

6. Les sujets des compositions de mathématiques et les épreuves orales aux différents examens et concours

Bourses. — M. ROBY donne lecture de son étude critique :

MES CHERS COLLÈGUES,

Dès que les sujets du concours de 1934 ont été connus, votre Comité décida de protester contre le choix de certains d'entre eux, sur l'observation de M. DECERF que, « une fois de plus, les épreuves de mathématiques pour les 1^{re} et 2^e séries... ne tiennent aucun compte des programmes... de l'Enseignement secondaire » (Voir *Bulletin*, n° 84, p. 129). A cette protestation et à une communication de M. ARNOUX (Lycée de Digne) sur le concours de 1935, se bornent les documents dont j'ai pu faire état, et auxquels j'ajouterai quelques observations de mon collègue M. MEUNIER, d'un professeur de Septième et d'une Directrice de Lycée. Les remarques qui suivent n'ont donc guère que la valeur d'opinions personnelles.

Je reviendrai sur les deux premières séries. Pour les suivantes, les problèmes sont, en général, assez simples pour être traités à la date du concours ; cependant, les professeurs ne sont pas liés par l'ordre du programme ; par exemple, le système métrique pourrait n'être traité en Cinquième que dans la seconde moitié de l'année ; la géométrie pourrait, à la date de l'examen, être peu avancée en Quatrième ou en Troisième ; il serait sans doute préférable de placer le concours vers la fin de l'année scolaire de façon à permettre un examen plus sérieux des candidats. C'est également pour établir un jugement mieux motivé que M. ARNOUX, à propos du récent problème de la 3^e série, demande une gradation mieux observée dans la difficulté des parties successives d'une épreuve.

Cette gradation ne semble pas être suffisamment suivie non plus d'une série à l'autre. Un problème d'arithmétique de 1^{re} série (entrée en Sixième) et celui de 4^e série (entrée en Troisième) consistent à ranger des parallélépipèdes rectangles dans une boîte ; or, le second est certainement plus facile pour des élèves de Quatrième que le premier pour des enfants de Septième. De même, les questions proposées pour l'entrée en Seconde sont peut-être un peu trop faciles ; au contraire, le problème de 4^e série sur un « quadrilatère isocèle » donnant lieu à des discussions de détermination, d'ailleurs très intéressant, semble vraiment trop délicat pour des débutants en géométrie.

Très partisan des problèmes portant sur des données pratiques, qui permet-

tent de juger un peu le bon sens et l'ingéniosité des candidats, je regrette cependant que le désir louable de rester dans les limites des programmes puisse conduire à des énoncés qui ne se présenteraient guère en réalité. Ainsi il ne me paraît pas nécessaire d'imaginer un emballage de savons dans des caisses de dimensions minima pour prétexter la recherche d'un P.P.C.M. De même, s'il n'était trop long et hors programme, le problème de 2^e série consistant en une correcte recherche de prix de revient me paraîtrait fort préférable à celui de la 3^e série où le texte demande de « tirer parti » d'une « multiplication maladroite ». Cette multiplication, d'ailleurs, est celle de 25 ares 84 par 1 cm. 5 (*sic*) ; j'entends bien qu'il a paru nécessaire de rappeler les noms d'unités du système métrique ; mais nous devons insister sur la cohérence des unités de ce système (c'est un de ses objets essentiels), faire comprendre qu'une grandeur ne peut être multipliée que par un nombre et qu'une mesure est un nombre, un rapport de grandeurs de même espèce ; nous retrouvons à chaque pas cette notion, dans la correspondance entre les arcs et les angles, entre les longueurs, les aires, les volumes. N'est-il pas à craindre que de tels énoncés soient gênants précisément pour les bons élèves ? et dangereux comme cette « méthode » dite « cacographique » des anciens grammairiens qui consistait à mettre, sous les yeux des enfants, des textes dont ils devaient rectifier l'orthographe systématiquement faussée ?

Et cela me conduit à vous rappeler que notre Association se propose toujours d'unifier les notations. Or, je relève dans ces énoncés des données telles que « 3 hectares, 6 ares, 5 centiares », les noms écrits en toutes lettres et cependant avec des virgules ; mais aussi « 25^{ares} 84 », sans virgule ni indication du sous-multiple, — de même pour « 7 cm. 2 », « 5 cm. 8 », — et, chose plus grave, « 9 h. 25 », « 10 h. 40 », sans indication des minutes. Espérons qu'il n'y a là que des erreurs matérielles, auxquelles nous ajouterons celles-ci, non discutables : en 5^e série, l'énoncé de géométrie et celui d'algèbre ne sont même pas séparés par un signe quelconque, de sorte que les questions d'algèbre numérotées 1^{re}, 2^e, 3^e, semblent, à première vue, constituer tout le problème : de plus, au numérateur d'une fraction algébrique, « xz » au lieu de « xy », transformait un problème délicat en une question dépourvue de sens.

Enfin, quoique les concours de 1935 ne soient pas à l'ordre du jour, permettez-moi de citer quelques observations de M. ARNOUX touchant le problème de 4^e série. Il y est question d'un avion émettant, de 8 sec. en 8 sec., des signaux sonores dont la fréquence est notée par des « postes d'écoute » placés en avant ou en arrière de l'avion : initiation très intéressante à l'étude de l'effet Doppler-Fizeau. Les deux premières questions sont trop faciles ; la 3^e et la 4^e paraissent d'une excessive difficulté. Mais surtout — et nous retrouvons les critiques précédentes — la considération d'un avion ne peut que gêner les élèves ; en effet, les distances qui interviennent sont de l'ordre de 300 à 900 mètres ; c'est-à-dire de l'ordre des altitudes où se tiennent les avions actuels ; les écouteurs étant évidemment supposés au sol, l'altitude de l'avion n'est pas négligeable. M. ARNOUX aurait préféré qu'on utilisât le passage d'un train devant une gare, quitte à diviser par 4 la vitesse de l'émetteur ; je suis assez de son avis, dussé-je vous paraître bien peu moderne !

