemple, la condition

$$(2) \quad A(\lambda x, \lambda y, z) = A(x, y, z);$$

elles l'expriment en disant que A est homogène en x et y , sans spécifier, en général, que le degré d'homogénéité est 0, et elles en concluent sans démonstration que

$$(3) \quad A = \varphi\left(\frac{x}{y}, z\right).$$

Pourtant il n'y avait que quelques mots à dire : ...prenons en particulier $\lambda = y^{-1}$ et (2) donne aussitôt (3)...

Les résultats précédents ont été obtenus dans la majorité des copies. Ajoutons que 23 candidates ont résolu correctement le n° II et que 5 ont traité le n° IV. La détermination des caractéristiques au n° V a été esquissée dans 2 copies — qui ne sont pas allées plus loin. Indiquons seulement que la résolution de II était aisée. En identifiant l'intégrale générale

$$x = (z + h) j\left(\frac{y}{z - h}\right)$$

de l'équation (1) envisagée avec l'intégrale générale

$$x = -yZ(z) + Z_1(z)$$

de $q = pZ(z)$, on trouvait aussitôt que $f(u)$ est linéaire en u : $f(u) = au + b$, ce qui donnait aussitôt $Z(z)$ et les surfaces intégrales (paraboloides).

Dans la quatrième partie, la condition $rt - s^2 = 0$ vérifiée quel que soit p donnait $A'_z = 0$, $A'_x + B'_z = 0$, $B'_x = 0$; et ces conditions jointes

à (7) montraient que
$$A = - \frac{x - x_0}{y - y_0}, \quad B = \frac{x - x_0}{z - z_0}.$$

Les surfaces intégrales sont des cônes arbitraires de sommet x_0, y_0, z_0 .

Par son sujet, la composition actuelle se rapprochait des compositions de calcul différentiel et de calcul intégral proposées à l'Agrégation masculine, avec une différence importante cependant, due à ce que les indications et les suggestions fournies aux candidates par l'énoncé étaient plus nombreuses et plus précises. La comparaison des résultats obtenus avec ceux que l'on constate habituellement à l'Agrégation masculine pourrait être tentée, mais elle s'avère aussitôt comme difficile et pleine de dangers. Il semble pourtant qu'on pourrait ébaucher quelques conclusions en répartissant les copies suivant trois groupes : Tout d'abord, celles qui ont obtenu actuellement une note supérieure à la moyenne (il y en a 11) ; elles montrent une érudition, une originalité, une puissance assurément inférieures à celles que l'on rencontre habituellement dans les meilleures copies de l'Agrégation masculine. Les copies de notes moyennes (entre 5 et 10) constituent le lot le plus important (il y en a 64) ; elles sont comparables aux copies analogues de l'autre Agrégation. Enfin les copies cotées au-dessous de 5 suivent la loi de répartition de Gauss beaucoup plus fidèlement que les copies du même niveau de l'Agrégation masculine : en d'autres termes, les mauvaises notes sont beaucoup clairsemées actuellement, constatation qui témoigne en faveur de l'effort général accompli par les candidates.

Géométrie, Géométrie analytique et Mécanique (M. CHENEVIER). — 108 candidates ont pris part à l'épreuve de mécanique. Les meilleures notes, comptées sur 20, sont : 12,5 trois fois ; 12 deux fois ; 11,5 quatre fois ; 11 deux fois ; 10,5 deux fois ; 10 une fois. Vingt-quatre copies sont notées de 9 à 7 ; trente-huit de 6 à 5 ; trente-deux ont moins de 5. La moyenne générale est 6,1.

Les notes des candidates déclarées admissibles sont : trois 12,5 ; un 12 ; deux 11,5 ; un 11 ; un 10 ; un 9 ; un 8,5 ; deux 8 ; deux 7,5 et un 7. La moyenne de ces quinze notes est de 10. C'est dire que, parmi les candidates les mieux classées à l'écrit, il y en a qui n'ont pas réussi à étudier, d'une manière convenable, un problème de mécanique qui demandait de la réflexion, du soin, mais qui n'exigeait pas des connaissances très élevées.

