

4. Unification des définitions de mots et des notations mathématiques

M. DEVISME donne lecture de son rapport :

MES CHERS COLLÈGUES,

Le métier de rapporteur est bien fait pour faire réfléchir sur la loi des grands nombres et je crois que dès que le nombre des correspondants pour une question, égale ou dépasse quelques unités, on peut, s'ils sont d'accord, penser qu'ils représentent l'opinion de l'ensemble des collègues.

C'est ce qui est arrivé pour la question du sens à donner au mot « solution ». M. DEVISME, FAUVEAU, MM. DESFORGE, FREDJ, HEMERY, LANGLAMET, LEVANELAIRE, MOREL, PELLETIER sont d'accord pour définir : « Solution d'un système d'équations », un ensemble de valeurs de toutes les inconnues vérifiant à la fois toutes les équations de ce système.

Notre collègue M. LANGLAMET précise que pour une des valeurs attribuées à une inconnue il dit qu'elle fait partie d'une solution, tandis que M. LEVANELAIRE, après avoir autrefois qualifié cette valeur de « terme de cette solution » a finalement adopté l'expression « racine du système » ; ainsi, étant donné un système de deux équations en x et y , il dit que ses « racines en x » sont celles de l'équation obtenue par élimination de y . Le mot « solution » est pris dans le même sens que plus haut par nos collègues MM. CAGNAC, COMMISSAIRE, LEROY dans leurs livres parus cette année.

Je proposerai donc tout à l'heure de discuter sur les textes suivants :

SOLUTION D'UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS : *un ensemble de valeurs de toutes les inconnues vérifiant à la fois toutes les équations du système.*

RACINE EN x DU SYSTÈME : *une des valeurs prises par x dans la solution du système.*

D'autre part, n'ayant rien reçu relativement au mot « inéquation », je pense l'accord réalisé et je proposerai tout à l'heure le texte suivant :

Employer le mot **INÉQUATION** à l'exclusion de l'expression d'*inégalité conditionnelle*.

Dans sa lettre M. LANGLAMET suggère l'emploi de l'expression « système d'équations équivalentes, relativement à certaines inconnues » qui serait d'un usage commode lorsque pour résoudre un système on introduit des inconnues auxiliaires ; je serais heureux de recevoir des communications à ce sujet.

Signalons, pour terminer ce qui touche à l'algèbre, que notre collègue, M. DUTHILLEUL, dans le *Bulletin* n° 33, mars 1935, de l'Union des Professeurs de Spéciales, s'élevait contre l'usage de la locution incorrecte « a facteur de b » pour « a multiplié par b » la première expression est évidemment fâcheuse et à déconseiller. Malgré l'invitation de notre collègue, je n'ai rien reçu sur ce sujet mais je pense que c'est une approbation... silencieuse.

Enfin M. GÉRARD répondant seul à la question posée l'an dernier par M. LABORDE pense que le signe « $=$ » signifie « identique à ».

Passons maintenant à la géométrie. Dans un article du *Bulletin* n° 33 de l'Union des Professeurs de Spéciales, notre collègue M. PÉTRUS signalait les significations ambiguës du mot « conjugué » qui font que :

deux droites conjuguées par rapport à une conique n'ont pas en général leurs directions conjuguées à moins qu'elles ne se coupent au centre ;

d'autre part pour les quadriques si deux droites sont conjuguées par rapport à une quadrique leurs directions sont sûrement conjuguées par rapport à celle-ci, mais la réciproque n'est pas vraie.

M. PÉTRUS propose de conserver le mot « conjugué » en ce qui concerne les définitions des points, droites, plans conjugués qui sont classiques et ont acquis droit de cité dans l'enseignement élémentaire à propos de la sphère et du cercle, et propose d'employer l'expression « directions réciproques » à la place de « directions conjuguées ».

Il ajoute, d'après M. WEBER, qu'on emploie le mot « conjugué » dans des cas où il n'y a aucune réciprocité, et propose de supprimer, comme beaucoup le font déjà depuis longtemps, le mot « conjugué » dans les expressions « plan diamétral conjugué d'une direction de cordes » « diamètre conjugué d'une direction de plans ».

Notre collègue, M. LANGLAMET, lui, n'est pas choqué par ces anomalies et il ajoute : « Il faut bien, de toute manière que les élèves sachent que deux « points pris arbitrairement sur deux droites conjuguées relativement à une « conique ne sont pas nécessairement conjugués. Si cette remarque donne au « professeur l'occasion d'étudier l'homographie des points conjugués situés « sur deux droites arbitrairement données ce sera excellente chose ».