Il nous reste à examiner les problèmes du concours commun, c'est-à-dire de 1^{re} et 2^e séries. Malgré la mobilisation ingénieuse d'une *fermière* et de son *petit garçon* qui marche d'un pas régulier et ne perd pas de temps, mais oublie son porte-monnaie quand il va faire une commission à l'épicerie du village, le

problème de 1^{re} série est le type de la question « faussement pratique ». C'est le genre — déplorable — des « problèmes de courriers », qui permet de juger uniquement que le candidat « en a fait au moins quarante pareils » dans l'année. Il paraît que 20 0/0 environ des candidats ont résolu la question ; qu'il y ait, parmi les heureux, très peu d'élèves de Septième, ne suffirait certes pas pour motiver la protestation du Comité de notre Association ; mais un professeur de Septième m'a confié y avoir passé plus d'un quart d'heure le jour du concours ; et il y avait un 2^e problème — mieux choisi d'ailleurs, mais exigeant un dessin soigné : les malheureux enfants n'avaient que 50 minutes pour comprendre (!) les énoncés, résoudre les questions, recopier, dessiner — et relire : c'est inacceptable.

Pour la 2^e série, la question qui se pose est, une fois de plus, celle des programmes. Les candidats sont aussi bien des élèves de Sixième que des élèves de l'Enseignement primaire. Le programme de Sixième comprend les opérations sur les nombres entiers et les fractions, et des exercices sur les grandeurs représentées (?) par ces nombres. Or, le premier problème consiste à comparer les prix de revient de 860 tonnes de charbon (système métrique, programme de Cinquième) acheté 3 livres sterling (ce qui n'est d'aucun programme) la tonne, — compte tenu du change (!!!) et de remises pour achat au comptant ou de l'intérêt pour achat à terme (programme de Cinquième, et encore !). Le second problème propose un partage de propriété agricole avec égalisation des parts en argent. Ce sont d'excellents problèmes d'écoles pratiques ou de cours complémentaires ; d'ailleurs, dans un Lycée qui comprend une E.P.S. annexée, cette composition, donnée à titre d'expérience, n'a guère été traitée que par les élèves de l'Enseignement primaire, et n'a pas pu être achevée à cause de sa longueur démesurée.

Il y a là, mes chers Collègues, une tendance contre laquelle nous devons protester ; le concours est « commun », il devrait permettre de discriminer, d'orienter, au moins provisoirement, les candidats : sous la forme de 1934 il ne permet que d'éliminer ceux qui ne l'ont pas réussi ; il ne répond pas à son objet. Pour les séries 3 à 6, il serait utile — et pour la même raison — que les programmes eussent été vus en entier, et que les questions fussent mieux graduées. Enfin, les notations des mesures devraient être uniformisées.

Un échange de vues a lieu sur les difficultés provenant des confusions de langage sur la multiplication par des grandeurs au lieu de nombre.

Puis le Président remercie M. ROBY de son étude et soumet les propositions suivantes du rapporteur, que l'Assemblée adopte à l'unanimité :

1) *L'Association des Professeurs de Mathématiques émet le vœu que les problèmes de l'examen des Bourses présentent plusieurs parties de difficulté croissante, et se tenant, pour les 1^{re} et 2^e Séries, dans les limites les plus réduites des programmes des classes auxquelles appartiennent les concurrents,*

2) *L'Association des Professeurs de Mathématiques, en vue de permettre des appréciations bien motivées, émet le vœu que les épreuves soient reportées vers la fin de l'année scolaire, et que, en tout cas, un programme détaillé soit établi pour les diverses Séries.*

3) *L'Assemblée générale met à l'étude les notations relatives aux mesures en général, et les notations de système métrique qui ne sont pas spécifiées dans la loi du 4 avril et le décret du 26 juillet 1919.*

Baccalauréat. — M. BENOIT donne lecture de son étude critique :

MES CHERS COLLÈGUES,

J'adresse d'abord mes remerciements à MM. H. DUMAS, Louis GÉRARD, MAUPIN, TROUILLAS, MINOIS et à Mme MINOIS, qui ont apporté leur contribution à l'étude dont je suis chargé. Mes correspondants, comme vous le voyez, n'ont pas été nombreux. Est-ce l'indice du fait que, cette année, les sujets proposés au Baccalauréat ont appelé moins de critiques ? Probablement. Mais c'est aussi une conséquence de l'un de nos travers : nous ne manquons pas, dans nos conversations entre collègues, de laisser éclater l'indignation que provoquent en nous les sujets de compositions que nous jugeons déraisonnables ; mais là se borne trop souvent notre action ; nous comptons, pour le reste, sur l'œil scrutateur du rapporteur ! Le rapporteur fait ce qu'il peut ; mais il ferait mieux si vous l'aidiez un peu plus !

Quoi qu'il en soit, le Bureau de votre Association, à la recherche du procédé permettant de donner à cette partie de son activité le maximum d'efficacité, a adopté cette année la méthode suivante. Les observations auxquelles ont donné lieu les sujets proposés au Baccalauréat dans chaque Faculté ont fait l'objet d'une lettre adressée au Doyen de cette Faculté. Dans le rapport que j'ai à vous faire, je n'ai donc qu'à rassembler les plus importantes des remarques qui ont, dès à présent, été déjà communiquées aux intéressés.

Vous savez que, d'après les Instructions du 13 décembre 1928, chaque question de cours doit être choisie de telle façon que sa rédaction n'excède pas le quart de la durée de l'épreuve. Or, il n'est évidemment pas possible de traiter en trois-quarts d'heure les questions suivantes :

« *Cas d'égalité des trièdres* » (Caen, Poitiers, Clermont, Rennes).

« *Progressions arithmétiques et progressions géométriques* » (Clermont).