I. La première partie du problème était relative à l'équilibre, sur un cercle vertical, d'un point mobile sans frottement, soumis à la pesanteur et à une répulsion du diamètre vertical proportionnelle à la distance. La moyenne des notes attribuées à cette partie très facile est 14. On est surpris néanmoins de trouver seize copies dont la note n'atteint pas 10. Il est inadmissible que des candidates à l'agrégation appliquent, à un point matériel, les conditions universelles de l'équilibre des systèmes, qu'une autre

déclare l'équilibre réalisé en un point où la vitesse est nulle. On est désagréablement surpris de lire qu'une position d'équilibre est stable parce que le point considéré, abandonné sans vitesse aux forces qui le sollicitent, au voisinage de cette position, se met en mouvement : ou bien, qu'au contraire, la stabilité est assurée parce que, dans les mêmes conditions, le point reste immobile. Que penser des candidates qui écrivent qu'une position d'équilibre isolée est toujours stable, que, dans une position d'équilibre stable, la réaction du cercle est opposée à la résultante des forces, tandis que dans une position instable, la réaction est confondue avec cette résultante ? Les candidates qui commettent de telles erreurs contre le bon sens, témoignent d'une inaptitude vraiment caractérisée aux fonctions d'enseignement ou font preuve d'une émotivité telle que leurs possibilités de réflexion sont diminuées d'une manière excessive. Dans l'un et l'autre cas, il semble qu'on doive conclure que leur candidature à l'agrégation est, pour le moins, aventurée.

II. La deuxième partie, la plus importante, n'a été traitée exactement dans aucune copie. Les meilleures notes sont un 12, un 11, trois 10 : onze copies sont ensuite notées de 9 à 7 : trente-quatre de 6 à 5 : quarante-cinq de 4 à 3 : treize de 2 à zéro. La moyenne générale est 4,64.

Pour les quinze admissibles cette moyenne s'élève à 6,3. Les quinze notes qui la fournissent sont un 10, deux 9, deux 8, un 7, trois 6, quatre 5, un 4 et un 1. On constate que les deux candidates qui ont le mieux traité cette partie du problème n'ont pas été admissibles et qu'une au moins des admissibles a fait preuve, en cette matière, d'une complète carence.

Le point matériel, lancé du point le plus bas avec la vitesse v_0 commençait à se mouvoir sur le demi-cercle ABC avec une vitesse donnée à chaque instant par le théorème des forces vives. La première question à résoudre était de savoir si cette vitesse pouvait s'annuler. Aucune autre question ne se posait pour une liaison bilatérale. Trois cas apparaissaient alors.

1° Pour une vitesse initiale inférieure à $2\sqrt{ag}$, la vitesse s'annulait en un point M_1 du cercle, atteint au bout d'un temps fini. L'étude de $\frac{dv}{dt}$ montrait aussitôt que le mouvement était retardé de A en M_1 si l'arc de cercle AM_1 ne contenait pas de position d'équilibre et qu'au contraire, s'il existait sur le demi-cercle ABC une position d'équilibre M_0 , distincte de A et de C, le mouvement était accéléré de A en M_0 et retardé de M_0 en M_1 . La position M_1 n'étant pas une position d'équilibre, le point redescendait de M_1 en A et repassait en A avec la vitesse opposée à la vitesse initiale pour s'engager sur le demi-cercle ADC, sur lequel la liaison, étant unilatérale, permettait au point M de s'échapper vers l'intérieur du cercle. Le calcul de la réaction R montrait que cette réaction s'annulait en un point M_2 du demi-cercle ADC, alors que la vitesse s'annulait pour le point M'_1 symétrique de M_1 par rapport au diamètre AC. Il fallait décider, lequel des deux points M'_1 et M_2 était atteint le premier. Il fallait pour cela comparer une racine d'une équation du second degré dont l'inconnue était $\cos \theta$

à une racine d'une équation analogue. Le cas où ces deux racines étaient égales fournissait une valeur v_1 de la vitesse initiale v_0 . On concluait alors que pour v_0 inférieur à v_1 , la vitesse s'annulait avant la réaction et qu'une oscillation du point M s'établissait sur le cercle entier autour du point A, tandis que pour v_0 supérieur à v_1 , le point M quittait le cercle, la réaction s'annulant avant la vitesse.

