

IV. Documents officiels

6. Rapport sur le Concours, en 1935, de l'Agrégation de l'Enseignement secondaire des Jeunes filles Section des Sciences Mathématiques (1)

La progression, au cours de ces dernières années, du nombre des candidates qui affrontent jusqu'au bout les épreuves écrites est remarquable : 53 en 1927, 55 en 1928, 62 en 1929, 76 en 1930, 91 en 1931, 84 en 1932, 80 en 1933, 85 en 1934. Durant cette période, les promotions d'Agrégation ne sont pas devenues plus nombreuses : 8 Agrégées de 1927 à 1931, 9 en 1932, 7 en 1933, 8 en 1934. Parmi elles, il en est un assez grand nombre qui réussissent dès la première fois : 2 en 1934, 5 en 1931, par exemple. Avec des programmes à peu près comparables, le niveau du concours a eu une tendance marquée à s'élever : Le nombre de points de la dernière admissible a été de 222 en 1927, 244 en 1928, 234 en 1929, 275 en 1930, 301 en 1931, 304 en 1932, 285 en 1933, 256 en 1934 ; le nombre de points de la dernière reçue a été de 628 en 1927, 652 en 1928, 626 en 1929, 680 en 1930, 787 en 1931, 758 en 1932, 774 en 1933, 720 en 1934.

Devant une telle situation, les avertissements du jury ont été de plus en plus fermes : « Il y aurait à se féliciter de l'afflux des vocations nouvelles s'il répondait à des besoins nouveaux de l'enseignement, mais... », « nous voudrions nous féliciter de cette affluence de candidates et de leur excellente préparation si nous n'étions hantés par la préoccupation de l'avenir de tant de jeunes filles condamnées à ne jamais arriver à l'Agrégation, condamnées aussi à ne jamais entrer dans nos cadres », « A toutes les personnes qui ne possèdent pas, en toute certitude, les aptitudes, la supériorité voulues, il nous faut, avec une insistance toujours plus vive, renouveler le conseil d'abandonner bien vite la vaine poursuite d'un but inaccessible. »

Après avoir résumé les chiffres qui concernent les concours antérieurs, et rappelé de précis et judicieux conseils, détaillons les indications que nous fournit le concours de 1935.

30 candidates de 1934 ont cessé de se présenter en 1935. 98 candidates ont en 1935 terminé les épreuves écrites ; 60 d'entre elles s'étaient déjà présentées, 38 étaient nouvelles. 12 candidates ont été déclarées admissibles, la dernière avec 328 points. (Dans l'ensemble, les sujets d'écrit de 1935 sont plus faciles que ceux de 1934). 7 ont été reçues, la septième avec 707 points. Disons tout de suite que parmi les 38 candidates nouvelles, 6 ont été admissibles, 4 reçues, que 5 autres se sont placées du 13^e au 20^e

(1) Le Jury était composé de MM. LECONTE, Inspecteur général, président ; GARNIER, professeur à la Faculté des Sciences de Paris ; Mlle LEROY, professeur au Lycée Jules-Ferry et de M. MILLOT, professeur au Lycée Michelet, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

rang, 4 du 21^e au 30^e rang, 2 du 31^e au 40^e, 5 du 41^e au 50^e, 4 du 51^e au 70^e, 12 au-dessous du 70^e.

Si maintenant nous associons, pour les 60 autres candidates, le rang d'admissibilité de 1934 et celui de 1935, nous obtenons les combinaisons les plus variées. D'abord, celles-ci : 15-7, 31-8, 14-10, qui correspondent à trois succès (deux de ces 3 nouvelles agrégées se présentaient pour la seconde fois, la troisième pour la cinquième fois), puis quelques autres : 9-13, 19-9, 12-20, 19-23, 22-22, 36-12, etc., qui correspondent à une solidité éprouvée. Citons encore les associations 8-61, 7-40, 13-54, non pour décourager ces candidates qui ont moins bien réussi en 1935, mais au contraire pour les conduire à puiser un réconfort dans les associations d'ordre inverse et en particulier dans les suivantes : 42-6, 34-13, 61-27. Un assez grand nombre de candidates ont obtenu des résultats médiocres aussi bien en 1935 qu'en 1934 ; parmi elles se trouve une brillante admissible de 1932.

Toutes ces indications soulignent une nouvelle fois l'importance des avis qui ont été donnés, renouvelés par le jury, depuis 1930, et exprimés si fortement que nous ne pouvions mieux faire que de les reproduire.

Mais, en même temps, comment n'être pas frappé de ces chutes et de ces relèvements, de ces succès rapides, et de la variété de tous les cas individuels ? N'est-il pas dès lors difficile aux membres du jury de répondre aux demandes personnelles de conseils qui, pourtant, leur sont présentées par des candidates si dignes d'intérêt en raison de leur travail, leur vaillance et leur valeur ? Ils regrettent profondément d'être contraints trop souvent à se borner aux avis d'ordre général. C'est la famille, ce sont les maîtres des candidates qui peuvent aller plus loin et s'efforcer de répondre à l'angoissante question : Faut-il persévérer ? Surtout, ce sont les candidates elles-mêmes qui peuvent s'efforcer, quelle tâche complexe !, de se bien connaître à tant de points de vue : vigueur intellectuelle, précision d'esprit, goût pour l'enseignement, résistance physique, force morale.

Epreuves écrites (1).

Arithmétique, Algèbre et Géométrie (Mlle LEROY). — La composition de géométrie élémentaire portait sur l'étude de la famille de cônes de révolution admettant une génératrice donnée SG et tangents à un plan donné (P).