« *Sections planes d'un cône de révolution* » (Lille, Rennes).

D'après les mêmes Instructions, chaque question de cours doit être choisie de telle façon que le sujet à traiter soit très nettement délimité. Il importe en effet que le libellé de la question indique nettement au candidat ce qu'on attend de lui, et au correcteur ce qu'il peut et doit exiger du candidat. Les questions suivantes ne remplissaient évidemment pas cette condition :

« *Similitude dans le plan* » (Bordeaux, 2^e Partie).

« *Inversion. Propriétés de deux figures inverses* » (Poitiers, 2^e Partie).

« *Symétrie par rapport à un plan* » (Caen, 1^{re} Partie).

Ainsi, dans cette dernière, si l'on attendait du candidat qu'il démontre l'égalité de deux figures symétriques d'une même troisième par rapport à deux plans distincts, il convenait de le dire.

Je persiste à estimer (j'en ai donné les raisons dans mon rapport de l'an dernier) que la question ainsi libellée : « *Définition commune aux trois coniques au moyen d'un foyer et d'une directrice* » (Lille, Nancy), est une question qui, bien qu'extraite textuellement du programme, est mal posée.

De même, je redirai cette année que la notion de « *perpendiculaire commune à deux droites* », qui fait le sujet d'une question de cours posée à Alger, et à laquelle il est fait appel dans les problèmes posés à la 1^{re} Partie en juillet à Bordeaux et à Grenoble, est en dehors du programme de Première ; et j'appuie mon opinion sur les Instructions du 2 septembre 1925 qui recomman-

dent de donner cette notion aux élèves de la classe de Mathématiques à l'occasion du cours de géométrie descriptive.

La question suivante a été posée à Lille, à la 1^{re} Partie :

« Progressions arithmétiques. Somme des n premiers nombres entiers. Somme des n premiers nombres impairs. Somme des carrés des n premiers nombres entiers. »

La dernière partie de cette question figurait dans les programmes de 1902 pour la classe de Mathématiques ; mais elle ne figure plus nulle part dans les programmes actuels.

De même, la question suivante déborde, à mon avis, le cadre du programme de Première :

« Variation de $y = 2 - \frac{3}{2x+3}$; représentation graphique ; axes de symétrie de la courbe » (Grenoble). La mise en évidence des axes de symétrie nécessite en effet que l'on sache que, par rapport à des axes de coordonnées convenablement choisis, l'équation de la courbe serait de la forme $Y = \frac{a}{X}$. Or l'étude de la translation des axes de coordonnées ne fait pas partie du programme de Première. C'est au sujet du « Rappel des variations et représentations graphiques des fonctions précédemment étudiées » qu'on est conduit, dans la classe de Mathématiques, à compléter l'étude faite en Première par l'étude de la réduction de l'équation de la courbe qui représente un trinôme du second degré ou une fonction homographique.

Je signalerai enfin la question suivante, posée à Paris :

« Quotient entier et reste de la division de deux entiers : les deux définitions classiques, leur équivalence ; quotient d'un nombre par un produit. »

La dernière partie n'est pas traitée dans le cours de bien des professeurs, et un très bon candidat, s'il ne sait pas que, au lieu de $r < b$, il faut écrire $r \leq b - 1$, ne peut pas l'improviser à l'examen.

Voilà pour les questions de cours. Occupons-nous maintenant des problèmes.

Il y a d'abord un certain nombre d'énoncés que de légères retouches auraient utilement améliorés.

Ainsi, dans le problème proposé en juillet à la 1^{re} partie à Nancy, on désignait par $a b c d$ un carré dont a et b étaient deux sommets opposés ; c'est contraire à l'usage.

Dans l'énoncé du problème posé à la 2^e Partie en juillet à Alger, après un préambule dans lequel il était dit que l'on désignait par C une conique de centre O et de foyers F et F' , on lisait :

« C est une ellipse. Tout point M de C , autre que les sommets du grand axe, est le foyer de deux paraboles passant par F et F' et dont les directrices sont les tangentes au cercle principal aux points M' et M'' où ce dernier est coupé par la perpendiculaire menée de M à l'axe focal. Ces directrices et la tangente en M à l'ellipse concourent en M_1 sur l'axe focal FF' . »

« On mène à ces paraboles des tangentes parallèles à FF' ; trouver le lieu des points de contact quand M parcourt l'ellipse. »

Dans une classe de Mathématiques où ce problème a été, récemment, donné comme devoir, la plupart des élèves ont compris que, dans tout ce paragraphe,

on leur demandait uniquement de « trouver le lieu des points de contact », mais que tout ce qui précède constituait une collection de renseignements qu'on leur fournissait et dont ils pouvaient faire usage sans avoir à les établir. Tel n'était évidemment pas le point de vue de l'examineur. Il eût alors convenu de rédiger ainsi le passage cité :

« On suppose que la conique C est une ellipse. Démontrer que tout point M de C, ...etc... Démontrer que ces directrices et la tangente en M à l'ellipse... etc... »

A Alger encore, dans le problème proposé en juillet à la 1^{re} Partie, il était question d'un « point P d'abscisse $OP = x$ ». Il eût convenu, en vue d'éviter, comme le recommandent les Instructions du 2 septembre 1925, les confusions qui se produisent quand les mesures arithmétique et algébrique sont représentées par le même symbole, d'écrire $\overline{OP}$ au lieu de OP.

Une remarque du même ordre doit être faite au sujet du problème proposé à la 2^e Partie à Toulouse en juillet. On y lisait en effet ceci :

« Sur l'axe $x'Ox$, on considère un point M défini par la mesure x du segment OM. » L'adjonction du mot « algébrique » après le mot « mesure » aurait utilement précisé la nature de x .

Dans le problème proposé à la 2^e Partie en juillet à Paris, il était question des triangles ABC ayant tous pour cercle circonscrit un même cercle donné et pour centre de gravité un même point donné ; et la première question posée à leur sujet commençait ainsi :

« On se donne A ».