2° Pour une vitesse initiale égale à $2\sqrt{ag}$, le point M arrivait en C avec une vitesse nulle au bout d'un temps infini. Cette dernière circonstance était visible sur l'intégrale, sans qu'il fût nécessaire de la calculer.

3° Pour une vitesse initiale supérieure à $2\sqrt{ag}$ le point arrivait en C avec une vitesse non nulle, au bout d'un temps fini. L'étude du signe de R en ce point donnait aussitôt les résultats suivants : pour v_0 inférieur à $\sqrt{5ag}$ le point quittait le cercle en C ; pour v_0 supérieur ou égal à $\sqrt{5ag}$ le point ne quittait pas le cercle et tournait indéfiniment dans le même sens.

Le cas particulier proposé correspondait au cas où v_0 était compris entre v_1 et $2\sqrt{ag}$. Le point M quittait donc le cercle au point M_2 du demi-cercle ADC défini par l'équation $4 \cos \theta_2 + 3 = 0$.

Le mouvement ultérieur était un mouvement libre sous l'action des deux forces envisagées, la trajectoire libre étant osculatrice au cercle au point M_2 . Certaines candidates ont compris que, dans le mouvement libre la répulsion disparaissait. Cette interprétation de l'énoncé, qui n'était pas celle de l'auteur, a été admise.

J'ai déjà indiqué qu'aucune solution exacte et complète n'avait été donnée. Voici un relevé des fautes les plus significatives. Plusieurs candidates, en appliquant le théorème des forces vives, trouvent une valeur de v qui ne se réduit pas à v_0 pour $\theta = 0$. Une candidate obtient l'équation :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = f(\theta),$$

et en tire par intégration :

$$\frac{d\theta}{dt} = \int f(\theta) d\theta.$$

De nombreuses candidates confondent la réaction R et la projection normale N des forces appliquées au point mobile. Elles n'écrivent pas l'équation :

$$\frac{Mv^2}{a} = N + R,$$

et concluent que le point quitte le cercle quand N est nul.

Plusieurs autres écrivent que l'accélération normale a pour mesure $\frac{v^2}{a}$ sur la normale orientée vers l'extérieur du cercle. Une candidate ose écrire que, pendant le mouvement N est nul. Une autre va jusqu'à dire que, sur le demi-cercle ADC, si la répulsion est suffisante, le point quittera le cercle ; comment concilie-t-elle cette affirmation avec l'indication de l'énoncé que le point ne peut quitter le cercle que vers l'intérieur ?

Plusieurs candidates croient que, la liaison étant unilatérale sur le demi-cercle ADC, le point M quitte ce demi-cercle dès qu'il s'engage sur lui.

Des maladresses sont aussi à relever. Une candidate pose $\cos \theta = t$, et une autre $\cos \theta = \tau$, sans se douter du danger de ces notations peu réfléchies. Une autre écrit dx^2 quand elle devrait écrire $d(\tau^2)$. Une troisième pose, pour simplifier, $\theta = \epsilon$. Ce ne sont certes que des peccadilles, encore que, sur ces points, un professeur doit être, pour lui-même, extrêmement exigeant. Mais toute indulgence est refusée à une candidate qui veut comparer une racine d'une équation du second degré au nombre -1 et qui écrit $x + \sqrt{\beta} < -1$, qui isole le radical, élève au carré, et accepte sans inquiétude le résultat qu'elle trouve.

