

**5. Extraits du rapport sur les Examens, en 1936,
du Certificat d'aptitude (E.S. des J.F.) 1^{re} Partie-Sciences
et Concours d'entrée à l'Ecole Normale Supérieure de Sèvres⁽¹⁾**

De 1931 à 1934, le nombre des candidates est resté voisin de 95 ; il est descendu à 85 en 1935, et à 76 en 1936. Cette diminution, conséquence de la dénatalité des années de guerre, est sans doute temporaire. Pour que la

(1) Voir les rapports concernant la physique (M. RUMEAU) et la chimie (M. BRUHAT) dans le *Bulletin* de l'Union des Physiciens, le rapport concernant la composition française (M. LE SENNE) dans le *Bulletin* de l'Association des Professeurs de Français et de Langues anciennes, le rapport concernant les langues vivantes dans le *Bulletin* de l'Association des Professeurs de Langues vivantes.

qualité du recrutement s'améliore, il serait désirable que cet effectif augmentât sensiblement dans l'avenir ; on peut remarquer, en effet, que le rapport du nombre des concurrentes au nombre des reçues est seulement 5, alors que le rapport correspondant est trois fois plus grand dans le concours d'admission à l'Ecole Normale Supérieure de la rue d'Ulm.

Sur les 76 élèves inscrites en 1936, 74 ont composé, 32 ont été admissibles et 15 reçues.

Epreuves écrites (1).

1^{re} Composition de Mathématiques (M. THYBAUT). — Dans cette épreuve de Géométrie Analytique, qui renfermait quelques questions de Géométrie et de Cinématique, on proposait l'étude de la correspondance entre deux points M, M' d'un plan, tels que le segment MM' soit vu sous un angle droit de chacun des points fixes A, A' du plan. Ces points A, A' étaient donnés sur l'axe des x , symétriquement par rapport à l'origine O .

Dans la 1^{re} partie, presque toutes les candidates ont trouvé l'expression des coordonnées de l'un des points M, M' en fonction de celles de l'autre ; mais les procédés utilisés ont été parfois lourds et maladroits. Le rôle singulier des points A, A' n'a pas été bien vu, en général.

On suppose, dans la 2^e partie, que la ligne Γ , décrite par M , est droite. La ligne Γ' , décrite par M' , est alors une conique passant par A et A' . Si Γ n'est pas parallèle à Ox , Γ' est une hyperbole, ayant pour directions asymptotiques Oy et une perpendiculaire à Γ . Si Γ est parallèle à Ox , Γ' est une parabole, de direction asymptotique Oy . La conique Γ' se décompose si Γ est parallèle à Oy ou passe par l'un des points A, A' .

Ces résultats peuvent être obtenus par des calculs très faciles et la vérification géométrique de certains d'entre eux est immédiate. On ne les trouve nettement et complètement présentés que dans un petit nombre de copies.

La détermination analytique de Γ' et de l'enveloppe de la droite MM' , lorsque Γ est une droite parallèle à Oy , a été bien faite, en général ; mais la plupart des concurrentes n'ont pas remarqué que les points A, A' étaient les foyers de l'enveloppe, bien que le calcul donnât l'équation de cette conique sous la forme réduite. Cette propriété des points A, A' était la clef de la solution géométrique ; ce qui explique que cette solution n'ait été trouvée que par 6 candidates.

Dans la 3^e partie, Γ est une conique passant par A et A' . Le calcul montre aisément que la ligne correspondante Γ' est alors une conique, passant par A et A' . Ces deux coniques sont de même genre et leurs directions asymptotiques sont, perpendiculaires chacune à chacune. Bien peu d'élèves ont signalé ce dernier résultat que la Géométrie rend intuitif. Certaines ont parlé hors de propos d'homographie.

Si l'une des coniques admet Ox pour direction asymptotique, elle se décompose en deux droites dont l'une est Ox ; mais l'autre conique ne se

(1) Voir les énoncés pages 1 et 2 du *Fascicule Spécial 1936-A*.

décompose pas. Lorsque les coniques Γ, Γ' sont toutes deux décomposées, chacune d'elles est formée d'une droite passant par A et d'une droite passant par A'. Ces cas de décomposition, qui résultent de l'étude faite au 2°, ont été imparfaitement mis en évidence.

Les coniques Γ, Γ' sont confondues lorsque Γ est un cercle passant par A et A', ou bien lorsque Γ est une hyperbole équilatère, de centre O, passant par A et A'. Peu de concurrentes ont traité complètement cette question et elles ont souvent omis le 2° cas, qui est cependant signalé dans l'énoncé de la 5° partie. Il arrive d'ailleurs fréquemment qu'elles ne sachent pas reconnaître, sur l'équation, qu'une conique est une hyperbole équilatère ou même un cercle.

