

DEUXIÈME PARTIE

Sur l'enseignement des mathématiques

Ces notes, publiées par le *Bulletin général de l'Instruction publique en Indochine*, ont été rassemblées dans une double intention :

1^{re}) rappeler et commenter les *Instructions ministérielles* de 1925 concernant l'Enseignement secondaire français (1) (applicables *de plano* dans l'Enseignement secondaire franco-indigène) en soulignant ce qu'elles ont de général, ce qui les rend applicables dans une très large mesure à l'Enseignement primaire supérieur, français ou franco-indigène, et à l'Enseignement normal français.

2^{re}) ajouter à ces *Instructions* quelques indications et suggestions plus détaillées sur l'organisation des classes et la technique pédagogique de l'enseignement des mathématiques.

Les méthodes générales

L'exposé d'une question mathématique comporte deux attitudes opposées :

1^{re}) énoncer les données et les hypothèses, puis, sans savoir ou sans dire où l'on veut aller, les combiner entre elles en s'aidant des énoncés antérieurs, en s'abandonnant à la pente naturelle de la logique, et aboutir ainsi à une propriété nouvelle, par laquelle on conclut.

C'est la méthode analytique, ou de redécouverte.

2^{re}) après avoir énoncé les hypothèses, indiquer également les conclusions, c'est-à-dire le but à atteindre, puis aller des premières aux secondes par un raisonnement.

C'est la méthode synthétique.

Entre ces deux méthodes extrêmes s'en insère une troisième qui consiste, après avoir énoncé les hypothèses, à poser une question précisant dans quel sens on doit chercher, tout en laissant inconnu le résultat final.

C'est la méthode socratique.

Si nous considérons simultanément le professeur et son auditoire, nous voyons que le professeur peut exposer : soit en collaboration (avec l'ensemble de la classe, ou avec un seul élève, envoyé au tableau), soit seul, directement, comme un conférencier.

L'enseignement analytique ne peut évidemment être qu'en collaboration, tandis que le synthétique et même le socratique peuvent être, à volonté, en collaboration ou directs.

Enfin, si nous considérons l'auditoire seul, nous apercevons deux cas extrêmes :

(1) Dans ce qui suit, les passages mis entre guillemets sans référence sont des citations de ces *Instructions* de 1925 (voir le *Bulletin* n° 70, p. 169).

1^{re}) classe de jeunes débutants, n'ayant pas encore abordé les sciences mathématiques proprement dites ;

2^{re}) classe d'élèves mieux exercés, et ayant plus de maturité.

Nous retrouvons ainsi la distinction naturelle en Premier Cycle et Deuxième Cycle, auxquels correspond, soit l'enseignement d'initiation, soit l'enseignement définitif.

Les principales éventualités possibles ayant été ainsi énumérées, les solutions préférables apparaissent d'elles-mêmes.

Il est manifeste que l'enseignement d'initiation doit être analytique (ou, à la rigueur, socratique) et, essentiellement, en collaboration.

Cette nécessité est particulièrement impérieuse en géométrie, où l'on a constaté que les débutants ne peuvent pas s'assimiler la géométrie systématique, dogmatique et exclusivement synthétique à laquelle on les a astreints pendant trop longtemps. Le débutant n'aperçoit pas l'utilité de certaines démonstrations, et, ce qui est pire, il n'arrive pas à bien distinguer les hypothèses et les conclusions quand on les lui présente côte à côte, en vrac en quelque sorte, insidieusement rapprochées dans un énoncé trop ramassé, sous une forme tellement concise qu'elle s'apparente au rébus. (N'oublions pas que ces débutants en mathématiques sont aussi des débutants en français).

C'est ici la grande idée, originale et féconde, des *Instructions* de 1925 ; nous en soulignerons l'importance en citant les passages essentiels où elle y est exposée.

« Il paraît possible d'intéresser la majorité de la classe par l'emploi
« d'une méthode d'exposition qui conduirait les élèves du connu à l'in-
« connu, en proportionnant la longueur et la durée des étapes aux moyens
« du plus grand nombre. Pour cela, il faudrait abandonner les démonstra-
« tions habituelles et se consacrer franchement à une recherche dont le
« champ serait assez limité pour que l'attention de l'élève puisse s'y exer-
« cer avec succès. Les hypothèses ou les données étant consignées sur la
« figure même, par les moyens les plus propres à en assurer la vision et
« la portée immédiates, le maître déduirait lentement, avec l'aide de la
« classe si possible ; il résumerait à chaque instant les résultats acquis et
« les ferait formuler par les élèves eux-mêmes. Ceux-ci ne seraient plus
« déconcertés par l'assemblage des termes accumulés dans des énoncés
« synthétiques dont la formation serait en partie leur œuvre. On s'arrête-
« rait davantage aux plus importants : les théorèmes prendraient corps au
« moment opportun.

« Les actes seraient moins commandés par l'autorité du maître que par
« l'observation et la réflexion, dont l'exercice peut fort bien se concilier
« avec le besoin d'activité de l'élève. La part du professeur, dans cette
« façon de procéder, serait prépondérante ; grâce à lui, l'arbitraire dont
« certaines recherches sont encore entachées pourrait être atténué jusqu'à
« disparaître, à la grande satisfaction des esprits les plus délicats. »

La méthode de redécouverte s'impose donc dans tout l'enseignement

mathématique pendant la période d'initiation. Le texte précédent vise plus particulièrement, il est vrai, la géométrie, parce que c'est l'initiation à la géométrie qui est la plus délicate et la plus importante : c'est en effet par la géométrie que le débutant est conquis aux mathématiques, qu'il en acquiert le goût, ou bien au contraire qu'il en est rebuté, et qu'il s'en écarte irrémédiablement.

Si nous passons maintenant à l'enseignement du Deuxième Cycle, que nous avons appelé « définitif », la maturité plus grande des esprits et les connaissances déjà acquises pendant quatre ans d'enseignement d'initiation permettent au cours de devenir souvent synthétique et direct. Il ne le deviendra d'ailleurs le plus souvent que sous l'impérieuse nécessité d'épuiser complètement le programme de l'examen avant la fin de l'année scolaire.

Mais, même pressé par le temps, même devant une classe bien entraînée, le professeur ne pourra pas s'abandonner longtemps au rythme accéléré de la méthode synthétique directe car il sentira vite la nécessité de garder le contact avec la classe, de se rendre compte s'il est suivi ou non ; il lui faudra donc poser fréquemment d'opportunes questions, dont le succès, ou l'insuccès, lui serviront en quelque sorte de régulateur de vitesse.