Plusieurs candidates enfin croient que lorsque l'élément différentiel d'une intégrale est infini pour l'une des limites, l'intégrale est aussi infinie. Ont-elles réfléchi une minute pour écrire une pareille affirmation ? A-t-elle pensé davantage, celle qui reconnaît que le nombre un est compris entre les racines d'une équation du second degré et qui calcule ensuite le discriminant pour étudier son signe ?

J'arrête ici le catalogue de ce musée tératologique. Que les candidates qui se reconnaîtront au passage prennent la sage décision de réfléchir, de ne pas céder à la première impulsion, au désir irraisonné de déclencher un mécanisme que, dans leur affolement, elles mettent en marche à contre sens et qui les blesse.

III. Pour la troisième partie du problème, les notes les meilleures sont : un 18, trois 15, deux 13, deux 12, deux 11, deux 10. On trouve ensuite dix-huit notes allant de 9 à 5, quarante-six notes allant de 4 à 0,5 et trente-deux zéros. Les notes des quinze admissibles sont un 18, deux 15, un 13, deux 12, deux 11, un 9, un 8, un 7, deux 4, un 2 et un 1. La moyenne générale est 3,44 ; celle des admissibles est 9,4.

Le cercle, qui jusqu'alors avait été supposé fixe, tournait autour de son diamètre vertical avec une vitesse angulaire constante ω . La liaison étant bilatérale sur tout le cercle, on proposait d'étudier le mouvement du point.

Le plus simple était d'étudier le mouvement relatif du point sur le cercle en ajoutant aux forces données, la force centrifuge et la force centrifuge composée. Cette dernière n'intervenant pas dans l'application du théorème des forces vives, on constatait que l'intégrale des forces vives, dans le mouvement relatif, différait de l'équation analogue de la deuxième partie par le changement de k^2 en $k^2 + \omega^2$. La disparition de la liaison unilatérale simplifiait la discussion et on trouvait soit une oscillation autour de A, soit une révolution périodique toujours dans le même sens ; ces deux cas étaient séparés par le cas limite analogue à celui de la deuxième partie.

On pouvait aussi écrire les équations du mouvement par rapport aux axes fixes et en déduire, par une combinaison et une intégration, la relation qui donnait $\frac{d\theta}{dt}$ en fonction de θ . On retrouvait évidemment l'intégrale des forces vives.

Dans un dernier paragraphe on demandait d'étudier, dans un cas particulier, la réaction du cercle sur le point M et de déterminer un lieu lié très simplement à cette réaction. Malgré les précautions prises dans le texte pour sauvegarder l'homogénéité, on trouve des fautes graves d'homogénéité dans quelques copies.

Beaucoup de candidates ont négligé la force centrifuge composée. D'autres se sont bornées à dire qu'il fallait composer le mouvement de la deuxième partie avec la rotation, ce qui est une solution aussi simpliste que fausse. La modification de la liaison laisse la majorité des candidates indifférente.

IV. Quelques observations d'ordre général restent à faire. Les copies sont trop souvent sales, raturées, en désordre ; ce sont plus des brouillons que des copies. Certaines candidates changent les notations de l'énoncé. C'est, à un certain point, leur droit si, par ce procédé, elles abrègent l'écriture ; mais ce droit leur crée le devoir de donner le résultat dans le langage et avec les notations de l'énoncé. Le style télégraphique est de mise dans certaines copies. On croirait que les candidates qui donnent prise à ces reproches n'ont jamais lu un ouvrage ou une solution publiée dans des revues. Plusieurs ne savent pas lire l'énoncé et posent des questions dont la solution leur est donnée. Une admissible égale un vecteur et un scalaire. Ce sont des négligences qu'un professeur ne doit pas commettre. Il a été tenu compte de la forme pour la mise au point de la note définitive. Les candidates noteront qu'on leur demande un travail présentable et que les qualités de forme doivent être appréciées à leur valeur, à côté des qualités de fond. Elles noteront aussi qu'affirmer des résultats exacts ne suffit pas et que les affirmations doivent être justifiées dans un langage clair.