La 4° partie est relative au cas où Γ est un cercle réel, appartenant au faisceau linéaire défini par les cercles points A, A'. Dans ce cas, la droite MM' est la tangente en M au cercle Γ . Cette propriété a été assez convenablement établie par le calcul et la Géométrie.

La courbe Γ' est alors une quartique unicursale, comprise entre deux asymptotes parallèles à Oy, dont A' est un point double à tangentes réelles et A un point double isolé. La construction de cette courbe pouvait être faite méthodiquement ; par exemple, en résolvant l'équation par rapport à y : l'étude de y' était alors assez simple. On ne trouve la forme générale de la courbe que dans une dizaine de compositions, bien que de nombreuses candidates aient essayé de traiter cette partie. Les procédés employés sont souvent défectueux ; on cherche des particularités de la courbe avant de déterminer l'intervalle dans lequel il suffit de faire varier x.

Enfin, dans la 5° partie, on suppose que la droite MM' conserve une direction fixe. La courbe Γ est alors une hyperbole équilatère, de centre O, passant par A, A' ; et la courbe Γ' est confondue avec elle, comme on l'a vu au 3°.

Quelques rares concurrentes ont correctement établi les équations du mouvement des points M, M' et commencé l'étude du mouvement de ces points ; mais certaines ont laissé subsister des doubles signes dans l'expression des coordonnées des mobiles. On trouve que les accélérations des points M, M' sont respectivement équipollentes aux vecteurs $\vec{OM}, \vec{OM'}$, de sorte que les deux mobiles se déplacent, autour de O, suivant la loi des aires, ce que de bonnes élèves paraissent ignorer. Le calcul montre que les aires balayées, pendant le même temps, par les rayons vecteur OM, OM' ont des valeurs opposées. Aucune candidate n'a eu le temps de chercher la vérification géométrique de ce résultat qui est une conséquence des propriétés diamétrales de l'hyperbole.

En résumé, cette composition, qui était du niveau de la classe de Mathématiques Spéciales Préparatoires, a donné des résultats seulement passables. Les concurrentes ont fait preuve de connaissances, surtout en Géométrie Analytique ; elles possèdent la pratique du calcul mais les qualités d'invention paraissent faire défaut à la plupart d'entre elles.

Sur les 74 copies, 28 ont obtenu une note supérieure ou égale à la moyenne 10. La moyenne générale des notes a été 7,15.

La meilleure note : 16,8, a été attribuée à l'élève qui a été classée 1^{re} sur la liste définitive. On trouve ensuite les notes : 15,6, 14,6, 14,4, 14,2, 13,6, 13,2 ; puis six notes de 13 à 12, cinq de 12 à 11, neuf de 11 à 10. Parmi les candidates qui ont obtenu les 10 meilleures notes, 9 ont été admissibles et 6 ont été reçues, dont les 5 premières du classement final.

Les 7 plus mauvaises compositions ont été cotées au-dessous de 5.

Ajoutons enfin que la forme des copies était suffisante et les figures assez convenablement exécutées. Signalons cependant que l'on trouve trop souvent écrit les mots : *cônique*, *assymptote*.

2^e Composition de Mathématiques (M. WEBER). — Sur 74 copies corrigées, 49 ont atteint ou dépassé la moyenne. La meilleure des copies a mérité la note 16,5 ; c'est d'ailleurs celle de la candidate classée 1^{re} à l'écrit et 2^e au classement général. Les deux copies suivantes ont mérité les notes 15,5 et 15, cette dernière était celle d'une candidate non admissible.

Les deux notes les plus faibles ont été 3,5 et 4.

Les notes les plus fréquemment obtenues sont comprises entre 11 (inclus) et 12 (exclu) (18 copies).

La moyenne générale des notes est 10,5.

Ces résultats sont bien d'accord avec l'impression de médiocrité honnête fournie par l'examen des copies. Les questions qui ne soulèvent aucune difficulté sont traitées assez convenablement bien que souvent d'une manière insuffisamment précise. Mais dès qu'il s'agit d'apercevoir des faits moins immédiats, le fléchissement est très net. Et lorsqu'il s'agit de découvrir un lien entre plusieurs résultats obtenus séparément, il n'y a plus que quelques copies qui y parviennent à peu près exactement.

Dans la 1^{re} partie, il s'agissait d'étudier la fonction $\frac{\text{Arc sin } x}{\sqrt{1-x^2}}$ et de préciser la forme de la courbe représentative. Sur ce thème très facile, on doit relever de nombreuses incertitudes et confusions. Confusion de l'*existence* de la fonction avec ses *déterminations* possibles : fréquentes sont les copies où la rédaction laisse entendre que c'est *parce que* l'arc sin est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$ que la variable doit être prise entre -1 et $+1$. D'autre part l'idée de *continuité* semble mal séparée de celle d'*existence* ou de *détermination*.