Mlle DEVISME et M. FREDJ sont d'avis que l'on emploie l'expression « directions réciproques » au lieu de directions conjuguées tandis que M. LEVAXE-LAIRE préfère « directions associées ».

M. WEBER voit d'autres inconvénients, certains auteurs en effet appellent « droites réciproques par rapport à une quadrique » ce que nous appelons « droites conjuguées », d'autre part l'expression « droites conjuguées » n'a pas le même sens dans le cas des coniques et dans le cas des quadriques. Ceci est du reste inhérent à la difficulté habituelle du passage de l'espace à deux dimensions à celui à trois dimensions. C'est cette même difficulté qui nous arrête dans le choix d'une terminologie pour les transformations, et nous touchons là à un des problèmes fondamentaux de mathématiques.

M. WEBER pense que l'emploi des locutions « directions associées », « diamètres associés », plans diamétraux associés » ainsi que celle de « droites réciproques » dans le sens indiqué plus haut, clarifierait déjà. J'espère que d'ici l'an prochain un mouvement se sera dessiné plus nettement et que nous aurons suffisamment de documents pour vous proposer une solution.

Malheureusement on ne peut prévoir d'avance, c'est ainsi que j'attendais de nombreuses lettres au sujet de la remarquable étude de M. LANGLAMET, mais je n'ai presque rien trouvé dans mon courrier si ce n'est un mot de M. DESFORGE me disant que plusieurs collègues voudraient bien voir une entente se faire à ce sujet. Un autre mot de M. GÉRARD qui pense bien choisi le mot « renversement » que j'avais cru écarter l'an dernier, tandis que M. GRÈZE propose « symétrie rotation » pour « symétrie par rapport à une droite ». Seule Mlle DEVISME répond plus amplement. D'accord avec M. LANGLAMET en ce qui concerne les généralités, elle indique sa préférence pour l'expression : « M' est dit le transformé de M. » et repousse les mots « correspondant » et « homologue ». D'accord aussi pour la terminologie des déplacements et symétrie, elle préférerait voir abandonner l'expression proposée de « symétrie d'ordre n ». Par contre Mlle DEVISME craint la confusion qu'entraînerait en géométrie plane l'emploi des expressions de « similitude positive » et « similitude négative » quand on utilise d'autre part celles d'« homothétie positive » et d'« homothétie négative », mais elle est aussi d'avis d'étendre dans l'espace la définition de la similitude. Mlle DEVISME approuve aussi les expressions « rotation homothétie » « symétrie homothétie » tout en indiquant sa méfiance marquée pour les mots nouveaux que les élèves ont tendance à utiliser vidés de leur sens.

Enfin, M. H. MOREL propose pour la similitude dans l'espace les expressions de « similitude directe ou positive » et de « similitude inverse ou négative » et M. PERRICHET pose la question : « Ne pourrait-on adopter une fois pour toute le vocabulaire de M. LANGLAMET ? » C'est aussi mon avis, je pense que l'absence de communications provient d'un accord tacite et nous vous proposerons un vote l'an prochain sur un questionnaire que nous établirons d'ici là.

Passons maintenant aux questions fragmentaires (j'allais dire subsidiaires !) Je n'ai rien reçu relativement aux vecteurs, rien non plus sur la proposition de M. BRICARD pour l'emploi de $\binom{m}{n}$ à la place de C_m^n . Enfin, je rappellerai que M. DESFORGE nous avait signalé l'an dernier une lettre de M. DEDRON où ce dernier observait que l'expression « surfaces de niveau » prêtait à confusion, certains les considérant comme surfaces orthogonales aux lignes de force du champ, les autres comme lieux de points en lesquels la fonction de force (quand elle existe) a une valeur constante ; la première définition soulevant des problèmes étrangers au programme de la classe de Mathématiques Spéciales, il lui semble, ainsi qu'à moi, que la seconde définition doit prévaloir, mais je n'ai reçu aucune indication sur ce sujet.

Notre collègue M. DANIAUD désirerait que l'on fixe l'attitude de l'Association devant l'emploi abusif des abréviations illégales (') et (") au lieu de (m) et (s) pour minutes et secondes dont l'usage est général dans la presse pour indiquer l'heure et qu'il a trouvées dans les textes de problèmes d'une entreprise de préparation aux concours de l'enregistrement. D'autre part, il a trouvé dans des prospectus de publicité, notamment dans certains se rapportant à la Loterie Nationale, l'abréviation du « franc » avec la marque du pluriel.