L'épreuve de mécanique a été, en général, médiocre. Or, c'est une de celles qui permettent le mieux de juger le bon sens des candidates et de distinguer celles qui réfléchissent de celles qui acceptent pour vrais des résultats évidemment absurdes.

Philosophie (M. Mouy). — Le sujet proposé était le suivant :

Quel intérêt l'histoire des sciences présente-t-elle, selon vous, pour les sciences mêmes ? Est-il utile, ou même nécessaire, que le savant, ou celui qui travaille à devenir un savant, ait des notions d'histoire des sciences ?

On a, en général, conclu en faveur de l'histoire des sciences. Pourtant quelques candidates ont formulé des réserves : elles ont craint que le savant, connaissant trop bien les physiciens de jadis, et, par là, porté à les imiter, ne perdît quelque chose de son originalité créatrice. Cette idée nous paraît assez naïve ; il apparaît, au contraire, que l'invention se nourrit d'exemples et d'analogies.

A vrai dire, ces réserves sont rares. On a presque toujours répondu affirmativement à la seconde question posée. Il paraît que les noms des anciens savants, quelques anecdotes (le bain d'ARCHIMÈDE, la rêverie de NEWTON devant la chute de la pomme), les récits historiques plus développés, ont le don d'intéresser, d'amuser les élèves. Nous le croyons sans peine. Mais il

y a évidemment des raisons plus sérieuses. Voici celles qui ont été le plus généralement données : d'abord, il est nécessaire que le savant connaisse l'état de la question. Sur quoi nous ferons observer que cela ne suppose pas du tout l'histoire des sciences, car, pour savoir où en est la science, il suffit de connaître le contenu des livres contemporains ou de lire les revues et les mémoires. Meilleure est la raison que voici : l'histoire des sciences nous offre des exemples moraux et des modèles techniques. Une autre, plus décisive peut-être, est que, parmi les vieilles hypothèses surannées, l'on peut retrouver des idées qui reprendront une nouvelle jeunesse. La théorie corpusculaire de la lumière, ressuscitée par MM. EINSTEIN et Louis DE BROGLIE, a offert ici un excellent exemple, qu'on n'a pas manqué d'exploiter.

Enfin, une minorité de candidates a aperçu que l'histoire des sciences est le récit du drame intellectuel qui met aux prises l'esprit humain avec la nature ; or, non seulement il est intéressant, passionnant de revivre ce drame, mais cela apparaît nécessaire lorsqu'on est appelé à y tenir un rôle. Des considérations en sens divers, et souvent très pénétrantes, ont été développées de ce point de vue.

Pour finir, qu'il soit permis au correcteur de la composition de Philosophie d'exprimer un regret personnel : l'épreuve est destinée, selon toute vraisemblance, à disparaître. Elle permettait, pourtant, à quelques esprits très mûrs et très pénétrants, de donner toute leur mesure, et offrait, pour l'ensemble, un résultat fort intéressant et honorable.

Epreuves orales

Il devient de plus en plus rare qu'une candidate ignore la matière de la leçon qu'elle aura à exposer et ainsi, se trouve réalisé un véritable progrès. Mais il en reste bien d'autres à accomplir.

Voici une leçon tout à fait classique : *Equation du second degré. Equation bicarrée. Autres exemples d'équations se ramenant à l'équation du second degré.* Ne peut-on pas demander à un futur professeur de l'enseignement secondaire de ne pas réduire son travail à une simple énumération de faits, et de s'élever au-dessus de la technique mathématique pour obtenir un moyen de culture ? N'est-il pas mauvais de passer de l'équation $(x-2)^2 = 1$ à l'équation $(x-2)^2 = 3$ en disant brièvement que la seconde se résout d'une manière analogue à la première, et de glisser ainsi sur les difficultés que comporte l'introduction d'un nombre irrationnel ? N'est-il pas critiquable de se borner, à propos de la racine double, à la phrase : « Si une équation du second degré n'a qu'une racine, on dit que cette racine est double », sans insister sur la différence qui sépare les deux équations $x - 2 = 0$, $(x - 2)^2 = 0$? A propos de l'équation réciproque, ne doit-on pas faire prévoir les conséquences du changement d'inconnue