L'attention des candidates était appelée, pour chacun de ces cônes, sur la sphère inscrite tangente en un point fixe A de la génératrice donnée, ce qui facilitait beaucoup la solution en mettant en évidence le cercle (T) lieu géométrique des points de contact T de ces sphères avec le plan (P), cercle qui intervient dans presque toutes les questions. La sphère (Σ) de centre S et de rayon l (orthogonale à toutes les sphères inscrites envisagées) s'introduisait aussi utilement. Les candidates qui ont traité la question préliminaire du lieu de T avec soin en ont été récompensées par une connais-

(1) Voir les énoncés pages 13, 14 et 15 des *Fascicules consacrés aux Examens et Concours de 1935*.

sance plus approfondie des ressources de la figure. Elles ont vu par exemple, dès l'abord, que le parallèle de contact d'un cône (S) et de la sphère inscrite correspondante et le cercle (T) appartenaient à une même sphère (Σ) et avaient même tangente au point T. L'enveloppe du plan de ce parallèle était ainsi connue d'avance par sa base (T) sur le plan (P). Les problèmes de construction étaient également facilités par cette remarque.

La première question proposait d'achever la détermination géométrique d'un cône (S) connaissant une donnée supplémentaire : deuxième génératrice ou deuxième plan tangent, ou demi-angle au sommet.

Soit SG' la 2^e génératrice donnée, sur laquelle nous prenons le point A' tel que $SA' = SA = l$, A et A' étant situés d'un même côté par rapport à (P) . D'après ce qui précède nous pouvons facilement déterminer le parallèle de contact du cône cherché et de la sphère inscrite correspondante : la tangente commune à ce parallèle et au cercle (T) en leur point de contact T passe par le point de rencontre I (à distance finie ou infinie) de AA' avec le plan (P). Il suffit donc de mener par le point I une tangente au cercle (T) pour avoir un point de contact T et par suite un cône (S). Le problème admet toujours 2 solutions puisque A et A' étant 2 points de la sphère (Σ) situés d'un même côté par rapport à (P), la corde AA' coupe (P) en un point extérieur au cercle (T), ce point pouvant être rejeté à l'infini. Un certain nombre de candidates ont songé à cette solution. Mais, chose curieuse, beaucoup d'entre elles, faute d'avoir utilisé la sphère (Σ) ont pris les intersections du cercle (T) et du cercle de centre I et de rayon $\sqrt{IA \cdot IA'}$ sans s'apercevoir qu'il s'agissait des points de contact des tangentes au cercle (T) issues de I. La discussion manque souvent de netteté et de précision.

Le cas où l'on se donne un 2^e plan tangent (P') peut en général se ramener à la donnée d'une 2^e génératrice, en prenant la droite symétrique de SG par rapport au plan bissecteur de celui des dièdres (P, P') qui contient cette génératrice. Huit candidates seulement l'ont vu.

Enfin si on se donne le demi-angle au sommet θ du cône, on est ramené, par exemple, à chercher l'intersection de deux cônes de révolution de même sommet : le cône ayant pour axe SG et pour demi-angle au sommet θ et le cône ayant pour axe la perpendiculaire au plan (P) menée par

S et pour demi-angle au sommet $\frac{\pi}{2} - \theta$. La discussion a été menée à bien

dans très peu de copies. Le fait que θ peut prendre toutes les valeurs entre $\frac{\alpha}{2}$ et $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ était pourtant utile pour la suite, la nature des coniques intersections des cônes (S) et du plan (Q) dépendant de la valeur de θ .

D'autres solutions intéressantes de ces questions ont été proposées, par exemple celles qui utilisent l'inversion. Mais à part une trentaine de copies où la détermination géométrique des cônes a été abordée directement et par des méthodes élémentaires, toutes les autres utilisent le lieu géométrique des axes de ces cônes. L'étude de ce lieu n'avait pourtant été proposée

intentionnellement qu'à la question suivante. On est ainsi trop souvent conduit à faire intervenir l'intersection d'une ellipse et d'une droite, ou d'une ellipse et d'un cercle, ou même de deux ellipses ce qui éloigne encore davantage d'une solution qui soit dans l'esprit de la géométrie élémentaire. Un certain nombre de copies évitent l'introduction des ellipses en projetant sur le plan (P). Mais la discussion reste d'une généralité absolue et sans aucun intérêt. Trop de candidates s'imaginent avoir satisfait à l'obligation de « discuter » en indiquant que le problème aura des solutions si telle droite rencontre tel cercle ou telle ellipse, sans aborder réellement la question.

La deuxième partie proposait l'étude du cône lieu des axes des cônes (S) et du cône enveloppe du plan du parallèle des cônes (S) passant par A.

Le premier a pour base sur le plan (Q) l'ellipse de foyer A et de directrice (Δ) intersection des plans (P) et (Q) — ellipse dont la projection orthogonale sur le plan (P) est le cercle (T). La plupart des candidates l'ont vu, mais beaucoup ne précisent pas les éléments de cette ellipse surtout quand elles la déterminent comme projection du cercle (T) suivant une direction perpendiculaire à (P).

Pour la base de ce cône sur le plan (R), mené par A parallèlement à (P), trop de copies ne donnent que l'indication plus que sommaire : c'est une conique ! On veut bien noter quelquefois qu'il s'agit sûrement d'une ellipse. Les éléments de cette ellipse pouvaient cependant être facilement précisés soit en cherchant de façon directe de lieu du pied de l'axe sur (R), soit en prenant la perspective de l'ellipse précédente puisque le cône admet un plan de symétrie. Les sections par les plans (Q) et (R) sont des sections anti-parallèles par rapport aux génératrices du cône situées dans le plan de symétrie — elles sont semblables.

Nous avons déjà remarqué que le cône enveloppe du plan du parallèle des cônes (S) passant par A se déterminait de façon immédiate par sa base sur le plan (P) qui n'est autre que le cercle (T). Cela ne devait pas empêcher les candidates qui avaient remarqué que ce cône est un cône supplémentaire du cône lieu des axes, de le signaler. On vérifiait très simplement dans le cas particulier du problème la propriété générale : « Si la section d'un cône du 2^e degré par un plan est telle que le sommet du cône se projette en l'un de ses foyers, les sections des cônes supplémentaires par ce plan sont circulaires. » La démonstration directe et la remarque d'intérêt général ne se trouvent réunies dans aucune copie. Ce cône enveloppe admettait comme 2^e série de sections circulaires les sections par les plans parallèles à (Q).