En ce qui concerne la *croissance*, d'assez nombreuses candidates ont pensé à la déduire de la croissance du numérateur et de la décroissance du dénominateur (pour $x > 0$) ; mais bien rares sont celles qui ont pensé à remarquer que ce raisonnement n'a de valeur que parce que les deux termes sont de même signe (+ dans le cas présent).

Une observation analogue s'applique aux copies, d'ailleurs peu nombreuses, où la croissance de y' a été indiquée. Il n'est d'ailleurs pas certain que toutes les candidates aient l'idée nette du lien entre la concavité d'une courbe et la croissance de la dérivée de la fonction correspondante. C'est ainsi qu'une candidate affirme : « il n'y aura pas d'autres inflexions (que

l'origine), puisque la courbe varie toujours dans le même sens. » Cette citation permet en outre de signaler en passant la confusion trop souvent faite dans le langage entre fonction et courbe représentative.

Signalons encore un nombre appréciable d'applications d'un certain théorème d'après lequel « si y'' a 2 racines, y' doit s'annuler au moins une fois » ; cela revient à dire que si un arc de courbe admet deux points où la tangente est parallèle à une droite, cet arc doit couper cette droite entre ces deux points ! Une étourderie analogue s'est rencontrée dans la 5^e partie.

Dans la 2^e partie, on demandait un calcul d'aire et la détermination de l'abscisse du centre de gravité de cette aire homogène. Signalons comme erreur relativement fréquente la confusion de $\int x dA$ avec $\int x A dx$, où A désigne l'aire. Notons aussi des interventions intempestives du théorème de Guldin.

En général, on a su effectuer les quadratures demandées ; l'application de la formule d'intégration par parties est souvent maladroite et encombrée de notations inutiles.

Très peu de candidates ont su établir par des considérations d'analyse ou de trigonométrie l'inégalité $\zeta < x$; certaines ont utilisé pour cela des développements limités, sans penser que le résultat n'était ainsi établi que pour x suffisamment voisin de zéro.

Plusieurs candidates ont remarqué que la limite qu'elles avaient obtenue pour $\frac{\zeta}{x}$ était intuitive géométriquement. Cette limite a été en général correctement obtenue par les développements limités.

Dans la 3^e partie, on demandait d'établir que la fonction donnée vérifie une équation linéaire du 1^{er} ordre à coefficients rationnels en x , ce qui a été très généralement fait, quelquefois trop lourdement. Puis on proposait d'intégrer l'équation obtenue. Divers cas se présentaient suivant la position de x par rapport à -1 et $+1$. Le cas de x compris entre -1 et $+1$ était celui du début du problème. Beaucoup de candidates ont pensé à $x > +1$; mais pour $x < -1$, il y a très peu de réponses exactes. Beaucoup ont oublié ce dernier cas, ou l'ont assimilé plus ou moins consciemment à $x > +1$. Celles qui y ont pensé explicitement ont en général donné

comme primitive de $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ la fonction $\text{Arg ch } |x|$ ou $\text{Arg ch } (-x)$, en

oubliant de changer le signe. L'emploi du symbole $L|x + \sqrt{x^2-1}|$ permettait d'éviter toute erreur.

C'est avec regret que l'on doit signaler qu'un nombre non négligeable de copies ont examiné le cas $x = 1$; en faisant $x = 1$ dans l'équation différentielle, on trouve $y = \frac{-1}{x}$, ou $y = -1$! De telles sottises sont vraiment difficiles à excuser.

Signalons encore que certaines copies font de vagues allusions à on ne sait quelle intégrale « singulière ». Les fautes qui viennent d'être signa-

lées, et celles dont il va être rendu compte, montrent à l'évidence que les difficultés que les candidates éprouvent pour assimiler avec précision le programme actuel sont suffisamment sérieuses pour qu'on leur conseille de s'y tenir.

La 4^e partie était plus délicate, bien que l'énoncé en ait été rédigé de façon aussi explicite que possible. Notons d'abord que l'expression classique : « intégrale d'une équation différentielle », a dérouté quelques candidates, et les a conduites à prendre la primitive de la série qu'elles avaient obtenue.

Il s'agissait d'abord de faire le changement de variable très simple $x = X + 1$; un nombre notable de candidates n'a pas éprouvé le besoin de donner la moindre explication concernant le maintien pur et simple de y' .

La détermination de la série en X et le calcul de son rayon de convergence ont été correctement traités dans beaucoup de copies. Pourtant, en ce qui concerne la convergence, les idées paraissent souvent bien incertaines ; on fait appel, parfois, d'une façon obscure, au théorème des séries alternées, en oubliant d'ailleurs de tenir compte du signe de X .