$y = x + \frac{1}{x}$? Dès les premières observations présentées, nous sommes

conduits à nous répéter, parce que les fautes, même signalées dans les rapports, se répètent, parce que les candidates, ne discernant pas l'essentiel,

placent le principal et l'accessoire sur le même plan. Ne dit-on pas même qu'elles sont parfois poussées, devant leur incertitude sur le fond, à chercher le premier sujet de leurs préoccupations dans de soi-disant préférences d'un jury qui accepte pourtant toutes les manifestations de raison, de bon sens, et de goût pour l'enseignement ?

Les leçons qui nécessitent un effort de composition, et exigent soit une appréciation de l'importance relative de diverses parties, soit des rapprochements entre sujets différents, sont de plus en plus nombreuses. Les candidates feront bien de se préparer à les traiter. Le jury a apporté dans le choix et la rédaction de pareilles leçons une prudence que les réactions des candidates ont justifiée. Par exemple, l'une d'elles, qui avait un très bon écrit, et qui a obtenu la note 17 sur une leçon concernant les déplacements dans le plan, s'est troublée devant le sujet suivant : *Progressions géométriques illimitées. Application aux fractions décimales périodiques*, au point de ne pas voir que 0,373737 est la somme d'une progression géométrique de trois termes.

A propos des équations $ax + by = c$, $a'x + b'y = c'$, nous avons de nouveau entendu que $ab' - ba' = 0$, $ac' - ca' = 0$, sont des conditions nécessaires et suffisantes d'indétermination, en sorte que ces conditions s'appliqueraient aux équations $by = c$ $b'y = c'$! Si les notions de déterminant principal et de rang étaient bien comprises, on n'oublierait pas, dans le cas particulier de deux équations linéaires, que l'inégalité $a \neq 0$ (ou si l'on veut $a' \neq 0$) représente pour les conditions trouvées un support nécessaire.

La leçon sur la variation des fonctions dans la classe de Mathématiques ne doit pas s'extraire, au moyen de simples coupures, de la même leçon rédigée pour des élèves de Mathématiques Spéciales. Il importe de l'aborder dans un esprit différent, et de ne pas prétendre à une rigueur qui ne peut que dérouter les élèves de Mathématiques. Même en Spéciales où une étude plus poussée devient possible, et où il peut être utile à l'aide d'exemples simples de montrer la nécessité des précautions prises, une leçon perd beaucoup de sa valeur si le professeur paraît obsédé par les difficultés de la notion de fonction, tout en laissant l'impression qu'il ne domine pas le sujet.

A diverses reprises, des candidates font penser que, pour elles, le calcul n'est pas un moyen, mais un but. Par exemple, l'étude du trinôme bicarré $y = ax^4 + \dots$ ayant été faite pour $a > 0$, à quoi bon recommencer entièrement le calcul pour $a < 0$, sans lien entre les deux cas, alors que la symétrie par rapport à Ox est vraiment l'élément essentiel de la question ?

L'étude des relations entre les angles et les côtés d'un triangle ne présente d'intérêt que si elle est présentée logiquement et en gardant un contact étroit avec des vues géométriques.

Les candidates jeunes, bien douées, capables d'efforts mathématiques vigoureux, mais qui ne font pas assez retour sur les principes, sont assez nombreuses. Leur don naturel leur permet d'aller de l'avant et de multiplier les symboles en gardant la foi. Mais, qu'elles y prennent garde, leurs élèves, en majorité, n'auront pas cette disposition innée. Il arrive que des

enfants d'esprit juste se détournent des mathématiques parce que l'exposé des premières notions a été trop aride, trop dépourvu de commentaires, ou insuffisamment fouillé. D'où la nécessité, dans l'exercice d'une profession où il importe de pénétrer les formes d'esprit les plus variées, de bien réfléchir aux difficultés et aux moyens souples, attrayants et éducatifs de les résoudre. On comprendra mieux la portée de ces remarques si nous ajoutons qu'une candidate, cependant fort intelligente, s'est lourdement trompée en croyant exposer d'une manière convenable toute la théorie des fractions, y compris les opérations, en une demi-heure.