Les questions suivantes (3^e et 4^e) demandaient aux candidates de s'intéresser aux sections des cônes (S) par les plans (R) et (Q).

Les sections par le plan (R) parallèle à un plan tangent aux cônes sont des paraboles dont on peut résumer les propriétés en disant que leur foyer f décrit une ellipse, leur axe passant par l'un des foyers de cette ellipse (la projection H du sommet S sur le plan) et le 2^e foyer A appar-

tenant à ces paraboles. Mais il est à remarquer qu'elles ne constituent qu'une des familles de paraboles répondant à ces conditions. La normale en A à une parabole est parallèle à la normale en f au lieu de f . Par suite le point d'intersection de la normale en A avec l'axe de la parabole décrit le cercle directeur de l'ellipse lieu de f , relatif à son foyer H. On pouvait démontrer que si p est le paramètre on a la relation $p \times fH = l^2 \sin^2 \alpha$. Les propriétés de ces paraboles ont été assez bien étudiées.

Au contraire les coniques de section des cônes (S) par le plan (Q) ont été généralement négligées. On ne se préoccupe pas de préciser leur nature : ellipse, parabole ou hyperbole suivant que θ est aigu, droit ou obtus. On aurait pu déterminer quelle génératrice du cône lieu des axes correspond à la parabole, pour établir la limite entre les cônes donnant une section elliptique et une section hyperbolique.

Quelques candidates ont bien vu que les lieux des foyers F et F' pouvaient s'obtenir en projetant sur le plan (Q) les coniques intersection des deux plans bissecteurs des dièdres (P, Q) et du cône de révolution ayant pour axe AS et pour demi-angle au sommet $\frac{\pi}{4}$. Mais ces coniques et surtout leurs projections n'ont pas été suffisamment précisées. On trouve une ellipse et une hyperbole ayant même foyer A et même directrice Δ que le lieu du pied O de l'axe des cônes. On aurait pu remarquer que A est conjugué harmonique de O par rapport à F et F'. Une ou deux candidates ont démontré que la distance d'un foyer à sa directrice est constante et égale à l .

Enfin dans la 5^e question on supposait que SG, S et A restant fixes, on fait tourner (P) autour d'une droite passant par S. Les coniques de section par le plan (Q) des cônes lieux des axes des cônes (S) ont donc un foyer fixe A et la directrice correspondante tourne autour du pied B de la droite fixe sur le plan (Q). Le fait qu'elles ont un axe non focal de grandeur constante et restent tangentes à deux droites fixes parallèles a été bien vu. Dans plusieurs copies on en déduit que le lieu du centre ω et le lieu du 2^e foyer sont des droites parallèles aux tangentes fixes. Mais personne n'a déterminé l'enveloppe de la 2^e directrice. Une candidate a remarqué que le symétrique B' de B par rapport à ω appartient à cette directrice et décrit une droite homothétique du lieu de ω par rapport à B, encore a-t-elle barré sur sa copie ce passage intéressant... Il lui aurait suffi de prendre le symétrique C de B par rapport à A : la droite CB' est parallèle à l'axe de l'ellipse, donc forme avec la directrice un angle droit dont un côté passe par un point fixe C et dont le sommet B' décrit une droite. Des candidates auxquelles les cubiques circulaires unicursales seraient familières auraient pu trouver un guide dans leurs connaissances. Mais on voit qu'une solution élémentaire était aussi à leur portée.

Le jury avait songé à poser la question suivante : Enveloppe des plans menés par les bissectrices de l'angle (SG, ST) perpendiculairement au plan de cet angle, et lieux des pieds de ces bissectrices sur (Q), (P) étant supposé

fixe et ST étant la génératrice de contact d'un cône (S) et de (P). Il n'a pas regretté de s'en être abstenu. En effet, malgré la facilité du problème, il n'y a pas d'excellente copie : la meilleure note est 15,5. Les 7 copies notées 15,5, 15,25, 15, 14,5, 14,25, 14,14 sont satisfaisantes soit parce qu'elles montrent une bonne vue d'ensemble du problème, soit à cause de l'intérêt des méthodes employées et le souci de précision manifesté dans les questions traitées. Mais ces qualités ne se rencontrent simultanément au degré que l'on souhaiterait dans aucune copie. 22 copies sur 100 ont la moyenne, ce qui est une proportion bien faible. 26 ont des notes comprises entre 10 et 7, 37 entre 7 et 3. Enfin 15 n'atteignent pas 3 soit parce qu'elles ne renferment presque rien, soit à cause de grosses erreurs, ces deux défauts se rencontrent d'ailleurs simultanément dans plusieurs copies.

Algèbre, Trigonométrie et Analyse (M. GARNIER). — 99 copies ont été remises ; la note maximum a été 15 (sur 20) ; et la moyenne des notes 7,7 environ.

Voici quelques remarques au sujet de la composition. Dans certaines copies, la détermination des courbes (C), des arcs (C₁) et (C₂) a été obtenue d'une manière longue, vague ou imprécise. Pourtant la question était très simple. L'équation différentielle des courbes (C) était :

$$(1) \quad x \frac{dy}{dx} = sy \sqrt{1-y^2}$$

avec $s = +1$ pour les arcs (C₁) et $s = -1$ pour les arcs (C₂). On était ainsi conduit à poser

$$(2) \quad y = \sin \varphi \quad \text{et} \quad s \sqrt{1-y^2} = \cos \varphi ;$$

grâce à l'introduction de l'angle φ , qu'on pouvait d'ailleurs employer dès le début des calculs, le double signe disparaissait ; les arcs (C₁) étaient caractérisés par des angles φ du 1^{er} ou du 4^e quadrant, et les arcs (C₂) par des angles du 2^e ou du 3^e quadrant. Après suppression du facteur $\cos \varphi$, l'équation (1) devenait

$$x \frac{d\varphi}{dx} = \sin \varphi, \quad \text{d'où l'intégrale}$$

$$(3) \quad x = C \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2},$$

sans aucun symbole de valeur absolue, mais C pouvant être de signe quelconque. Les droites $y = \pm 1$ constituaient une solution singulière du problème ; très peu de candidates l'ont indiquée.