Il fallait comprendre : « On se donne le point A ». Mais il est des candidats qui ont compris : « On se donne l'angle A » et qui, par la faute d'une imperfection de l'énoncé, ont complètement déraillé.

Après avoir étudié la rédaction des énoncés, nous allons voir que certains d'entre eux entraînaient le candidat hors du programme. Ainsi, la 3^e partie du problème proposé en octobre à Nancy au Baccalauréat de Première B, revenait à l'étude de la variation de la fonction

$$z = (x^2 - mx)^2 + x^2 ;$$

l'étude de la fonction bicarrée est-elle donc au programme de Première ? De même, dans le problème proposé à Dijon à la 2^e Partie, en juillet, on demandait d'étudier l'équilibre d'une barre dont une extrémité s'appuyait avec frottement sur un mur. Or, ce n'est qu'au sujet de l'équilibre d'un point matériel qu'il est, dans le programme, question de frottement.

Plusieurs des problèmes posés à la 1^{re} Partie mettaient le candidat en présence de questions dont l'aspect était vraiment rebutant pour sa jeune expérience ! Tel était celui qui a été posé à Rennes en juillet et dans lequel on demandait d'étudier les variations des fonctions suivantes de la variable p :

$$x^3 = \frac{pq}{pq + p + q} h^3 \quad \text{et} \quad y^3 = \frac{pq + q}{pq + p + q} h^3$$

N'aurait-il pas été humain de remplacer la lettre q par un nombre donné ?

Tel était encore le problème, d'ailleurs beaucoup trop long, posé à Strasbourg en juillet. On y demandait de « déterminer la fonction $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ qui prend les valeurs numériques $y = +1, -1, 0$ pour les valeurs respectives $x = -1, +1, k$ ». On était conduit à un système de trois équations à

quatre inconnues devant lequel le candidat devait se trouver bien embarrassé. N'aurait-on pas pu l'aider un peu en l'invitant, par exemple, à calculer trois des coefficients inconnus en fonction du quatrième ? Cette aide s'imposait d'autant plus qu'il était indispensable d'avoir traité cette partie (qui, dans l'énoncé, était le 2°) pour pouvoir aborder le 3° et le 4°.

Le problème proposé à Caen en juillet était du même genre. On y demandait de « déterminer les fonctions $y = \frac{ax + b}{a'x + b'}$, telles qu'à tout couple de valeurs x_1 et x_2 liées par la relation $x_1 x_2 = 1$ corresponde pour y deux valeurs liées par $y_1 + y_2 = 0$ ». Cela revenait à déterminer a, b, a', b' de telle façon que l'on ait, quel que soit x_1 ,

$$(ab' + ba')x_1^2 + 2(aa' + bb')x_1 + ab' + ba' = 0.$$

D'abord, les élèves de Première savent-ils que, pour qu'un polynôme en x_1 soit nul pour toute valeur de x_1 , il faut que tous ses coefficients soient nuls ? C'est un point bien délicat du programme de la classe de Mathématiques. Et en tout cas, si le candidat savait cela, il était conduit à résoudre le système suivant de deux équations à quatre inconnues :

$$\begin{cases} ab' + ba' = 0 \\ aa' + bb' = 0 \end{cases}$$

tâche d'un aspect bien embarrassant pour lui !

J'en arrive maintenant à des problèmes qui ont soulevé de vives protestations. D'abord celui qui a été posé en octobre à la 2^e Partie à Besançon. Son énoncé commençait ainsi : « La sinusöide $y = \sin x$ et la parabole $y^2 = \frac{2}{\pi} x$ se rencontrent en deux points. On considère uniquement celui qui est le plus proche de l'origine et on demande quelle est son abscisse. » Or, les deux courbes en question avaient, non pas deux points communs, mais trois, parmi lesquels l'origine O. Le plus proche de l'origine n'est-il pas le point O lui-même ? Ce n'est pas à lui que pensait l'auteur de l'énoncé. En tout cas, la recherche des abscisses des points communs aux deux courbes revenait à la résolution de l'équation

$$\sin^2 x = \frac{2}{\pi} x.$$

C'était une devinette ! Et, malheureusement, la suite du problème ne pouvait être abordée que si cette première question avait été résolue.

Quant au problème proposé à Rennes en octobre à la 2^e Partie, il est manifeste qu'un professeur qui sait ce que peuvent produire en deux heures les meilleurs élèves des classes de Mathématiques n'aurait jamais posé un problème tel que celui-là. Il s'agissait de calculer les éléments d'un triangle ABC connaissant les rayons R et r du cercle circonscrit et du cercle inscrit et la différence d des côtés AC et AB, puis de construire le triangle géométriquement à partir des mêmes données. La partie trigonométrique supposait aux candidats une habileté et un coup d'œil qu'on ne peut guère exiger d'élèves initiés à la trigonométrie depuis moins d'un an ; quant à la deuxième partie, elle était beaucoup trop difficile et nécessitait une véritable érudition géométrique bien au-dessus du niveau du Baccalauréat.

J'aurais encore à vous parler de quelques problèmes, et, parmi eux, de celui qui a été posé à la 2^e Partie à Poitiers, en octobre, problème intéressant, mais beaucoup trop long et conduisant à des discussions bien délicates ! De

celui aussi qui a été proposé à la 2^e Partie en octobre à Clermont, problème dans lequel il était question d'une droite passant par un point I commun à deux cercles qu'elle coupait par ailleurs respectivement en K et L, et dans lequel il fallait, paraît-il, (bien que l'énoncé n'en dise rien) se borner à envisager le cas de la figure jointe au texte, laquelle montrait le point I entre K et L. Mais je ne veux pas allonger exagérément ce rapport, et j'arrive à la conclusion.