En outre, en Indochine, l'élève indochinois, qu'il soit annamite, cambodgien, laotien ou chinois, non seulement se tient naturellement sur la réserve et se laisse plus difficilement entraîner dans le débat, soit par froideur naturelle, soit par timidité, soit par manque de confiance dans sa pratique du français, mais s'accommoderait encore aisément, par goût et par tradition, d'une méthode purement synthétique, directe, voire dogmatique. Il convient donc, tout spécialement en ce pays, et tout particulièrement dans l'enseignement du deuxième degré franco-indigène, de faire à la méthode de redécouverte la part la plus large possible, de manière à conférer à l'enseignement des mathématiques toute la valeur éducative qu'on est en droit d'en attendre.

Nous nous résumerons en citant de nouveau les *Instructions* de 1925.

« Vérifier la pénétration des idées, à mesure qu'elles sont développées, « paraît donc une condition essentielle de toute bonne méthode d'enseignement des mathématiques. On s'en rapprocherait beaucoup si l'exposition « des faits importants et la découverte des liens qui les unissent résultaient « d'un travail en commun, sous la direction du professeur, qui cherche- « rait moins à imposer des résultats qu'à éveiller la curiosité et à susciter « l'effort général par ses questions répétées. »

Mentionnons quelques facteurs secondaires qui interviendront aussi dans l'élaboration et la présentation du cours.

Nous avons déjà eu à parler du temps dont le professeur dispose : la progression par redécouverte est évidemment plus longue, mais il se produit une compensation naturelle : dans les petites classes, où il y a moins de matières à enseigner par rapport à l'horaire, on a le temps d'être analytique ; au contraire, dans les classes élevées, le synthétique direct, devenu possible, permettra de terminer les cours en temps voulu.

Le nombre d'élèves de la classe n'influe pas sensiblement sur le mode d'exposition ; il est plutôt du ressort de la technique pédagogique, que nous aborderons plus loin.

La plus ou moins grande complexité d'une question peut provenir de deux causes bien différentes :

1^o) d'une succession plus ou moins enchevêtrée de questions simples (théorème de Feuerbach) ; on devra donc accentuer le découpage et bien marquer les transitions ;

2^o) d'une conception vraiment abstraite (composition des vitesses) ; on devra analyser à fond, lentement, multiplier les exemples concrets et surtout ne pas se contenter d'à-peu-près.

Les difficultés provenant de termes équivoques, quoique consacrés par l'usage, seront signalées à propos de chaque branche des mathématiques.

Nous ne nous sommes placés, jusqu'ici, qu'au point de vue du professeur qui expose, mais ce serait une grave lacune que d'oublier qu'il n'est pas le seul à exposer ; l'élève doit réciter ses leçons, il doit résoudre des problèmes, soit au tableau, soit chez lui, et il doit rédiger ses devoirs. Il se trouve alternativement devant les deux nécessités qui résument toute l'activité scientifique : chercher, exposer.

Pendant la recherche, il appliquera tout naturellement la méthode d'investigation à laquelle son professeur l'aura habitué en exposant son cours par redécouverte. Cette habitude de recherche en commun a donc, notons-le en passant, un double avantage : mieux faire comprendre le cours, mieux préparer à la résolution des problèmes.

Pour un problème traité oralement au tableau, le professeur guide la progression : l'exposé accompagne la recherche, et se termine avec elle.

Pour un devoir, il n'en est pas de même : après avoir trouvé, il faut exposer. Pour une leçon à réciter, la différence est plus nette encore ; il ne s'agit plus de chercher, mais seulement d'exposer le plus clairement possible la démonstration d'un résultat connu d'avance.

Nous voyons donc apparaître une série de questions importantes (que les *Instructions* métropolitaines n'ont pas abordées) : comment un élève doit-il réciter une leçon, et rédiger un devoir ? suivra-t-il une marche analytique, socratique ou synthétique ? et comment le préparera-t-on à exposer ce qu'on lui aura expliqué ou ce qu'il aura trouvé ?

Puisque la recherche de la solution aura obligé l'élève à bien distinguer les hypothèses et les conclusions, et que, dans un examen écrit ou oral, la nécessité d'aller vite impose le raisonnement le plus direct allant des unes aux autres, la rédaction du problème ou la récitation du théorème seront le plus souvent synthétiques.

Une difficulté apparaît donc, qui pourrait être sérieuse si on abusait d'une attitude pédagogique dont nous avons dit plus haut toute la valeur : un élève à qui on aurait, pendant tout le cours de ses études, présenté les mathématiques par une méthode exclusivement analytique (dans le cours

aussi bien que sur le livre) serait-il bien préparé à exposer une question, en devoir ou en leçon, à un examen écrit ou oral ? Nous ne le pensons pas. La recherche est une chose importante, pour l'élève comme pour le savant, mais elle ne suffit pas, pour l'élève encore moins que pour le savant ; il faut encore exposer. Et quand un résultat est bien compris, bien démontré, ne serait-il pas excessif, artificiel, et un peu ridicule d'interdire formellement et perpétuellement à l'élève de parler des conclusions avant la fin de sa démonstration et de l'obliger à ne jamais énoncer un théorème qu'à la fin, après l'avoir préalablement démontré ? N'oublions pas, en effet, que la nécessité de la méthode de redécouverte a trouvé son principal fondement dans le fait que le débutant peut confondre les hypothèses et les conclusions quand il prend contact avec une question pour la première fois ; mais quand ce débutant a librement cheminé, à partir des hypothèses et par redécouverte, jusqu'aux conclusions d'abord inconnues, il ne peut évidemment pas les redécouvrir encore une fois, et le danger de confusion entre les unes et les autres doit être maintenant bien atténué ; la méthode synthétique est donc devenue possible.

C'est d'ailleurs vers elle que tendra naturellement l'élève pour une raison psychologique bien facile à apercevoir : pendant la phase de redécouverte, guidée par le maître, c'est surtout l'intelligence de l'élève qui travaille ; sa mémoire n'intervient que pour lui rappeler les résultats acquis ; mais quand l'élève récite, le rôle de la mémoire tend évidemment à augmenter, car cette jeune intelligence est encore un peu fluette pour retrouver toujours par la seule pente de la logique un résultat qu'elle aurait oublié ; l'élève inclinera donc de lui-même à être guidé dans l'enchaînement de ces raisonnements par l'énoncé préalable du but à atteindre, du théorème à démontrer, de sorte que la méthode synthétique paraît devoir aider l'intelligence à conserver le pas sur la mémoire, et à garder le rôle prépondérant qu'elle ne doit pas cesser d'avoir.