L'emploi de l'angle φ fournissait encore le moyen le plus simple pour calculer le volume de révolution ($2\pi^2 C$).

Le calcul du rayon de courbure aux points où $\frac{dy}{dx} = 0$ pouvait s'effectuer, soit par dérivation de (1), soit par la formule des courbes en t . Le lieu des centres de courbure aux points où $y = 1$ est une parabole ($x^2 + y = 1$) ; l'enveloppe des cercles de courbure se compose de la droite $y = 1$ et du cercle

$$2(x^2 + y^2) - 3y + 1 = 0.$$

Dans plus d'une copie on a déterminé l'enveloppe par voie analytique et l'on a donné comme résultat une cubique circulaire, sans remarquer qu'*a priori* l'enveloppe devait comprendre la droite $y = 1$.

Le début de la 2^e partie prêtait aux mêmes remarques que celui de la 1^{re} ; on aboutissait ainsi, *sans double signe*, à la représentation paramétrique

$$x^2 = \frac{2}{3} (\cos^3 \varphi + k), \quad y = \sin \varphi.$$

des courbes (Γ) ; la distinction entre les arcs (Γ_1) et (Γ_2) dépend encore du quadrant auquel appartient l'angle φ . Ajoutons que pour déterminer les courbes (Γ) , un certain nombre de candidates ont rapporté le plan (x, y) aux coordonnées φ et C à l'aide de (2)₁ et (3) ; cette méthode, séduisante *a priori*, conduisait en réalité à de longs calculs, alors qu'il était bien plus simple de remplacer $\frac{dy}{dx}$ par $-\frac{dx}{dy}$ dans (1).

La détermination des inflexions des courbes (Γ) dépend de l'équation du cinquième degré

$$t^5 + t^3 + 2k(2t^2 - 1) = 0 \quad (t = \cos \varphi).$$

Cette équation a été obtenue dans un grand nombre de copies, mais très peu l'ont discutée. Au lieu de lui appliquer le théorème de Rolle et le théorème des substitutions, ce qui conduisait à une discussion intéressante, mais un peu longue, il était plus simple de construire la courbe

$$u = \frac{t^3 (1 + t^2)}{2 (1 - 2t^2)},$$

on voyait ainsi que les intersections de cette courbe avec la droite $u = k$ fournissaient 0, 1 $\times$ 4 et 2 $\times$ 4 inflexions, suivant qu'on avait $-1 < k < 0$, $0 < k < 1$ ou $k > 1$.

Le lieu (Δ) était déterminé par les équations

$$x^2 = \frac{t^3 (1 - t^2)}{1 - 2t^2}, \quad y = \sqrt{1 - t^2}.$$

Sa construction en est aisée. Ses inflexions, qui n'ont été étudiées dans aucune copie, étaient données par l'annulation de $\frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} \right)$, ce qui conduisait à l'équation

$$8t^6 - 21t^2 + 3 = 0$$

d'où, seulement, les quatre inflexions réelles évidentes *a priori*.

Les cercles osculateurs aux sommets formaient deux familles homothétiques par rapport à O, l'une d'elles étant constituée de cercles concentriques.

Parmi les candidates qui ont abordé la troisième partie, plusieurs n'ont pas observé que les droites $y = \pm 1$ étaient des lieux de rebroussements des courbes (Γ) ; par exception, la courbe (Γ) correspondant à $k = 0$ présente sur $y = \pm 1$ deux points triples, n'admettant chacun qu'une branche réelle (Γ_1) , à courbure infinie en ces points. Le tracé de la famille des arcs (Γ_2) était facilité par celui de l'arc correspondant à $k = 1$. Dans le voisinage de O, les arcs (Γ_1) et (Γ_2) sont assimilables à des cercles ou

à des arcs d'hyperboles équilatères, car dans le voisinage de O les arcs (C_1) ou (C_2) sont assimilables à des segments de droites ou d'hyperboles équilatères.

Afin de préciser la forme des courbes (Γ) lorsque $k > 1$, on pouvait étudier le rapport

$$\frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{\sqrt{k} - \sqrt{k-1}}$$

des projections sur Ox des arcs (Γ_1) et (Γ_2).

Pour la quatrième partie, il suffisait de se borner aux cercles non centrés à l'origine. En posant

$$k = \frac{\lambda^4 + 1}{2\lambda^2}$$

on trouvait que la formule

$$x^2 + y^2 - \frac{2x}{\lambda\sqrt{3}} + \frac{1 - \lambda^4}{3\lambda^2} = 0$$

représentait à la fois les deux familles restantes de cercles, selon que λ était supérieur ou inférieur à 1. L'enveloppe était donnée par les formules

$$x\sqrt{3} = \frac{\lambda^4 + 1}{\lambda}, \quad y\sqrt{3} = \lambda\sqrt{1 - \lambda^2}.$$

Seule, l'une des familles admettait une enveloppe réelle, c'était la branche réelle de la courbe précédente, aisée à construire.

Géométrie, Géométrie analytique et Mécanique (M. LECONTE). — Le sujet proposé renferme effectivement des questions qui portent sur les diverses matières annoncées dans le titre de la composition, mais le point de vue géométrique est ici différent de celui auquel on se place dans la composition de mathématiques élémentaires.