Beaucoup de problèmes posés au Baccalauréat sont trop longs et trop difficiles. Cela résulte de ce qu'on se rend souvent imparfaitement compte de la difficulté d'une question qu'on a élaborée soi-même. Il m'arrive de rédiger un énoncé, d'être assez satisfait de ma rédaction, et de ne plus la trouver à mon goût quand je la relis un an après, par exemple : c'est qu'avec du recul les difficultés réapparaissent. Je pense alors que les sujets seraient mieux préparés si deux professeurs, et non pas un seul, y travaillaient, l'un fournissant l'idée et un premier projet de rédaction, l'autre abordant ensuite la question avec un esprit neuf et provoquant les retouches. D'une telle collaboration — et elle s'est déjà rencontrée — pourraient, je crois, sortir des énoncés dont la mise au point serait irréprochable ; et le rapporteur n'aurait plus qu'à vous inviter, chaque année, à vous réjouir avec lui de cet heureux état de choses.

L'Assemblée renouvelle son vœu de l'an dernier touchant la rédaction des programmes et la limitation précise des questions qui pourront être exigées des candidats au Baccalauréat :

L'Association des Professeurs de Mathématiques demande que soit publié un programme détaillé, précisant nettement pour les mathématiques les questions qui doivent être connues des candidats aux deux parties du Baccalauréat. Ce programme pourra être distinct du programme des classes correspondantes,

et elle fait observer qu'une rédaction trop brève des programmes d'études, ne correspond nullement, comme pourrait le croire une personne non renseignée, à un allègement de l'enseignement, mais, au contraire, à une surcharge pour les élèves, les maîtres étant dans la nécessité de prévoir plusieurs interprétations possibles d'un texte non suffisamment explicite.

Puis M. DESFORGE rappelle que M. le Directeur de l'Enseignement secondaire a conseillé à notre Association de préciser elle-même la rédaction de certaines parties des programmes de mathématiques (1) et que MM. BENOÎT et DELCOURT recueilleront les communications qu'on voudra bien leur adresser à ce sujet.

Grandes Ecoles. — M. THIBERGE donne lecture de son étude critique :

MES CHERS COLLÈGUES,

J'avais cru, l'an dernier, pouvoir écourter mon rapport, me félicitant que ceux des années précédentes eussent atteint leur but, espérant que désormais la rubrique serait close, souhaitant au moins que ma modération garantît, au

(1) Voir les *Bulletins* n° 85, page 167 et n° 87, page 51.

regard des examinateurs, mon impartialité complète et mon seul désir de servir les intérêts de tous, examinateurs, maîtres et candidats.

Je fus alors critiqué par un de nos collègues, qu'une très longue expérience n'a pas désabusé et qui conserve l'esprit acéré de la plus espiègle jeunesse ; je ne puis suivre M. GÉRARD : si les questions matérielles ou formelles se jugent objectivement, une opinion sur le fond reste subjective, une critique sur le fond reste critiquable et risque de déprécier l'ensemble de notre enquête auprès de ceux qui, par leurs fonctions, attendent de ses résultats quelques éléments de progrès.

Mon contradicteur ne s'intéresse pas aux détails d'un problème : si le lieu des pieds des normales abaissées de O sur les courbes d'une famille est un cercle, « ça n'a pas d'importance » ; si, parmi ces courbes, des quartiques en général et assez quelconques, on rencontre une strophoïde, « ça n'a pas d'importance » ; il va jusqu'à reprocher à la *Revue de Mathématiques Spéciales* d'avoir fait « un tas de constructions » pour tenir compte des observations de l'examineur, ce en quoi il a tort, car la solution de la *Revue* est antérieure à la publication du rapport de cet examineur. Il me paraît indispensible, au contraire, d'étudier les questions à fond, de tenir toute particularité pour digne d'être mentionnée, surtout si elle est susceptible d'une explication géométrique simple : l'élève a trop tendance à bâcler, la tâche de l'éducateur est de réagir contre cette facilité. S'intéresser à une tangente remarquable, à une parabole asymptote, etc., ce n'est pas forcément pour perfectionner un tracé, c'est surtout pour discipliner une volonté et l'astreindre à ces menus efforts quotidiens grâce auxquels on entretient sa vigueur intellectuelle.

Mon contradicteur dit encore : « Dans un problème d'analytique, il faut donner la préférence à la solution analytique, à moins qu'elle ne soit trop compliquée. » Convenons-en, c'est une conception périmée de la séparation des genres ; il n'y a plus en 1935 de problème d'analytique, il y a un énoncé révélant un certain nombre de faits à démontrer, et l'on a le droit absolu de choisir, par goût autant que par commodité, le mode géométrique ou le mode analytique, ou de progresser par l'aide alternée de l'un et de l'autre, comme le recommandait judicieusement un énoncé récent (Professorat des Ecoles Normales, 2^e Partie, Sciences, 1933).

Je m'excuse d'avoir utilisé mon critique pour préciser quelques idées familières à la plupart d'entre nous et j'arrive à l'objet de ce rapport. Cette année, la matière en est riche ; or, un seul collègue, M. MAGRON, a bien voulu me faire part de ses doléances ; d'autres collègues pourraient cependant nous faire d'intéressantes communications, par exemple M. BARBOTTE, au sujet du problème de mécanique des Ponts-et-Chaussées.

L'Institut National Agronomique est entré récemment dans la voie des Spéciales ; son programme est encore timide, ses épreuves le sont moins et M. MAGRON les critique. On a proposé en 1934 la recherche des limites des deux expressions

$$A = \frac{1}{t} \left(1 - e^{-\frac{t}{2}} \cos \frac{t\sqrt{3}}{2} \right), \quad B = \frac{1}{t^2} \left(1 - 2e^{-\frac{t}{2}} \cos \frac{t\sqrt{3}}{2} + e^{-t} \right),$$

quand t tend vers zéro ; sans doute, la première n'est que la définition même d'une dérivée, mais la seconde semble inviter à un développement limité et cette notion est hors du programme. Il faut peut-être trop d'ingéniosité pour écrire

$$B = A^2 + \frac{e^{-t}}{t^2} \sin^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

et en conclure que, si A tend vers $1/2$, B tend vers 1 . Soyons tous d'accord avec les collègues intéressés pour exprimer le vœu que le programme comporte explicitement les développements limités, capables de donner à des questions si élémentaires, et d'ailleurs légitimes, des solutions bien plus naturelles.