Mais il ne convient évidemment pas de se reposer exclusivement sur l'élève du soin de traduire un enchaînement analytique et d'initiation en une démonstration normale, directe, guidée par la connaissance explicite du but poursuivi ; il faut l'y exercer, et lui donner des modèles, jusqu'à ce qu'il soit à même de faire seul cette transposition.

L'emploi systématique et exclusif de la méthode analytique n'est donc ni nécessaire ni même souhaitable ; il convient de laisser une place à la méthode synthétique en vue de préparer l'élève à ses exposés écrits et oraux.

À ce point de vue, le livre employé par les élèves pourra jouer un rôle utile ; comme ce livre est, le plus souvent, consulté par l'élève *après* l'explication du maître, et sert à l'élève à y apprendre ses leçons, il n'y a pas d'inconvénient — et il y a l'avantage que nous venons de dire — à ce que certains théorèmes soient présentés sous forme synthétique, et servent aussi de modèle d'exposé pour l'élève qui récite ou rédige, en classe ou à un examen.

Les méthodes, par matières (1)

PREMIER CYCLE

Arithmétique. — La pratique des quatre opérations est supposée acquise à l'entrée de ce cycle, mais il est indispensable de s'en assurer, et de conserver l'entraînement des élèves au calcul.

On attachera la plus grande importance au calcul mental, comme exercice d'abstraction pour l'esprit.

La représentation d'une grandeur par une lettre n'est déjà plus absolument nouvelle, puisqu'elle a pu apparaître dans les dernières classes du cycle primaire (formules de surface, de volume, d'intérêt) ; l'usage de cette représentation littérale sera progressivement étendu, pour condenser certains résultats, et préparer l'algèbre.

« Il paraît nécessaire de supprimer les restrictions mises à l'introduction de considérations théoriques, au début de l'enseignement de l'arithmétique. Il y a là une question de mesure qui doit être laissée à l'appréciation du maître. »

On habituera l'élève à analyser d'abord à fond l'énoncé d'un problème, avant de commencer à chercher la solution ; corrélativement, on écartera tous les énoncés qui ne sont pas parfaitement explicites et clairs. Les jeunes élèves qui sont embarrassés, le sont, en effet, le plus souvent, non pas par la recherche de la solution, mais par la compréhension de l'énoncé ; comprendre l'énoncé est déjà pour eux un problème. Cette analyse préalable, nécessaire au point de vue arithmétique, a en outre l'avantage d'être un excellent exercice de français.

Bien entendu, elle devra tirer tout le secours possible des représentations graphiques. L'œil est, surtout pour l'enfant, un puissant organe de synthèse et de coordination. Il est peu d'énoncés qui ne soient susceptibles d'être traduits, simplifiés et éclairés par un schéma.

Il faut avoir soin de faire apparaître les fractions comme le symbole constructif d'une grandeur à partir d'une autre grandeur de même espèce, en soulignant l'analogie avec le fait qu'un entier est le symbole constructif d'une collection. L'idée de fraction abstraite ne vient qu'après, en tant que symbole applicable à n'importe quelle espèce de grandeur, de même que l'idée de nombre abstrait ne vient qu'après, en tant que symbole applicable à n'importe quelle espèce d'objets.

Cette distinction fondamentale permettra de dissiper plus facilement une des équivoques les plus graves qui pèsent sur tout l'enseignement du deuxième degré, celle qu'entraîne à sa suite le mot *rapport* ; cette équivoque provient de ce que ce mot est couramment employé pour désigner indifféremment un rapport de grandeurs ou un rapport de nombres, concepts profondément différents. Celui qui apparaît naturellement, et en premier lieu, aussitôt après la fraction de grandeur, c'est le rapport de

(1) Cf. E. BLUTEL : *Sur le premier enseignement de la géométrie* (Bulletins n° 18 et 19) ; *Sur le premier enseignement de l'arithmétique* (Bulletins n° 33, 34 et 36) ; *Géométrie et culture générale* (Bulletin n° 57).

deux grandeurs. Si la grandeur A est les $\frac{7}{5}$ de la grandeur B, la fraction $\frac{7}{5}$ est dite : le rapport de A à B, au sens de rapport de grandeurs. Après quoi, le fait que $\frac{7}{5}$ est le quotient exact de 7 par 5 conduit à employer également la forme fractionnaire pour symboliser le quotient exact de deux nombres quelconques a et b (entiers ou fractions), d'où le rapport de nombres a/b . Après quoi enfin, le théorème fondamental sur l'égalité du rapport de deux grandeurs et du rapport des nombres qui les mesurent avec une même unité (théorème dont la démonstration ne s'impose pas au premier cycle) souligne la commodité du double usage de ce mot : *rapport*.

Malheureusement, cette commodité comporte un grave danger d'équivoque, sur lequel les *Instructions* de 1925 reviennent à plusieurs reprises. Pour l'écarter, il faudra d'abord avoir soin de toujours différencier, par des notations distinctes, les grandeurs et les nombres qui les mesurent ; il conviendra aussi, dès que le moindre danger de confusion apparaîtra, de ne pas s'en tenir au seul mot « *rapport* », mais de dire, tout au long : « rapport de grandeurs » ou « rapport de nombres » ; la clarté importe plus que la brièveté.

Une autre amphibologie vient à la suite du mot *quotient* ; 32 et 5 n'ont pas de quotient, ou bien leur quotient est 6, ou bien leur quotient est $\frac{32}{5}$, ou bien leur quotient est 6,4. Il est facile (et indispensable) de coordonner ces notions si diverses que l'usage a rassemblées dans le même mot, et il ne convient pas d'attendre le deuxième cycle pour le faire : il n'y a que deux espèces de quotient, le quotient exact ($a = bq$ ou $q = \frac{a}{b}$) et le quotient approché. Le quotient exact est une fraction, qui peut exceptionnellement se réduire à un entier (dit : quotient entier) ; le quotient approché peut l'être à 1 près, ou à 0,1 près, ou à 0,01 près, etc... Ici encore, dès qu'il y a danger d'ambiguïté, il faut être explicite, et dire tout au long de quel quotient il s'agit.