Deux points matériels, M_1 et M_2 , sont soumis à des forces telles que les équations différentielles auxquelles satisfont x_1 et x_2 , par exemple, sont,

$$x''_1 = -4x_1 + \frac{3}{2}(x_1 - x_2), \quad x''_2 = -4x_2 + \frac{3}{2}(x_2 - x_1),$$

d'où, par addition et soustraction, et après intégration, les deux vibrations elliptiques

$$x_1 + x_2 = 2(a \cos 2t + b \sin 2t) \quad x_1 - x_2 = 2(\alpha \cos t + \beta \sin t).$$

Cette question serait bien traitée si le calcul des coefficients en fonction des conditions initiales n'était pas en général oublié. Bien que les opérations d'addition et de soustraction soient suggérées dans l'énoncé, il n'est pas très grave d'éliminer x_2 pour obtenir l'équation différentielle du 4^e ordre, linéaire, à coefficients constants, à laquelle satisfait x_1 ; ce qui l'est davantage, c'est de recommencer pour x_2 alors que x_2 est déterminé sans intégration lorsque x_1 est connu. Il y a d'ailleurs, dans l'emploi de cette méthode, un enchevêtrement des conditions initiales qui ne devrait pas être négligé.

Signalons que quelques candidates connaissent par cœur les résultats de l'intégration d'un système de deux équations simultanées, linéaires, à coeffi-

cients constants ; c'est bien inutile. D'un autre côté, il est tout à fait regrettable, dans cette première partie, de se borner, par différentiation, à vérifier les résultats annoncés.

La seconde partie est relative à un cas particulier, celui où les points M_1 et M_2 restent dans un même plan, leur trajectoire commune étant aussi l'enveloppe de la droite M_1M_2 .

La courbe obtenue est la transformée par affinité de l'hypocycloïde à trois rebroussements

$$\begin{aligned} X &= 2 \cos t + \cos 2t, \\ Y &= 2 \sin t - \sin 2t. \end{aligned}$$

Ce résultat a été donné avec beaucoup de netteté dans quelques copies. Mais le dédain pour l'étude des conditions initiales correspondant au cas particulier envisagé est poussé à ce point qu'on n'en tire pas parti pour choisir de nouveaux axes, simplifier les calculs et obtenir la trajectoire sous la forme si belle et si simple $x = hX$, $y = kY$.

Une grave faute plus de vingt fois rencontrée consiste à identifier la pente de la tangente à la trajectoire de M_1 avec la pente de M_1M_2 , pour la même valeur de t . Ce calcul ne conduit pas à une identité, c'est là qu'est la faute, mais à une équation,

$$(ab' - ba') \sin \frac{3t}{2} = 0,$$

qui est fort aisée à interpréter. Les candidates qu'un tel résultat n'arrête pas sont très nombreuses. Beaucoup d'entre elles ont cependant constaté que $\sin \frac{3t}{2}$ est en facteur dans $\frac{dx_1}{dt}$ et $\frac{dy_1}{dt}$.

L'énoncé parle de « la courbe » décrite par les points M_1 et M_2 . Trop souvent, on nous accorde à ce sujet un excès de confiance. Aussi simple que ce soit, il est nécessaire de démontrer que les deux trajectoires forment une seule courbe. Il en est d'ailleurs ainsi dans le cas général ; il était bon de le dire.

Dans la troisième partie, on revient au cas général, et on demande de mettre sous des formes réduites les deux vibrations elliptiques spécialement indiquées dès la première partie. Le résultat est donné ; sans cette précaution, les candidates eussent sans doute été arrêtées en très grand nombre dans la suite du problème. L'idée de prendre pour plans des zx et des xy les plans des deux vibrations, Ox et Oy étant, dans chacun de ces plans, le diamètre conjugué de Ox , n'a été que très rarement utilisée. Le plus souvent, on opère le changement d'axes le plus général, en spécifiant inutilement et même fâcheusement que les axes sont rectangulaires, et on n'obtient aucun résultat.

Tout ce début du problème est une simple mise en route. La quatrième partie est une étude, dans le cas général, de la surface (S) engendrée par M_1M_2 . Les génératrices de cette surface sont parallèles au plan xOy , ren-

contrent une ellipse du plan des zx , ainsi qu'une droite fixe, droite double de la surface, qu'il s'agit de déterminer. Les moyens ne manquent pas. Le plus simple, le plus généralement employé consiste à remarquer qu'il y a deux génératrices dans un plan parallèle au plan des xy et à chercher le lieu de leur point de concours. Ce procédé met bien en évidence que la droite trouvée est une ligne double. Le calcul est très simple. Il se développe parallèlement à celui que dirige l'idée suivante : chercher des couples différents de valeurs des deux paramètres qui donneront le même point de la surface. On peut encore couper la surface par une droite, tirer des deux équations formées une équation en t , et écrire que cette équation est identiquement satisfaite ; le début de ce calcul permet en même temps de prouver que la surface est du 3^e degré. Il est aussi possible de chercher, parmi les ellipses obtenues sur la surface sous forme de vibration elliptique, celle qui se réduit à un segment de droite. Enfin, dans quelques bonnes copies, on remarque, après avoir déterminé les lignes asymptotiques autres que les génératrices rectilignes, qu'il y a parmi elles une droite ; c'est la droite double.

Cette surface est donc du 3^e degré. On demandait de le prouver, tout en conseillant de ne pas former l'équation cartésienne. En dehors de la voie analytique qui vient d'être signalée, on peut opérer géométriquement. De bonnes candidates ont bien exposé ce procédé ; mais elles ont trouvé 4 pour degré et non pas 3 parce qu'elles n'ont pas observé que la droite double $x + a \cos \varphi = 0$, $bxy + a\beta z - ab\beta \sin \varphi = 0$, rencontre l'ellipse directrice du plan des zx .

Dans quelques copies, on lit : La surface (S) est un conoïde de Plücker. Le résultat est inexact dans le cas général ; et cependant il pouvait être utile de faire le rapprochement ; mais il n'en a été rien tiré.

La cinquième partie concerne la recherche des lignes asymptotiques. L'équation différentielle, assez souvent formée, est rarement intégrée jusqu'au bout.