L'Ecole Normale offre, pour son problème fondamental d'une durée de six heures, un texte victime de deux erreurs typographiques. Dès le début, il s'agit de deux sphères, de centres A_0 et A , sur lesquelles deux points M_0 et M se correspondent, les rayons A_0M_0 et AM faisant un angle donné θ ; l'énoncé porte OM au lieu de AM ; comme nul point O n'est encore intervenu, pas même à titre d'origine d'axes de coordonnées, les candidats rectifient aisément. Mais plus loin, D désignant la droite M_0M et Δ l'intersection des plans tangents en M_0 et M , on demande l'enveloppe de D dans un plan passant par A_0A et l'on annonce que cette enveloppe sera une conique; or, l'énoncé porte Δ au lieu de D , le résultat promis se refuse, et surtout vers la fin du problème, cette erreur arrête plusieurs des meilleurs candidats.

Maints professeurs, intéressés à l'enseignement des Spéciales, ont insisté de longues années pour obtenir la publication des rapports des examinateurs de l'Ecole Polytechnique; plusieurs trouvent aujourd'hui que notre Association pourrait bien éviter la dépense de leur reproduction. Tels quels, cependant, ces rapports me paraissent prêter à d'utiles réflexions.

La seconde composition de Polytechnique en 1934 traite d'une famille de paraboles définies par une propriété différentielle; un calcul naturel conduit à leur équation ponctuelle; mais les propositions ultérieures ne sont pratiquement abordables que si l'on reconnaît en cette famille un faisceau linéaire tangentiel: or l'énoncé ne le demande pas. Mais le rapport du correcteur reproche aux candidats de n'avoir pas su utiliser ce fait et d'« être peu familiarisés avec les coordonnées tangentielles ». Nous reportant au programme, nous ne lisons pas même le mot de coordonnées tangentielles, à sa place naturelle après les coordonnées homogènes ponctuelles, mais seulement et très modestement, la condition de contact d'une droite et d'une conique, en se limitant au cas où celle-ci est définie par son équation *réduite*. Bien plus, si le programme porte « notions succinctes sur les coniques d'un faisceau linéaire » il ne peut viser qu'un faisceau linéaire ponctuel, car il achève: « ces coniques déterminent sur une droite quelconque une involution ». Il n'est nullement question de tangentes communes à deux coniques, ni de faisceau linéaire tangentiel, ni même de transformation par polaires réciproques et de principe de dualité.

J'entends bien que ces idées générales sont agitées, et fort heureusement, dans tous les cours, mais un examinateur sort de son droit en faisant grief aux candidats de ne pas les utiliser avec aisance. Faut-il encore rappeler les termes du rapport présenté par M. VESSIOT à la Commission interministérielle de 1925? « ...Au regard des programmes, le devoir des examinateurs est plus impérieux que celui des professeurs. Ces derniers peuvent, suivant le niveau et les aptitudes de leurs élèves, leur donner sur bien des questions des éclaircissements plus ou moins complets des développements plus ou moins étendus. Mais le fait que certains cours déborderaient ainsi le programme en divers points, qu'il en serait de même de tel ou tel ouvrage d'enseignement, ne saurait autoriser les examinateurs à conclure que le programme a pris par là une extension effective. Les

examineurs doivent respecter strictement l'esprit et la lettre du programme. »

J'ai lu attentivement la copie conforme, relevée avec l'autorisation de M. le Directeur des Etudes de l'Ecole Polytechnique, d'une solution de candidat qui avait paru digne d'être publiée. J'y ai lu ceci : « *on sait que* (1) le lieu des pôles d'une droite fixe par rapport aux coniques d'un faisceau linéaire tangentiel est une droite ». Et l'on ne se préoccupe pas de déterminer cette droite par deux points particuliers. Et encore ceci : « *on sait que* l'enveloppe des polaires d'un point fixe est une conique ». On ne se préoccupe ni de placer cette conique qui pourtant avait un bon nombre de points et de tangentes remarquables, ni de discuter son genre, ni de préciser ses cas de décomposition. Or cette copie obtient la note 19.

Sans doute le candidat précité, brillant major, mérite-t-il une confiance absolue. S'il dit : « *on sait que...* », il sait sûrement le démontrer, mais justement toute la question n'est-elle pas de le démontrer, puisque le résultat n'est pas au programme ? Et ne peut-on imaginer tel autre candidat, de mémoire aussi fidèle, mais moins solide ou surtout moins sincère, qui produise cette affirmation « *on sait que...* » avec la même énergie pour éviter d'avoir à la justifier ? Sa dérobade recevra-t-elle le même prix que la sûre érudition du premier ?

L'énoncé demande ensuite le lieu des points où passent deux paraboles faisant un angle donné, puis les trajectoires orthogonales de ces paraboles ; les équations de ces lieux s'obtiennent naturellement à partir de l'équation différentielle même ; mais faut-il se borner à ces équations, ou construire les courbes correspondantes, comme notre enseignement le recommande toujours ? L'auteur de la copie signalée s'arrête aux équations et sans doute le correcteur avec lui, si l'on en juge d'après la note. N'est-il donc pas aussi simple de préciser dans l'énoncé : former les équations des lieux et — suivant le cas — construire, *ou ne pas construire*, ces lieux ? Ici la différence a pour enjeu une demi-heure, au bas mot. On m'a suggéré que peut-être ces raccourcis de rédaction sont volontaires et trahissent alors, non pas une négligence de pensée de l'auteur, mais plutôt une crainte : celle de voir son sujet jugé trop long par la Commission de préparation des épreuves écrites, comme s'il existait un rapport entre la longueur du sujet et celle du texte !