Ces deux catégories si nettes se retrouvent pour la racine carrée, qui est exacte ou approchée, avec cette différence que le quotient exact existe toujours, tandis que, pour les élèves de ces classes, la racine exacte n'existe pas toujours.

Dans toutes les classes du Premier Cycle, on attachera une particulière importance à la définition et au maniement des grandeurs directement ou inversement proportionnelles, en retenant qu'elles préparent la notion de fonction, dont elles sont la première apparition.

Algèbre. — Elle n'apparaît qu'en Troisième dans l'enseignement secondaire, tandis qu'elle s'introduit dès la première année de l'enseignement primaire supérieur. Cette différence accusée s'explique à la fois par le fait que les élèves arrivent généralement plus âgés à l'enseignement primaire supérieur, et par le caractère plus utilitaire de cet enseignement.

Mais pour l'un comme pour l'autre, l'algèbre est le prolongement natu-

rel de l'arithmétique. Familiarisé avec la mesure des grandeurs, avec la représentation littérale des nombres, avec la distinction entre les données et les inconnues d'un problème, l'élève ne rencontrera aucune difficulté dans l'enchaînement des règles du calcul algébrique et le maniement des équations simples.

Bien entendu, on se bornera, en principe, aux équations numériques. Les discussions littérales, avec paramètres, devront être écartées.

Géométric. — Elle n'apparaît qu'en Quatrième dans l'enseignement secondaire tandis qu'elle s'introduit dès la première année de l'enseignement primaire supérieur ; cette différence s'explique comme pour l'Algèbre.

Cette première présentation de la géométrie est essentiellement une *initiation*, et nous en avons souligné toute l'importance : c'est donc la méthode analytique qui s'impose, la progression par redécouverte ayant évidemment lieu en collaboration avec l'ensemble de la classe. C'est par cette méthode seulement que, comme le disent si bien les *Instructions* de 1925, on pourra amener les élèves à la pleine compréhension de leur livre, de manière qu'en apprenant leur leçon, ils n'y trouvent « plus rien qui puisse les surprendre ».

Soumis à un entraînement progressif « qui tient compte du possible », l'élève prendra confiance, le goût de la géométrie lui viendra, et s'il a le goût de la géométrie, il sera définitivement conquis à la mathématique.

Rappelons qu'à ce stade d'initiation, une démonstration n'est utile que si elle apparaît comme nécessaire à l'élève ; n'oublions pas non plus que « la plupart des débutants n'ont pas la notion de figures d'ensemble : le nombre d'éléments qu'ils peuvent associer est très limité ». On donnera donc la préférence à la géométrie statique, et on n'aura recours aux déplacements et aux symétries qu'avec beaucoup de prudence, en ayant soin de s'assurer que les élèves les comprennent. Il est d'ailleurs curieux de remarquer « qu'ils conçoivent plus vite et mieux le retournement d'un plan autour d'une charnière que la symétrie par rapport à une droite, bien que ces notions soient équivalentes ».

Bien entendu, les élèves devront avoir très fréquemment recours aux constructions exactes, avec la règle, l'équerre, le compas, le double-décimètre, la bande de papier et le rapporteur. Le rôle de ces constructions est essentiellement de mettre sous les yeux des débutants une représentation concrète aussi exacte que possible, une approximation aussi serrée que possible des purs concepts géométriques, qui sont, en fait, indessinables.

Quant aux constatations graphiques (points alignés, droites concourantes, droites perpendiculaires, etc...), l'inhabileté même des débutants est un sûr garant qu'ils ne confondront pas ces indications empiriques et aléatoires avec la certitude logique. Il ne semble pas toutefois qu'il y ait d'inconvénient à utiliser ces constructions, soit comme vérifications, soit pour guider les recherches. Mais on donnera des exemples où cette intuition graphique est trompeuse ($R\sqrt{2} + R\sqrt{3}$ sensiblement égal à πR ; demi-côté du triangle équilatéral inscrit sensiblement égal au côté de l'heptagone régulier).

Il existe d'excellents ouvrages de récréations mathématiques dans lesquels on trouvera d'autres exemples du même genre.

Une amphibologie, analogue à celle des mots : *rapport*, *quotient*, se retrouve pour les mots : *grade*, *degré*, *minute*, *seconde*, qui désignent chacun un arc ou un angle ; dès que la moindre obscurité est à craindre, on devra préciser avec soin de quoi on parle.

Ce que nous avons dit au sujet du mot *rapport* trouvera sa pleine application dans le troisième livre de géométrie.

DEUXIÈME CYCLE

Puisque la plupart des matières ont déjà été étudiées, ou ne sont que le prolongement de matières déjà étudiées (trigonométrie, géométrie descriptive), puisque la maturité des esprits et les études déjà faites ont mis les élèves à même de mieux distinguer les conclusions des hypothèses, puisque la préparation des examens oblige à exercer les élèves à répondre à des questions qui seront souvent posées sous la forme synthétique, la méthode analytique, par redécouverte, ne s'impose plus d'une manière aussi catégorique que dans le premier cycle.

Arithmétique. — Dans l'enseignement secondaire français, l'arithmétique théorique est groupée dans la classe de Mathématiques ; dans l'enseignement secondaire franco-indigène, elle est répartie entre les deux années terminales ; dans l'enseignement normal français, elle est répartie entre la première et la deuxième année, et ne figure pas en troisième année.

Les amphibologies déjà signalées devront être ici définitivement éclaircies : quotient exact et quotient approché, rapport de grandeurs et rapport de nombres, racine exacte et racine approchée.

Il paraît difficile, malgré le silence des divers programmes et des *Instructions* officielles de ne pas dire quelques mots sur les nombres irrationnels, dont l'introduction est nécessitée par l'introduction de grandeurs incommensurables (existence déjà connue de PYTHAGORE et d'EUCLIDE). Ces quelques mots, soutenus par une représentation graphique, ne dépasseront d'ailleurs pas la définition des nombres irrationnels par la notion de coupure, et il n'y a, jusque-là, pas la moindre difficulté, puisque cette notion de coupure est déjà implicitement contenue dans les quotients approchés et les racines approchées. Mais nous estimons que ce serait pour la formation scientifique secondaire une lacune grave et profonde que de laisser ignorer ce que signifient exactement des symboles aussi familiers que $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, sans parler du nombre π qui, à lui seul, nécessite dès la Seconde la notion de double limite singulièrement voisine de celle de coupure.