Les asymptotiques trouvées

$$x = a \cos (2t + \varphi) + \alpha \cos t$$

$$y = \beta \sin t \quad \rho = -\frac{2a}{\alpha} \cos (t + \varphi) + C \sqrt{|\cos (2t + \varphi)|}$$

$$z = b \sin (2t + \varphi)$$

sont des courbes unicursales. Mais cette question n'a pas été utilement abordée. On la résout aisément en remarquant que si l'on prend $\operatorname{tg} t$ pour paramètre, il ne reste dans les expressions de x , y , z , qu'un radical portant sur un trinôme du second degré en $\operatorname{tg} t$.

La sixième partie propose l'étude de l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{(px + qy)^2}{a^2} = p^2 \left(1 - \frac{z^2}{b^2} \right)$$

à laquelle satisfont les surfaces (S). Il est intuitif que les surfaces intégrales sont les surfaces réglées dont les génératrices sont parallèles au plan

des xy et rencontrent l'ellipse $y = 0, \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0$. Trop de candidates, tout en intégrant cette équation, se bornent à des calculs, et non seulement n'interprètent pas géométriquement les résultats, mais ne se préoccupent pas de retrouver les surfaces (S) parmi les solutions. Par contre, le jury a lu avec plaisir quelques compositions irréprochables sur cette dernière partie. En particulier, plusieurs candidates ont compris que la vérification préférable du fait que les surfaces (S) satisfont à l'équation est inutile et qu'il suffit de retrouver ces surfaces parmi les intégrales.

Dans un compte-rendu comme celui qui précède, on est fatalement conduit à insister sur les imperfections. Mais il n'en résulte pas que l'impression générale ne soit pas bonne, bien au contraire.

Sur quatre-vingt-dix-neuf notes, vingt-quatre valent au moins la moyenne (80 sur 160). Ces notes sont : 124, 124, 120, 116, 112, 112, 108, 108, 108, 104, 100, 96, 96, 96, 92, 92, 92, 92, 88, 88, 84, 84, 80, 80. Les vingt-quatre notes suivantes vont de 76 à 64, se pressant, nombreuses, vers la moyenne. Les quarante-huit qui viennent après s'échelonnent de 60 à 36. Les trois dernières sont : 32, 28, 24. Aucune n'est donc tout à fait nulle. La moyenne générale est 65,6, soit 8,2 sur 20.

Logique, Morale et Education (M. MILLOT). — On a le droit de penser que, pour la plupart tout au moins, les candidates n'ont éprouvé aucun trouble, ni même aucune étonnement, devant le sujet qui leur a été proposé cette année : « *Quel rôle faut-il accorder à l'expérience dans le domaine de la connaissance et dans celui de l'action ?* » Pour répondre à cette question d'une manière pertinente, il n'était nullement nécessaire de posséder des connaissances philosophiques très spéciales ; il suffisait d'avoir un peu réfléchi à l'évolution des différentes sciences, aux conditions de leurs progrès et à la manière de les enseigner ; il fallait aussi n'être pas restée tout à fait étrangère aux préoccupations et aux aspirations de la conscience de notre temps.

Il est alors assez surprenant que certaines candidates — et même des physiciennes — aient traité ce sujet en se bornant à des considérations extrêmement vagues et banales, sans rien dire du rôle de l'expérience dans la découverte de la vérité scientifique, sans citer aucun exemple et en paraissant ignorer totalement que les professeurs de sciences sont invités à faire des expériences devant leurs élèves et à diriger des manipulations. Ces copies vraiment trop vides et trop pauvres sont heureusement rares.

La plupart des candidates ont vu plus ou moins clairement les différents aspects de la question. Mais elles ont souvent le tort de s'attacher d'une manière trop exclusive à tel ou tel de ces aspects, sans faire un effort suffisant pour équilibrer les diverses parties de leur dissertation, si bien que celle-ci donne l'impression d'une étude incomplète, fragmentaire. Cette impression est particulièrement forte lorsque la conclusion fait défaut ou lorsqu'elle est composée de quelques réflexions hâtives, improvisées et, parfois, sans rapport bien net avec l'ensemble.

Plusieurs ont pris le mot expérience dans un sens trop étroit et se figurent que les sciences dites d'observation ne s'appuient pas sur l'expérience. Celles qui ont lu certains ouvrages, aujourd'hui classiques, de CLAUDE BERNARD, d'HENRI POINCARÉ, ont évité cette méprise. Cependant elles ne distinguent pas toujours assez nettement ce que nous devons attendre de l'expérience dans l'invention, puis dans la vérification de l'idée ou hypothèse. Elles se dispensent aussi trop volontiers de rechercher quelles précisions, quelles réserves peuvent être nécessaires. Accepterons-nous purement et simplement cette affirmation d'HENRI POINCARÉ : l'expérience est la source unique de la vérité ; elle seule peut nous apprendre quelque chose de nouveau ; elle seule peut nous donner la certitude ?

Assez nombreuses sont celles qui semblent n'avoir aucune opinion un peu précise sur le rôle de l'expérience dans le domaine de l'action. Les unes gardent tout à fait le silence sur cette question. D'autres ont songé seulement à ce que l'opinion commune peut offrir à cet égard et elles s'en tiennent à quelques remarques banales sur l'expérience de la mère de famille, celle du professeur ou du technicien. Elles n'ont même pas entrevu la possibilité de se demander dans quelle mesure on peut faire appel à une expérience pour éprouver les valeurs morales.

Mais nous avons la satisfaction de rencontrer quelques bonnes copies dans lesquelles nous trouvons unies à des connaissances assez étendues de précieuses qualités de pensée et d'expression. Ces candidates ont lu avec profit divers ouvrages de philosophie scientifique dont elles ont bien dégagé les idées essentielles. Elles ont su choisir des exemples « éclairants » parmi tous ceux que leur fournissait leur culture spéciale. Elles ont bien montré comment la théorie scientifique doit être de temps en temps modifiée, assouplie, pour rester d'accord avec l'expérience à mesure que celle-ci devient plus riche et plus précise. Quelques-unes ont le mérite d'avoir étudié l'aspect proprement moral du sujet avec autant de soin que l'autre et d'une manière aussi solide, aussi pénétrante. Elles savent ce que certains penseurs contemporains, entre autres FRÉDÉRIC RAUH, entendent par expérience de l'idéal moral ; elles comprennent l'intérêt et les difficultés du problème.