L'épure constitue toujours une épreuve redoutable, pour celui qui en rédige le texte. Comprenons bien d'abord que lorsqu'un cône repose sur le plan horizontal, ce n'est pas par une section plane mais le long d'une génératrice. Il nous reste encore deux choix possibles pour mettre en place le cône visé par l'énoncé ; le rapport nous concède que ces deux choix sont également légitimes ; il nous révèle cependant qu'un cône de révolution « ne tombe sous le sens » que si son angle au sommet (angle total) est aigu. Quant à l'angle total obtus, « cette seconde interprétation n'a été adoptée par personne », poursuit le rapport, suivant le cliché traditionnel qui excuse toutes les maladresses en niant leurs répercussions. Ne nous laissons pas de le répéter, cette interprétation est fautive. Comment le correcteur, en présence d'une épure dont la mise en place a finalement adopté la version officielle, peut-il deviner que le candidat a perdu parfois plus d'une heure à la mise en place non agréée, n'a dû le sentiment d'une autre solution qu'au hasard d'un coup d'œil alentour et n'a pu compenser son retard qu'en négligeant la détermination d'éléments remarquables, la précision du graphique ou surtout la notice explicative ? Voilà sans doute pour quelle raison la notice tait toujours cette erreur initiale d'aiguillage ; d'ailleurs pourquoi s'en

(1) Je cite de mémoire, et c'est moi qui souligne.

vanterait-il, ce malheureux candidat, qui se croit *a priori* le seul coupable de l'erreur, quand son seul tort est d'avoir confiance, plus qu'en lui-même, en l'auteur de l'énoncé ?

Les examens oraux sont toujours d'un jugement objectif difficile. On dit bien qu'à l'Ecole Normale, en 1934, les questions étaient parfois peu nouvelles, que leur niveau ne dépassait pas toujours celui de l'admissibilité à l'Ecole Polytechnique, qu'alors les notes d'oral ont eu un point d'accumulation vers le maximum, et qu'ainsi l'écrit a conservé, pour le classement définitif, une prépondérance que son coefficient 20 o/o ne saurait justifier...

Quant aux oraux de l'Ecole Polytechnique, je ne me hasarderais pas à en parler, si je n'avais conservé mon précieux fil conducteur, le fameux rapport. L'un des examinateurs a pris à cœur d'interroger longuement sur les séries entières, il en a le droit, il a même raison de le faire, car ces questions permettent parfois de porter sur un candidat un jugement définitif. Mais comme il demande de démontrer les règles d'intégration et de dérivation des séries entières, il observe que la convergence uniforme n'est pas au programme (1), que les professeurs de Paris l'évitent tous, que les professeurs de province l'utilisent tous ; ce fait crée des inégalités, car si la convergence uniforme conduit à des démonstrations plus rapides, on est alors obligé de s'assurer que les candidats l'ont comprise et, pour cela, de sortir avec eux du programme.

L'examinateur suggère d'abord de « refuser systématiquement toute démonstration reposant sur l'emploi de la convergence uniforme », puis nuancant sa pensée, « de modifier le programme, en imposant une méthode directe déterminée ». L'Association, je crois, s'opposera nettement à cette suggestion ; si le programme doit lier expressément les examinateurs, il doit toujours laisser entière latitude aux professeurs, et même aux candidats, pour le choix des méthodes, pourvu qu'elles soient correctement appliquées. Je prends d'autres exemples pour préciser ma pensée.

a) Sous l'inspiration de M. HADAMARD, l'étude de l'indépendance des formes linéaires devrait, pour l'Ecole Polytechnique, précéder l'étude des formes linéaires ; il reste strictement légitime de respecter l'ordre ancien et de conserver au théorème de Rouché-Fontené toute sa primauté. Plusieurs collègues remarquent incidemment que, chaque fois que nos élèves disposent d'un mode d'exposition ou d'un moyen de recherche classique, méthodique et infaillible, là, ou pour les coniques, ou ailleurs, une initiative venue de l'Enseignement Supérieur s'attache à restaurer le naturel, quand on avait cru devoir le sacrifier pour y instaurer l'ordre.

b) Pour la formule de Taylor, le programme ne prévoit que le reste de Lagrange ; il reste strictement légitime de donner aussi le reste de Young, qui

(1) Le programme porte textuellement :

« *Séries entières, à coefficients réels, d'une variable réelle.* — Intervalle de convergence (1). A l'intérieur de l'intervalle de convergence, on obtient la dérivée ou « une primitive de la fonction définie par la série, en dérivant ou intégrant terme à terme (2). »

avec les deux renvois suivants :

« (1) Dans toute cette théorie, on ne s'occupera pas de ce qui se passe aux bornes de l'intervalle de convergence. La notion de convergence uniforme n'est pas au « programme » et

« (2) On pourra admettre cette règle, mais on établira la convergence des séries « auxquelles elle conduit. »

a le mérite d'atténuer les discussions sur les plans osculateurs A, B, etc., et qui, en général, correspond à un maniement plus souple des développements limités.

c) Pour le nombre e , le programme l'introduit comme somme d'une série tombée du ciel et arrive plus tard à démontrer que $\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$ tend vers e ; il reste strictement légitime de montrer d'abord que $\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$ a une limite, d'appeler e cette limite et de montrer plus tard, à partir du développement en série de e^x par exemple, que e est la somme d'une série bien classique.