Plus généralement, le rapport de deux grandeurs n'est défini que si ces deux grandeurs sont commensurables entre elles, et cependant, en géométrie notamment, on opère abondamment sur le rapport de deux grandeurs

quelconques, *commensurables ou non*, admettant ainsi implicitement que ce rapport possède encore une valeur numérique bien définie quand les deux grandeurs sont incommensurables. Il nous semble que, quand on arrive aux classes terminales du deuxième degré, cette convention tacite et cette vague intuition ne suffisent plus pour donner le droit d'opérer, par exemple, sur le rapport de la diagonale du carré à son côté, et il ne nous paraît vraiment pas nécessaire d'attendre l'enseignement supérieur pour dire ce que c'est qu'un nombre irrationnel.

Algèbre. — La résolution et la discussion des équations littérales exigent une étude soignée de la notion d'équivalence.

Les représentations graphiques ont un grand rôle à jouer tant pour concrétiser la notion de fonction que pour interpréter certaines discussions d'équation.

Les *Instructions* de 1925 font remarquer, à juste titre, que le mécanisme joue souvent un trop grand rôle dans l'étude du trinôme du deuxième degré et les discussions qui en découlent : il conviendra donc d'écarter tout ce qui est artificiel, truqué, contraire au déroulement naturel des faits, notamment le procédé aussi désuet que bizarre qui consiste à bâtir toutes les discussions sur le modèle catéchétique suivant :

Quand y a-t-il deux solutions ?

Quand y a-t-il une solution ?

Quand y a-t-il zéro solution ?

Evidemment, après un tel découpage, le problème se trouve défiguré, caricaturé et la réalité masquée ; une telle solution n'est pas plus éducative pour l'esprit qu'une recette de cuisine.

Pour conserver aux applications du trinôme du deuxième degré la réelle valeur éducative qu'elles comportent, et qui est une conséquence naturelle de cette « rare perfection » à laquelle leur étude est parvenue, il suffit d'éviter que le cloisonnement nécessité par cette étude ne masque la continuité naturelle des résultats ; on y parviendra en étudiant les valeurs successives du paramètre dans leur ordre naturel, intervalles ou valeurs isolées, après quoi il est facile de suivre, sur le tableau récapitulatif, l'évolution continue des deux racines par rapport aux valeurs de comparaison. Les limites infinies que cette méthode peut amener à considérer ne sont pas un empêchement, même en Première, où il faut bien les faire intervenir à l'occasion de la fonction homographique.

Dans l'étude des fonctions et de leurs représentations graphiques, on devra résister à la tentation de déborder abusivement sur la géométrie analytique.

Les élèves devront être réellement exercés aux calculs logarithmiques ; comme c'est leur premier contact avec les tables de logarithmes, il est naturel de donner la préférence à celles qui ne comportent pas de double entrées (ce sont les plus nombreuses) ; cette double entrée introduit une sérieuse complication, et même un risque d'erreur, qu'il vaut mieux éviter aux débutants.

La correction par parties proportionnelles devra être effectivement faite ; sa lecture sur la table ne pourra être qu'une vérification.

Géométrie. — En géométrie plane on aura encore recours à la méthode de redécouverte toutes les fois qu'on pourra craindre une confusion entre les hypothèses et les conclusions.

La géométrie dans l'espace, étant une matière nouvelle, nécessitera aussi un large emploi de la méthode de redécouverte, mais cependant à un degré bien moindre qu'au Premier Cycle, pour les raisons que nous avons énumérées en abordant le Deuxième Cycle.

Avec la géométrie dans l'espace apparaît une grosse difficulté, celle de ne pouvoir, en général, raisonner que sur la représentation plane des objets considérés. Il faudra donc multiplier les figures, bien préciser ce que la perspective est impuissante à rendre (angles droits, angles égaux, etc...) et, le plus souvent possible, avoir recours à des modèles réels, en bristol, en bois ou en fil de fer. Il importe d'exercer l'élève, par tous les moyens possibles, à voir dans l'espace.

L'étude des symétries nécessite quelques mots sur les translations et rotations ; ce premier contact devra rester simple, concret, illustré par des exemples courants de réalisations pratiques de ces mouvements.

L'étude des symétries elle-même demandera de grandes précautions pour être vraiment comprise des élèves : c'est leur premier contact avec une transformation spatiale générale ; l'esprit ne devient que lentement apte à bien comprendre ce maniement simultané d'un grand nombre d'éléments géométriques, et il y rencontre toujours au début quelque difficulté. Il conviendra de différencier avec soin les cas où les figures symétriques sont égales, et ceux où elles ne le sont pas.

Dans la classe de Mathématiques nous suggérons de n'aborder les compléments de géométrie qu'après avoir étudié les arcs généralisés et les angles généralisés, c'est-à-dire après avoir commencé la trigonométrie.

Trigonométrie. — Les rudiments de géométrie vectorielle placés au début de la trigonométrie servent aussi en mécanique ; on les étudiera donc de manière à n'avoir pas à y revenir.

Il est désirable d'exercer réellement les élèves aux calculs logarithmiques trigonométriques ; comme pour les nombres, la correction par parties proportionnelles devra être effectivement faite ; sa lecture sur la table ne pourra être qu'une vérification.

Géométrie descriptive. — Elle est le prolongement et le complément naturels de la géométrie dans l'espace ; elle pourra donc tendre à exercer les élèves à voir dans l'espace.

Dans la solution des problèmes généraux, on ne perdra pas de vue l'importance de la méthode géométrique que l'on traduit par une épure, et qui commande l'enchaînement des constructions.

On fera de véritables épures, exactement tracées, et passées à l'encre, dans toute la mesure du temps dont on dispose.

Mécanique. — Il conviendra d'accorder une part suffisante aux exercices numériques, et d'exercer les élèves aux changements d'unité.

Au début de la statique on ne soulèvera aucune difficulté sur les principes fondamentaux de la mécanique ; bien que la dynamique ait actuellement disparu des programmes secondaires, il semble difficile de passer sous silence la définition géométrique fondamentale :

Vecteur force = Vecteur accélération $\times$ masse.