Sur 97 copies, 22 dépassent la moyenne ; 12 atteignent la moyenne ou s'en approchent beaucoup ; 30 plus ou moins médiocres sont notées de 8 1/2 à 7 ; 23 sont faibles et sont notées de 6 1/2 à 5. Enfin dix copies sont franchement mauvaises (de 4 à 1).

Epreuves orales.

Les leçons restent satisfaisantes. Elles le sont moins cependant qu'en 1934 puisque la dernière reçue de 1935 arrive à un total moindre que la dernière reçue de 1934, malgré une supériorité marquée à l'écrit. Quatre notes seulement sont inférieures à la moyenne 10 (9, 8, 8, 7). Les moyennes relatives à chacune des douze admissibles pour ses deux leçons s'échelonnent de 16,5 à 9. La moyenne des leçons du premier groupe (Arithmétique et Algèbre) est 13,3 ; celle des leçons du second groupe (Géométrie, Mécanique, Cosmographie), est 12,5.

La meilleure leçon du premier groupe (note : 18) porte sur l'équation :

$$a \cos x + b \sin x - c = 0 ;$$

les deux méthodes classiques sont fort bien préparées et présentées ; lorsque $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ est choisi pour variable, le cas où $(2k+1)\pi$ est racine est étudié avec soin ; l'autre méthode est précédée de l'étude des cas particuliers $a=0$, $b=0$, et de l'étude du changement de variable $x=y+\varphi$; enfin, l'interprétation géométrique de cette équation par l'intersection d'une droite et d'un cercle est esquissée intelligemment.

Une simple et pénétrante leçon sur la notion de fraction en Sixième a été notée 17, a pu compenser une leçon faible de géométrie descriptive, et valoir l'Agrégation à son auteur, un jeune professeur qui se trouve récompensé d'avoir médité sur le premier enseignement de l'arithmétique dans l'enseignement secondaire.

Deux leçons sur les séries à termes positifs ont obtenu les notes 14 et 12 ; la seconde était pourtant mieux composée que la première ; mais le souci de rigueur s'y montrait vraiment insuffisant ; exemples : après avoir prouvé que si deux séries de termes généraux u_n, v_n sont telles que $u_n \leq kv_n$, la série v_n étant convergente, la série u_n l'est aussi, la candidate ajoute que dans le cas où l'on aurait $u_n \geq kv_n$, la série v_n étant divergente, une « démonstration analogue » montrerait que la série u_n l'est aussi ; ce faux parallélisme entre les règles de convergence et les règles de divergence se retrouve à propos de la règle de d'Alembert ; une des raisons de cette faute est que seule la règle pratique au moyen de la recherche de la limite de $\frac{u_n + 1}{u_n}$ est obtenue et non le théorème de d'Alembert sous sa

forme plus générale, qui appelle les nuances ; l'exemple donné de la règle de Cauchy est une progression géométrique ; bien d'autres erreurs seraient à signaler ; la netteté du plan suivi a permis de ne pas les juger plus sévèrement.

Une leçon sur la tangente, la normale, la concavité, les points d'inflexion dans les courbes dont l'équation est résolue par rapport à l'une des coordonnées renfermait d'excellentes parties ; elle n'a pu être notée que 14 parce que notamment le rappel des propriétés des fonctions d'une variable a été parfois imprécis, que le langage au sujet de la formule de Taylor était peu nuancé, et que pour étudier la courbe $y = \frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$ au voisinage de l'origine, on a, sans explications, calculé y' et cherché la limite de cette fonction quand x tend vers zéro, au lieu d'étudier simplement $\frac{y}{x}$.

L'étude présentée au jury de la fonction homographique contenait, et au delà, toute la matière attendue, mais sans plan, sans soin ; les idées différentes étaient mélangées, les symétries mal étudiées, les exemples traités non pas directement, mais par application des formules du cas général.

L'étude de la fonction $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ a été plus médiocre encore :

une suite d'exemples sans lien, sans idées générales ; courbes tracées dès que les premiers renseignements étaient obtenus ; bien au contraire, construire une courbe, c'est chercher avec méthode des indications nombreuses et vérifier qu'elles se contrôlent ; en ce qui concerne l'étude générale, le calcul de $y' = \frac{a}{a'}$, qui peut être amené si naturellement et conduire à des résultats si importants, n'a pas été fait.

Une leçon fortement pensée sur la racine carrée en arithmétique a eu un bon début ; très vite elle a cessé d'être un effort pédagogique ; elle est même devenue difficile à suivre, et elle n'a obtenu que la moyenne ; mais la hauteur de vues de la candidate s'est manifestée d'une manière plus accessible à propos d'une leçon sur les trièdres égaux et symétriques ; certains passages difficiles ont même été limpides et la note 14 a pu être attribuée à la seconde leçon de cette candidate.

Signalons encore une bonne leçon d'arithmétique sur la division des nombres entiers mais avec un fléchissement au point de vue de la clarté dans l'étude du cas général de la règle.

Les leçons du second groupe, nous l'avons dit, ont été moins bonnes. Deux leçons sur l'hyperbole ont été jugées très faibles. La forme de la courbe n'est pas justifiée sérieusement ; l'étude des branches infinies est mauvaise ; les candidates ignorent qu'il est possible de définir un point à l'infini et la tangente en ce point, et cette observation concerne non seulement les candidates qui ont eu à traiter l'hyperbole, mais aussi celle qui a étudié les coniques à partir d'un foyer et de sa directrice. Il nous a cependant été possible d'attribuer la note 14 à cette dernière en raison de son louable effort pour étudier directement les trois coniques au moyen de la définition commune.

Une leçon sur l'équilibre du corps gêné n'obtient que la note 13 en dépit de ses qualités, parce qu'elle ne renferme aucun exemple et aussi parce que toute préoccupation d'ordre physique disparaît dans le cas du solide reposant sur un plan ; à ce sujet, on se reportera utilement au rapport de l'Agrégation masculine de 1934 (1).