Revenons maintenant aux séries entières et reportons-nous au programme : « Intervalle de convergence ; à l'intérieur de l'intervalle de convergence, on obtient la dérivée ou une primitive de la fonction définie par la série en dérivant ou intégrant terme à terme », avec le renvoi : « on pourra admettre cette règle, mais on établira la convergence des séries auxquelles elle conduit. »

Puisqu'on *peut* admettre cette règle, on *peut* aussi la démontrer (par le moyen qu'on veut) ; l'examinateur *peut* donc la demander, mais seulement sous la forme : « Vous a-t-on démontré cette règle, et si oui, êtes-vous en mesure de reproduire la démonstration ? » N'attendons d'abord pas qu'un candidat réponde : « On me l'a démontrée, mais je ne me sens pas capable de reproduire la démonstration. » Comment donc distinguer ensuite le candidat qui dira : « Non, on a admis cette règle », et qui dira la vérité, celui qui dira aussi : « Non, on a admis cette règle », mais qui mentira pour éviter d'avoir à la démontrer, enfin celui qui dira : « Oui, on a démontré cette règle », commencera la démonstration et s'y perdra ?

J'en appelle à la haute probité reconnue de cet examinateur, le cas de conscience est tel, pour lui-même et pour le candidat, qu'il vaudrait mieux convenir, une fois pour toutes, et à l'amiable, ceci : on ne se reconnaîtra plus, moralement sinon légalement, autorisé à poser cette question. On se bornera à demander au candidat la convergence des séries obtenues et on attendra de son initiative qu'il s'offre seul à démontrer le théorème général, étant entendu que, s'il perd pied en chemin, il n'en pâtira pas et recevra en gage un mot d'encouragement immédiat.

Il semble indispensable que notre Association ait une doctrine sur ce point. Elle peut d'ailleurs suivre une autre suggestion de l'examinateur : « Modifier le programme en supprimant la restriction relative à la convergence uniforme, avec l'indication qu'il ne sera demandé aucun détail sur cette notion dans le cas où il y est fait appel. »

L'Ecole Navale donne en ce moment des problèmes d'énoncé correct. Mon zélé contradicteur observait l'an dernier que, si le problème d'analyse de 1933 rentrait sans doute dans le cadre du programme par sa forme, il le débordait vraiment par le fond : représentation paramétrique d'une famille de quartiques de genre 1 par des fonctions elliptiques. En tout cas, la longueur du sujet était prohibitive, et, pour le concours de 1934, on peut répéter la même critique : l'épreuve d'analyse, d'une durée de trois heures, comporte deux problèmes dont la solution occupe plus de cinq pages in-quarto de la *Revue de Mathématiques Spéciales*.

Pourquoi, aussi, l'un de ces problèmes, introduction naturelle à la formule de Wallis, figure-t-il tout au long dans le traité de Ch. MICHER, comme figurait déjà, au moins en esprit, dans le même traité, le problème d'analyse de

1932 ? D'ailleurs, cette année, les réminiscences classiques abondent : l'étude de l'intégrale pseudo-elliptique proposée aux Ponts-et-Chaussées figure dans le traité d'analyse de M. GOURSAT ; le fantôme de problème destiné à corser la première épreuve de l'X figure, pour sa partie géométrique, dans le Cours de M. WEBER ; le problème de statique de Centrale figure dans les Exercices de MM. AUBERT et PAPELIER ; et sûrement des collègues d'une érudition plus ancienne compléteront mon énumération.

Quant à l'Ecole Navale, elle se plagie elle-même. Le problème d'analytique vise l'étude des cercles dont le centre décrit une droite et dont le rayon est proportionnel à la distance du centre à un point fixe. La question sans doute est classique, car en 1929, à la même Ecole, le même sujet est proposé, on n'a

même pas changé depuis lors le coefficient de proportionnalité $\frac{1}{2}$. Mais je reconnais de bonne grâce que la façon de présenter ce sujet a été entièrement renouvelée, à la faveur d'une étude préalable des similitudes mises en jeu dans cette figure, et que les souvenirs d'un candidat ayant traité en classe le problème de 1929 ne pouvaient guère le servir en 1935, qu'enfin le nouveau texte est un petit chef-d'œuvre.

J'aime rencontrer et mentionner de temps en temps de tels énoncés ; M. MILLET me citait récemment en exemple le sujet de géométrie donné à la 1^{re} Partie-Sciences du Professorat des Ecoles Normales (Fontenay et St-Cloud) en 1934 : il s'agit d'une figure sur laquelle on pouvait croire tout dit : orthocentre d'un triangle variable dont on fixe un côté et la grandeur de l'angle opposé, et où l'auteur nous invite à découvrir huit enveloppes, toutes des cercles, par des moyens ne dépassant pas le 3^e livre. Cela change heureusement des problèmes, toujours si nombreux, dont seul un tortueux changement de coordonnées, de notations ou de variables, vient, par de longs calculs, masquer l'évidence.

M. BARBOTTE, comme le rapporteur l'indiquait, trouve défectueux un problème de mécanique proposé en 1934 au Concours d'entrée à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, problème d'homogénéité dont le principe est plus que douteux.

M. CHENEVIER souhaitant que le rapport de M. THIBERGE soit communiqué à l'Ecole Polytechnique, le Président déclare que le *Bulletin* de l'Association des Professeurs de Mathématiques est adressé au Directeur des Etudes de cette Ecole, ainsi qu'aux directeurs de toutes les grandes Ecoles scientifiques.

L'Assemblée générale, après avoir approuvé les remerciements adressés par M. DESFORGE aux rapporteurs, MM. ROBY, BENOIT et THIBERGE, renouvelle à l'unanimité la résolution suivante :

L'Assemblée générale renouvelle le mandat donné au Bureau de faire procéder chaque année à une étude critique des sujets de compositions de mathématiques et des épreuves orales de mathématiques des différents examens et concours, et de transmettre aux autorités compétentes — s'il y a lieu — les remarques que cette étude aura suggérées.

Elle invite en outre les membres de l'Association qui auraient pu constater des difficultés à faire immédiatement toutes les réserves nécessaires auprès des jurys d'examen ou de concours, et à en aviser aussitôt le Bureau pour lui permettre d'agir sans retard.