Cosmographie. — Les *Instructions* de 1925 recommandent les notions d'Astronomie physique. Toutefois, l'explication des mouvements célestes que nous voyons et du rythme des saisons, l'importance du problème de la mesure du temps, de la mesure des longitudes, et le degré de perfection auxquels ils sont parvenus, et d'autres raisons du même ordre, empêcheront de reléguer à l'arrière-plan l'astronomie de position.

Ce qui donne à ces éléments d'Astronomie dénommés Cosmographie une grande valeur philosophique et éducative, c'est de montrer l'étendue quasi sans limites de la synthèse que constitue l'Astronomie moderne, qui combine en effet l'Analyse mathématique, la Mécanique rationnelle, la Physique générale, la Chimie minérale et même depuis peu, en maints endroits, la Statistique et le Calcul des Probabilités.

Il est souhaitable que les élèves prennent contact avec la « Connaissance des Temps », avec l'Annuaire du Bureau des Longitudes, et soient exercés à reconnaître dans le ciel les principales constellations.

Nous suggérons l'emploi de planétaires tournants, en carton, dont il existe maintenant plusieurs modèles, et qui se prêtent à de nombreuses applications pratiques.

La technique pédagogique

Les Instructions et les Programmes. — Il est indispensable que chaque professeur possède et consulte fréquemment les *Instructions et Programmes* de l'enseignement auquel il est affecté.

Il est grandement souhaitable qu'il puisse consulter, dans la bibliothèque des professeurs de son établissement :

- les *Instructions et Programmes* de l'Enseignement primaire français ;
- les *Instructions et Programmes* de l'Enseignement primaire supérieur français ;
- les *Instructions et Programmes* de l'Enseignement normal français ;
- les *Instructions et Programmes* de l'Enseignement secondaire français.

La confrontation de ces divers textes permettra au professeur d'apercevoir très exactement dans quel esprit il doit organiser l'enseignement des mathématiques qui lui est confié, et le niveau qu'il doit lui donner.

En ce qui concerne plus particulièrement les *Instructions* de 1925, les plus récentes et les plus détaillées, nous tenons à rappeler que nous nous sommes bornés, dans ce qui précède, à signaler les points essentiels, et nous conseillons bien vivement à tous les Professeurs de Mathématiques de les consulter fréquemment.

Le cours. Le livre. — Nous estimons opportun de rappeler ici les prescriptions de la Circulaire ministérielle du 26 septembre 1922, interdisant formellement les cours dictés :

« Les Instructions jointes aux programmes de 1902 ont formellement interdit le cours dicté. Or, certains professeurs ne s'y conforment plus, puisque les familles se plaignent que, dans de nombreuses classes, les élèves passent la plus grande partie d'un temps précieux à prendre mécaniquement, sous la dictée, des centaines de pages dont la substance se retrouve dans les manuels qui sont à leur disposition. Ces professeurs manquent à leur rôle essentiel, qui est d'éveiller les intelligences, de les exciter, par l'interrogation répétée, à l'étude personnelle et à la réflexion, en même temps qu'ils se privent de leur moyen d'action le plus efficace en n'adaptant pas leur parole à la diversité des esprits. Je crois donc nécessaire de rappeler les Instructions déjà données, en les précisant pour chaque enseignement....

« 3^e MATHÉMATIQUES (1). — Ici comme ailleurs, le cours dicté est à proscrire : l'élève préoccupé de reproduire fidèlement ce qu'il entend n'en pénètre souvent pas le sens et se prépare ainsi une révision difficile.

« On devra donc :

« a) Dans les classes de Sixième et de Cinquième, où l'orthographe des élèves n'est pas toujours formée, non seulement ne pas dicter le cours, mais même ne faire prendre aucune note. La méthode ainsi prescrite supprime l'emploi systématique d'un livre mis entre les mains des élèves :

« b) En Quatrième et Troisième, pour fixer davantage l'attention, faire reproduire des figures de géométrie et des calculs, au fur et à mesure qu'ils seront écrits au tableau. Au besoin, une conclusion ou une règle sera notée sur le cahier pour faciliter l'effort de la mémoire. Il conviendra de ne jamais aller au delà :

« c) De la Seconde jusqu'aux Mathématiques, se borner, dans les cas où le livre dont disposent les élèves donne des développements exagérés, à dicter le résumé substantiel d'une exposition ou d'une démonstration. En effet, la nécessité de ne pas dicter de cours est rendue évidente par l'étendue du programme, qui oblige le professeur, s'il veut être compris, à consacrer la plus grande partie de la classe à des explications, des interrogations et des exercices...

« Vous voudrez bien inviter MM. les chefs d'établissement de votre ressort à donner connaissance de ces instructions, dès la rentrée des classes, aux professeurs des divers enseignements, et de toutes les classes, puis veiller à ce qu'ils en assurent désormais la stricte exécution sous leur responsabilité personnelle. »

(1) Les prescriptions concernant les Sciences physiques et naturelles ne sont pas moins catégoriques ; nous les rappelons ici à titre documentaire :

« 4^e SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES. — L'abus du cours dicté est particulièrement sensible dans cette branche de l'enseignement scientifique.

« Les professeurs ne devront désormais dicter que des résumés d'une longueur moyenne de quinze lignes, ainsi que les définitions et les énoncés de lois ou de principes. Le temps employé à la dictée ne devra pas dépasser dix minutes. »

Les *Instructions* de 1925 ont précisé le rôle du livre en divers passages (en Quatrième, premier et avant-dernier alinéa concernant la géométrie ; en Seconde, premier alinéa concernant la géométrie).

Les *Instructions ministérielles* pour les Ecoles normales proscrivent également les cours dictés et recommandent l'emploi du livre.

Cet emploi du livre appelle une remarque : sur un livre, la place est toujours mesurée, de sorte que les figures sont limitées à l'indispensable ; c'est une raison de plus, qui s'ajoute aux considérations pédagogiques antérieures, pour que le maître multiplie au tableau les figures, les graphiques et les schémas.

La progression du cours. — Elle nécessitera, particulièrement chez les professeurs débutants, l'établissement d'une répartition mensuelle ; le cours doit se dérouler régulièrement et sans à-coups.

Il conviendra de prévoir, au début, quelques séances de révision rapide du programme antérieur, ou tout au moins des passages nécessaires au cours qui commence, de manière à ne progresser que sur un terrain solide et connu.