Deux leçons de géométrie descriptive ont aidé leurs auteurs bien qu'une seule des deux candidates ait montré à un degré suffisant le soin matériel dont il importe, surtout en cette matière, de donner l'exemple aux élèves. La leçon sur le rabattement a été notée 11 ; il est essentiel de ne pas oublier qu'on rabat un plan sur un autre autour de leur droite commune, qu'on peut rabattre dans deux sens, que ce sens est fixé lorsqu'on a rabattu un premier point, qu'une projection d'un point et son rabattement se correspondent par affinité...

En ce qui concerne la cosmographie, rappelons que dans la leçon rela-

(1) Voir le *Bulletin* n° 88, page 89.

tive au mouvement apparent du Soleil sur la sphère céleste et à l'inégalité des jours et des nuits, on doit préciser chaque fois la sphère céleste sur laquelle on opère. Ainsi, le mouvement apparent du Soleil au cours d'une année est repéré en direction sur une sphère céleste Σ_1 (géocentrique ou locale), invariablement liée par rapport aux directions des étoiles. La discussion des inégalités des jours et des nuits en un point déterminé de la Terre nécessite l'emploi d'une sphère céleste locale Σ_2 , invariablement liée au système de référence local (plan horizontal et plan méridien) ; Σ_2 est mobile par rapport à Σ_1 . Au cours de la discussion du phénomène suivant les variations, de la latitude terrestre, on rappellera, en figurant la sphère terrestre ou l'un de ses méridiens, comment varie la direction de l'axe du monde, orienté vers le Nord par rapport aux axes locaux. La discussion mérite d'être poursuivie dans l'hémisphère austral de la Terre. Le calcul de la durée du jour en fonction de la déclinaison du Soleil et de la latitude du lieu est une application intéressante ; bien entendu on peut négliger dans ce calcul la durée du crépuscule.

La leçon sur les éclipses a été traitée d'une manière très sommaire, elle prête pourtant à d'intéressants développements que nous résumerons brièvement, en nous bornant aux éclipses de Lune :

Soit C l'intersection du cône d'ombre de la Terre par une sphère concentrique à la Terre et passant par le centre de la Lune ; soient encore, sur une sphère céleste Σ , géocentrique et invariablement liée aux directions des étoiles, c et l les figurations de C et du contour apparent de la Lune ; il s'agit d'examiner si c et l peuvent se couper. Or on voit aussitôt que l'éclipse, partielle ou totale, n'est possible que si la latitude du centre de la Lune est inférieure à une quantité qui, dans chaque cas, s'exprime d'une façon classique comme une somme algébrique des parallaxes et des demi-diamètres apparents du Soleil et de la Lune ; on voit encore que la distance sphérique du centre A de c à l'un des nœuds de l'orbite lunaire devra être inférieure à une quantité que l'on calculera aisément si l'on connaît en outre l'obliquité de l'orbite.

Pour étudier de plus près le phénomène, on imprime à Σ une rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan de l'écliptique, la mesure de cette rotation étant égale au moyen mouvement du Soleil ; on remplace aussi Σ par une sphère mobile Σ_1 sur laquelle c est fixe ; et la région utile de Σ_1 pourra être remplacée elle-même par une portion Π_1 du plan tangent à Σ_1 , en A . Sur Π_1 , A décrit un segment rectiligne d'un mouvement uniforme. Or, connaissant la position et la vitesse de A à un instant donné, il est facile de former des équations

$$r \cos \theta = x_0 + x'_0 t$$

$$r \sin \theta = y_0 + y'_0 t$$

qui fournissent les circonstances remarquables du phénomène : instants et points du disque lunaire où commence et où finit l'ellipse partielle ou totale, grandeur de l'ellipse partielle, durée maximum d'une éclipse en général. C'est d'ailleurs la méthode même qu'emploient les astronomes.

Les mêmes remarques s'appliquent à la prédiction géocentrique des

éclipses de Soleil ; bien entendu la prédiction locale de ces éclipses, comme celle des phénomènes analogues (passages, occultations) reste en dehors du programme de la leçon.

L'emploi de Σ_1 présente un autre intérêt : il introduit naturellement la notion de révolution synodique. On observera alors que 19 révolutions synodiques du nœud (soit 6.585 jours 78) équivalent à 223 révolutions synodiques de la lune (soit 6.585 jours 32), et à l'aide encore de Σ_1 , on en déduira aisément l'existence du Saros.

Le moment est venu de conclure. Comme les précédents jurys, le jury de 1935 peut témoigner de la haute et sévère tenue de l'Agrégation des sciences mathématiques des jeunes filles, de la valeur scientifique des nouvelles Agrégées, et des qualités professionnelles qu'il a reconnues chez elles en puissance. Il voudrait aussi apporter des paroles d'encouragement à bien des candidates malheureuses et, en particulier, reconnaître le mérite des 9 premières candidates qui n'ont pu figurer sur la liste des admissibles. Leurs totaux, de 324 à 312, dépassent la moyenne (300), et non seulement leurs notes dans chacune des matières scientifiques (coeff. 8, moyenne 80), sont souvent supérieures à 100 et s'élèvent jusqu'à 124, mais leurs notes de philosophie (coeff. 6, moyenne 60) sont également satisfaisantes ; il n'en est pas de mauvaise, la meilleure est 84.

Sans doute, se demande plus d'un lecteur, la question de l'évolution de l'Agrégation féminine va-t-elle être maintenant abordée. Je me bornerai, sur ce sujet, à résumer quelques vues personnelles en disant que les changements à apporter à un concours sont affaire d'expérience plus que de principe, que l'expérience a maintes fois commandé la prudence, et que demain, toutes les circonstances nouvelles, tous les résultats acquis continueront à être l'objet d'une observation attentive.

L'Inspecteur général, Président du Jury,

Th. LECONTE.