De son côté, M. ROBY signalait dans son rapport de l'an dernier, sur le concours des Bourses, le texte portant sur la multiplication « 25 ares 84 × 1 cm. 5 » mais dans sa lettre M. GÉRARD proteste contre cette réclamation. M. ROBY signalait aussi avoir rencontré des données telles que « 3 hectares, 6 ares, 5 centiares » les noms écrits en toutes lettres, avec des virgules ; et en d'autres endroits 25 ares 84 sans virgule ni indications de sous multiples et même, chose plus grave, 9 h. 25, 10 h. 40 sans indications des minutes, je n'ai pas reçu de communication sur ce point.

Dans la lettre déjà citée, M. GÉRARD indiquait que lorsqu'on parle de 2 triangles différents égaux, on détourne le mot « égal » de sa signification, aussi propose-t-il « congruent ».

M. CHALLÉAT demande s'il existe un terme indiquant la position de deux cercles dont l'un est intérieur à l'autre ; il propose d'autre part dans le cas de tangence de deux cercles (C) et (C') les locutions « C' tangent extérieur à C », « C' tangent enveloppant à C », « C' tangent enveloppé par C » et il signale l'intérêt que cela présenterait dans l'étude des coniques en classe de Mathématiques ; il demande enfin puisque l'on a rejeté en 1933 le mot « antihomologue » de préciser le terme à employer à la place.

Mlle RUE trouve que le mot « face » a trop d'acceptation en géométrie élémentaire, M. CHENEVIER a remédié à cet inconvénient en parlant de « face » d'un angle polyèdre et de « facette » d'un polyèdre ; je crois que c'est un exemple à imiter.

M. PERRICHET demande qu'on s'entende sur le vocabulaire des fonctions symétriques (fonctions symétriques élémentaires, fondamentales, ordre, classe...).

Un collègue physicien, M. GINAT, demande que l'on précise l'emploi des let-

tres D, d, Δ , δ , pour lesquels les physiciens et mathématiciens enseignant dans la même classe ne donnent pas la même signification, d'où gêne pour les élèves.

Enfin, pour terminer, je signalerai que j'ai reçu d'un anonyme qui signe P.A.S.T. un travail sur un « essai de démonstration du postulat d'Euclide ». La lecture de ce travail est curieuse car l'escamotage qui se produisait en plaçant d'abord le théorème sur la somme des angles d'un triangle se faisait par un procédé analogue à celui du déplacement parallèle de LÉVI-CIVITA, en cours de lecture on saluait au passage les idées de GAUSS, RIEMANN, LOBATSCHESKY, que l'auteur paraît avoir redécouvert.

J'achèverai par le souhait d'avoir encore plus de communications l'an prochain. Je désirerais surtout qu'après le travail préliminaire fait sur les transformations, on arrive enfin aux conclusions et aux résolutions, et c'est à cela que je m'emploierai.

Le Président remercie M. DEVISME de son intéressant exposé.

M. ROBY rappelle qu'un texte légal : loi du 4 avril et décret du 26 juillet 1919, règle la question des unités, et qu'il conviendrait de s'y conformer.

M. WOTTLING préconise une entente avec les physiciens en ce qui concerne plusieurs questions de vocabulaire et de notations : il cite les différentielles, souvent confondues avec les différences finies, la notion de travail élémentaire, l'emploi du signe d'intégration.

M. DEVISME rappelle qu'à plusieurs reprises notre Association s'est mise d'accord avec l'Union des Physiciens au sujet de divers termes et notations (1), et qu'il sera facile au rapporteur et au Bureau d'étudier, en liaison avec les physiciens, les questions signalées par M. WOTTLING.

A propos des éléments conjugués dans la théorie des coniques et des quadriques, M. PÉTRUS signale l'intérêt qu'il y aurait à rendre le vocabulaire plus cohérent.

Personne ne demandant plus la parole, l'Assemblée générale constate l'accord réalisé sur la signification des termes « racine » et « solution » dans la théorie des équations, pour l'adoption desquels des propositions précises seront faites en 1937, et renouvelle, comme les années précédentes, la résolution suivante :

L'Assemblée décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Le Bureau est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, de faire présenter chaque année un Rapport à l'Assemblée générale ordinaire et de lui soumettre, s'il y a lieu, un tableau de définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire. Ce tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé.

(1) Voir les *Bulletins* n° 53, 57 et 61, où sont précisés le sens des symboles « # », « ω » et des expressions : « oscillation » (pour l'oscillation complète, et en rejetant l'emploi d'« oscillation double » et d'« oscillation simple »), « force vive » (mv^2), « énergie cinétique » ($\frac{1}{2}mv^2$, utilisée par les physiciens qui évitent l'expression « force vive »), et où sont rappelées les règles à suivre dans la désignation des unités dérivées (juxtaposition, correspondant à la multiplication : « ampère-heure » ; préposition PAR, correspondant à la division : « centimètre par seconde par seconde »).