Par contre, on évitera de faire aux révisions de fin d'année une part trop large, car elles se surajoutent aux révisions des compositions ; il nous semble très suffisant de terminer les cours trois semaines d'avance dans les classes à examen, et une semaine dans les autres classes. C'est surtout en continuant les cours jusqu'à leur extrême limite et en conservant aux classes leur pleine activité qu'on parviendra à entraver la tendance des élèves à anticiper sur la fin de l'année scolaire.

Les révisions imposées par certains programmes au début de l'année devront être guidées par des indications préalables ; il ne suffit pas de dire à l'élève de revoir tels et tels chapitres ; il faut encore lui signaler d'avance les points importants, les rapprochements essentiels, et au besoin, si la classe est faible, expliquer à nouveau certains passages.

L'organisation et le contrôle du travail des élèves. — Pour ne pas imposer aux élèves un travail excessif, une répartition proportionnelle de leur temps d'étude entre les professeurs d'une même classe doit être établie au début de l'année scolaire, d'après les indications des maîtres, par les chefs d'établissement.

Les *Instructions* de 1920 pour l'Enseignement primaire supérieur français précisent que la moitié du temps prévu à l'horaire doit être consacrée à des interrogations de contrôle, à des exercices oraux et à la correction des devoirs.

Les professeurs de l'Enseignement secondaire apercevront aisément ce que ces *Instructions* ont de général ; elles fixent un ordre de grandeur consacré par la pratique courante.

Il n'est pas absolument superflu de préciser que ce travail scolaire doit être contrôlé et sanctionné par des notes écrites ; l'élève ne saurait en effet se passer d'une impulsion extérieure, et le professeur, le chef d'établissement et la famille ont besoin d'être renseignés sur les résultats obtenus.

L'interrogation ne doit s'attarder ni sur une question dont la réponse se fait attendre, ni sur un élève qu'on laisse trop longtemps au tableau. Le caractère de contrôle de l'interrogation n'interdit nullement la recherche en commun et la collaboration avec l'ensemble de la classe ; elles pourront au contraire devenir opportunes lorsque l'élève interrogé est embarrassé ; son hésitation ne doit pas paralyser l'activité générale.

Pour que la classe reste vivante, même pendant l'interrogation, les élèves qui sont à leur place ne doivent pas rester inertes, les bras croisés ; ils doivent avoir devant eux un cahier de brouillon, et suivre, la plume à la main, en faisant pour leur propre compte, quand il y a lieu, l'exercice ou la figure demandés ; le fait d'être au tableau embarrasse l'élève interrogé ; il est normal que ceux qui sont à leur place aillent plus vite que lui. Corrélativement, le maître ne doit pas, pendant l'interrogation, s'immobiliser à sa chaire ; il doit circuler suffisamment dans la classe pour que chacun suive et se sente contrôlé.

Quand une réponse se fait attendre, le maître peut transmettre la question, soit à un autre élève, soit à l'ensemble de la classe, mais il faut alors proscrire les réponses chorales qui ne sont qu'un semblant d'activité et une caricature de collaboration : les élèves qui désirent répondre doivent lever la main en silence, et le maître désigne celui qui est admis à répondre.

Si la classe est nombreuse, la fréquence des interrogations de chaque élève devient faible, ce qui a le double inconvénient d'atténuer l'impulsion au travail et de ne plus renseigner qu'insuffisamment le professeur, le chef d'établissement et la famille sur les résultats obtenus. Pour y remédier, nous recommandons l'*interrogation écrite*, consistant à faire rédiger par toute la classe, séance tenante et inopinément, la réponse à une question tirée de la leçon ; cet exercice ne doit pas excéder un quart d'heure, de sorte que sa correction par le maître (correction notée, comme celle d'un devoir) sera rapide ; il y aura ainsi, ce jour-là, une note de leçon pour chaque élève ; en outre, le professeur aura une indication d'ensemble sur la façon dont la leçon a été comprise. Un tel coup de sonde lui sera particulièrement précieux au début de l'année scolaire, pour bien prendre en main une classe nouvelle.

Les *Instructions* de 1925 précisent que : « Des exercices écrits seront « proposés chaque semaine, dans toutes les classes. »

En ce qui concerne la nature de ces exercices, se reporter aux *Instructions*, dont voici cependant deux passages essentiels :

« On ne saurait se montrer trop exigeant au sujet de l'orthographe, de « l'abus des abréviations, de la tenue matérielle des copies et, d'une façon « générale, des fautes qui témoignent de la négligence des élèves. »

« On ne peut demander aux professeurs qui ont plus d'une centaine « d'élèves de corriger toutes les copies en les annotant ; la correction parti- « tielle, suivant un roulement irrégulier, suffira. Mais il est désirable que « le maître ait parcouru l'ensemble des devoirs avant la correction au « tableau ; c'est à cette condition seulement qu'il pourra, au moment pro- « pice, insister sur la gravité des fautes commises le plus souvent. »

Il y aura donc chaque semaine, que la classe soit nombreuse ou non, un compte-rendu des devoirs, avec commentaire du maître, et pour que ce commentaire repose sur une connaissance réelle du travail fourni par les élèves, il conviendra, dans une classe nombreuse, de préférer la correction, chaque semaine, d'une certaine fraction des devoirs (qui ne saurait être inférieure à leur moitié), à la correction du paquet complet toutes les deux semaines. Le premier système a, en outre, le gros avantage de permettre le changement inopiné des élèves soumis à la correction et de maintenir ainsi, chaque semaine et sur toute la classe, l'impulsion du contrôle.

Le professeur s'attachera avec un soin tout particulier à obtenir de ses élèves des copies sincères. C'est une nécessité pédagogique évidente, mais c'est encore plus une question d'éducation morale. L'élève habitué à tromper impunément son maître chaque semaine s'habitue, d'une part, à compter sur le voisin, et prend confiance, d'autre part, dans sa malhonnêteté. Il sera ainsi tout naturellement amené à tromper n'importe qui, sur n'importe quoi, et notamment à frauder aux examens. Les sanctions très sévères qu'entraînent maintenant ces fraudes aux examens doivent être précédées de sanctions très sévères pour les fraudes en devoir ou en composition.