Une leçon sur les séries appelle, avant toute chose, que l'on applique la notion de limite d'une manière impeccable. Or, une fois de plus, nous n'avons pu obtenir des énoncés irréprochables des règles fondamentales, ni des explications nuancées et précises sur le mode d'application. Par exem-

ple, la série de terme général $u_n = \frac{\left| \sin^n \frac{\pi}{n} \right|}{2^n}$ a ses termes inférieurs à

ceux d'une progression géométrique convergente. Il faut le dire d'abord, au lieu de se borner à calculer rapidement la limite de $\sqrt[n]{u_n}$, sans même présenter de remarques sur le fait que cette limite est nulle et que u_n est

équivalent à $\left(\frac{\pi}{n} \right)^n \frac{1}{2^n}$.

La leçon sur la réduction de l'équation d'une courbe du second ordre n'a pas été bien traitée. La translation et la rotation des axes donnent un moyen de construire une courbe dont l'équation est donnée par la relation du second degré la plus générale ; il y a lieu d'utiliser ce moyen sur un exemple et de pousser la construction jusqu'au bout. Le tableau des diverses formes canoniques obtenues doit être dressé avec soin et rapproché des résultats connus sur les sections coniques.

Les fautes habituelles dans la leçon sur l'angle inscrit se sont retrouvées. D'une part, la démonstration de la réciproque, lorsque l'arc capable est considéré comme lieu, est insuffisante, en particulier du fait que les diverses régions où peut se trouver le sommet d'un angle extérieur ne sont pas toutes signalées. D'autre part, on ne domine pas encore la généralisation de la notion d'angle, et on ne parvient pas à mettre en lumière le degré de généralité et d'élégance de l'énoncé concernant le lieu, dans un plan orienté, du sommet de l'angle de grandeur donnée dont les côtés illimités passent par deux points fixes.

Une leçon sur la division harmonique et le faisceau harmonique dans laquelle il n'est question de la division harmonique que quelques instants, sans étude géométrique, sans relations métriques, sans applications, est une leçon tout à fait incomplète.

Le sens de la géométrie descriptive a manqué à deux candidates qui ont paru gênées, comme si la géométrie descriptive était une science auto-

nomé dont la doctrine leur échappait un peu. L'importance attachée à l'étude des procédés techniques de la géométrie descriptive et des moyens un peu spéciaux employés pour achever rapidement une épure compliquée, peut expliquer des hésitations à ce sujet, bien que tous ces procédés ne représentent que d'immédiates applications de la géométrie pure. À ce point de vue, sans doute conviendrait-il d'accorder plus de place à une géométrie descriptive simple, peu technique, très voisine de la géométrie, dont l'objet serait d'illustrer, en la rendant plus concrète, l'étude de la géométrie de l'espace.

Il serait profondément injuste de tirer de cette longue énumération des progrès encore attendus, la conclusion que le concours de 1937 n'a pas donné d'honorables résultats. Si ce concours est moins brillant que les précédents, il donne cependant à l'Université des professeurs d'un grand mérite et il laisse en réserve des candidates dont une nouvelle année de travail va achever la formation.

En particulier, pour ce qui concerne les épreuves orales, un assez grand nombre de leçons ont pu être notées quinze ou davantage, notamment celles qui portaient sur la division des nombres entiers, sur des exemples de résolution de triangles pris en dehors des cas classiques, sur les déplacements dans le plan, sur la notion de puissance d'un point par rapport à un cercle, sur l'ellipse, sur la définition commune aux trois coniques au moyen d'un foyer et de sa directrice, sur la notion de moment, sur les inégalités des jours et des nuits.

Le Président du Jury,
Th. LECONTE.