Certaines candidates ont été surprises de ne trouver qu'une série : « On devrait trouver une infinité de fonctions dépendant d'une constante arbitraire », déclare l'une d'elles. Mais quand il s'agit de revenir à la variable initiale, il est visible que la majorité des candidates perd pied ; elles ne comprennent pas bien l'expression « série entière en $x - 1$ » ; pourtant le programme mentionne expressément la *série de Taylor*.

La résolution de l'inéquation $|x - 1| \leq 2$ a constitué pour beaucoup d'entre elles un problème difficile. Rares sont celles qui voient la chose géométriquement comme un changement d'origine. Il faut reconnaître à leur excuse que plusieurs ont paru persuadées que le nouvel intervalle devait avoir encore 0 comme milieu, puisqu'il s'agissait d'une série *entière* [en oubliant « en $x - 1$ »].

Quant à la confrontation du résultat obtenu avec les diverses formes de l'intégrale générale, rares sont les candidates qui y sont parvenues. En général celles qui l'ont essayé ont fait $x = 0$, c'est-à-dire $X = 1$. L'idée que la série $S(X)$ étant nécessairement convergente *et continue* pour $X = 0$, l'intégrale $\psi(x)$ était *caractérisée par la condition d'être continue pour $x = 1$* n'est apparue qu'à un tout petit nombre.

Et parmi celles-ci, très peu ont pu tracer la courbe $y = \psi(x)$ entre -1 et $+\infty$, la croissance de la fonction étant d'ailleurs laissée plus ou moins de côté. Deux ou trois candidates ont remarqué que les courbes « se raccordaient » pour $x = 1$.

L'idée de l'identité de l'être mathématique représenté par la même série sous des expressions analytiques différentes, et aussi par une même expression analytique dans une partie et en dehors de l'intervalle de convergence, était certainement trop délicate pour qu'on pût espérer qu'elle aurait été aperçue par la majorité des candidates ; on aurait cependant souhaité que le nombre de celles qui l'ont entrevue fût un peu plus important.

La 5^e partie n'a été traitée à fond dans aucune copie ; un certain nombre

ont établi l'identité et ont montré qu'elles en comprenaient l'origine. Aucune n'a établi complètement et rigoureusement l'absence de toute racine réelle de l'équation pour n pair.

L'orthographe, la rédaction, la présentation matérielle sont en général acceptables. Je signale quelques fautes : « intégralle » ; « différentielle » ; « quelque soit » ; « la fonction s'écrit » (!).

Composition de Physique (M. RUMEAU). —

Composition française (M. LE SENNE). — ...

Versions (M. RENARD). — ...

Epreuves orales.

Géométrie Analytique, Géométrie, Géométrie Descriptive (M. THYBAUT). — Cette année, un sujet de Géométrie Analytique plane avait été proposé à l'écrit ; c'est pourquoi, dans l'examen oral, une certaine importance a été donnée à la Géométrie Analytique dans l'espace. Les candidates y paraissent moins à l'aise. Néanmoins les examens oraux ont été satisfaisants en Géométrie Analytique, assez bons en Géométrie Descriptive, où les résultats dépassent ceux des années précédentes ; mais, en Géométrie, les élèves ne possèdent plus l'habileté de leurs devancières.

Les dix meilleures notes d'oral s'échelonnent de 16 à 18 ; les concurrentes qui les ont obtenues ont toutes été reçues et, parmi elles, figurent les cinq premières.

Algèbre, Analyse, Mécanique (M. WEBER). — Nous nous bornerons à quelques remarques.

Deux candidates n'ont pas pu donner sur la formule de Taylor, non seulement la démonstration, mais même les hypothèses exactes nécessaires à sa validité. On n'a pas l'impression que la théorie des séries entières soit toujours bien comprise. Une candidate n'a pu rien dire de raisonnable ni même d'intelligible sur le mouvement hélicoïdal. Les idées relatives au travail mécanique, au théorème des forces vives, à l'énergie potentielle, manquent de netteté et ne se précisent qu'avec l'aide de l'examineur. Les questions de limites, de quadratures, d'intégrations d'équations différentielles paraissent bien comprises dans l'ensemble. En moyenne, l'Algèbre et la Mécanique laissent plus à désirer que l'Analyse.

Physique (M. RUMEAU). — ..

Chimie (M. BRUHAT). — ...

Le jury du concours a estimé qu'il n'y avait pas lieu d'apporter aucune modification au programme d'admission. Toutefois, pour donner toute leur importance aux épreuves orales, il a décidé, qu'en 1937, la durée de chaque examen oral serait portée à 45 minutes en mathématiques et en physique, à 30 minutes en chimie. Une question de cours au moins sera posée dans tout examen oral.

Le Président du Jury
A. THYBAUT.