Il nous a été dit, maintes fois et par maint professeur, qu'il y avait là, en Indochine, un courant difficile à remonter ; nous ne pensons pas que cette difficulté soit si grande ; c'est, de la part du maître, une question de volonté, de fermeté et de ténacité, on peut même dire que c'est un critérium d'autorité. Au surplus, les recoupements ne manquent pas ; un devoir subitement excellent, ou dont la valeur dépasse beaucoup la moyenne des interrogations, appelle un contrôle au tableau.

Si vraiment il y a un fort courant à remonter, on pourra redresser périodiquement l'échelle des valeurs au moyen de courts devoirs, faits en classe, sous la surveillance du professeur, mais cette pratique restera exceptionnelle : pas plus d'une heure par trimestre, en une fois ou en deux fois.

Nous recommandons l'usage du cahier de corrigés et de problèmes, non certes pour y dicter les corrigés, mais pour que chaque élève y prenne rapidement note de l'essentiel des corrigés et des exercices faits en classe. Il est clair que ces cahiers ne seront convenablement tenus que s'ils sont périodiquement contrôlés par le professeur.

Nous suggérons d'obtenir des élèves qu'ils conservent dans une chemise ou dans une enveloppe les devoirs corrigés qui leur ont été rendus.

Bien entendu, toutes les notes de leçon et de devoir doivent être inscrites sur le registre de la classe, et aussi sur le carnet personnel du professeur, dont il ne saurait évidemment se passer.

La clarté. — Elle doit en Indochine, préoccuper tout particulièrement le professeur puisque son public scolaire comprend toujours une forte proportion d'élèves dont le français n'est pas la langue maternelle.

Toutes les locutions spécifiquement mathématiques, concises et pleines de sens, mais peu claires pour le débutant, devront être abondamment paraphrasées et expliquées ; encore une fois, la clarté passe avant la brièveté.

Ainsi, on ne devra introduire les locutions : « la condition nécessaire et suffisante », « il faut et il suffit », « le lieu géométrique de tels points » que tard, et prudemment, après avoir, sur de nombreux exemples, montré comment un énoncé qui les utilise rassemble deux énoncés.

Notons d'ailleurs que, bien souvent, on obtient plus de clarté en faisant suivre l'énoncé direct des mots : « et réciproquement », mais ce n'est pas toujours possible.

De même, un modèle clair d'énoncé de théorème est : « Si telle chose a lieu, telle autre chose a lieu », car l'hypothèse précède la conclusion, et elle en est nettement séparée.

L'attention. — Elle est l'auxiliaire indispensable de la compréhension, mais si le pouvoir de compréhension est sensiblement permanent, la puissance d'attention est susceptible de décroître rapidement, en proportion de l'effort qu'on lui demande. Il importe donc, lorsque plusieurs enchaînements sont possibles, d'ordonner les énoncés par rang d'importances décroissantes. Il ne faut pas consommer le potentiel d'attention à de l'accessoire, sinon il n'en restera plus pour le principal.

Cette constatation psychologique conduit à préférer la redécouverte avec direction de recherche, ou méthode socratique, à la redécouverte pure, partant uniquement de l'inventaire des données ; l'attention initiale sera ainsi plus utilement employée. Cela est si vrai que plusieurs traités classiques, qui pratiquent systématiquement la redécouverte, et concluent toujours par l'énoncé, ont cependant pris la précaution d'attirer l'attention sur le sens de la recherche dans le sous-titre du paragraphe.

Dans le même esprit, « il peut y avoir quelque inconvénient à multiplier les démonstrations d'une même proposition ».

Heureusement, si l'attention de l'adolescent n'est pas susceptible d'un long effort, elle renaît rapidement après un léger temps d'arrêt ou un changement d'occupation. Cette constatation psychologique, qui a motivé l'introduction si heureuse de la classe d'une heure en 1902 ne devra pas être perdue de vue par les professeurs ; l'élève est un organisme vivant, qu'une trop longue application fatigue ; un enchaînement logique trop prolongé, un exercice trop long ne sont pas fructueux. Comme l'a dit MONTAIGNE (1), il y a déjà bien longtemps, un professeur ne doit pas être quelqu'un qui verse quelque chose dans un entonnoir.

Liaison entre l'enseignement des mathématiques et l'enseignement de la physique. — « Bien que les tâches respectives des professeurs de mathématiques et de physique aient été délimitées avec soin, la collaboration « de ces maîtres est, non seulement désirable, mais utile et féconde en « résultat. »

(1) « *De l'institution des enfants* », Livre I, chap. 25. — MONTAIGNE, dans le même passage, souhaite également que le maître ait « plutôt la tête bien faite que bien pleine », et que, dans ses entretiens avec son disciple, il lui fasse « goûter les choses, les choisir et discerner d'elles-mêmes : quelquefois lui ouvrant chemin, quelquefois le lui laissant ouvrir. Je ne veux pas qu'il invente et parle seul, je veux qu'il écoute son disciple parler à son tour... » Nous retrouvons donc dans MONTAIGNE le principe même de la méthode de « redécouverte », exposée « en collaboration ».

Il est donc suggéré aux chefs d'établissement de provoquer, au début de chaque année scolaire, la réunion d'un conseil d'enseignement groupant les professeurs de mathématiques et de physique pour leur permettre de s'entretenir des points de liaison de leurs enseignements respectifs.

A ce point de vue, notre suggestion antérieure de placer, dans la classe de Mathématiques, les premières leçons de Trigonométrie au début de l'année ne peut que convenir au professeur de physique ; rappelons également, à titre documentaire (*mutatis mutandis*), qu'une Circulaire ministérielle de 1906 invitait le professeur de Mathématiques à commencer par la Cinématique.

Conclusion. — Ce commentaire développé des diverses *Instructions* officielles, plus spécialement de celles de 1925, n'a pas seulement pour but de guider individuellement chaque professeur en lui apportant, sur les points principaux, soit le résultat acquis d'une longue série d'expériences pédagogiques (qu'il est inutile de répéter), soit des suggestions soumises à son sens pédagogique et à son expérience professionnelle. Il se propose aussi de coordonner, d'unifier les efforts de chacun, et, comme le recommandent les *Instructions* de 1905, « de bien préciser l'esprit dans lequel doit être « donné chaque enseignement, afin de lui conserver, dans son ensemble, « une direction unique et d'éviter que le passage d'une classe à l'autre « ne soit pour l'enfant une cause de trouble dans ses études ».

F. BRACHET,

*Professeur à l'Université de Hanoï,
Chargé d'une mission permanente d'Inspection.*
