

4. Unification des définitions de mots et des notations mathématiques

M. DESFORGE donne lecture de son rapport :

Mon rapport ne sera pas très long. Sur les questions d'une certaine ampleur, qui sont à l'étude depuis plusieurs années déjà, je n'ai reçu que de très rares

observations de collègues, et mon opinion est qu'il nous est très difficile de prendre à leur sujet, en l'état actuel, une décision nette, étant données, d'une part, la divergence des avis, d'autre part, et avant tout, les répercussions que pourrait avoir un choix qui ne serait dicté que par une étude trop restreinte de tel ou tel sujet : je veux parler ici du vocabulaire relatif aux *Déplacements*, *Symétries*, *Similitudes*, qui touche tout naturellement à l'ensemble de la théorie des *Transformations* ; — de l'emploi du mot « équivalent » en algèbre, et des notions d'identité, d'équation, d'inéquation, — de la terminologie relative aux vecteurs.

Au sujet des *Transformations*, notre collègue M. BENOIT est partisan du maintien des anciennes définitions, communes aux trois symétries par rapport à un point, une droite, un plan ; il pense que le fait que la « symétrie par rapport à une droite » est un déplacement particulier, est une propriété de la transformation, qu'il n'y a pas lieu de prendre comme définition ; ainsi est conservée une unité, évidemment tentante. Plusieurs de nos collègues partagent cet avis. Cependant, il est essentiel de faire ressortir, en géométrie dans l'espace, la différence entre les « symétries par rapport à un point ou à un plan » et la « symétrie par rapport à une droite », et l'un des moyens les plus sûrs n'est-il pas d'employer des termes nettement différents, qui attirent et forcent l'attention.

Justement, la « symétrie par rapport à une droite », pour laquelle nous cherchions depuis quelques années un nom, qui évoque sa propriété fondamentale d'être un déplacement dans l'espace, et qui réunisse une majorité assez nette d'avis conformes, tend de plus en plus, dans les documents officiels, à être désignée par le terme de « renversement » : j'en veux pour preuve les programmes de l'Enseignement primaire supérieur et tout récemment le rapport sur le problème de Mathématiques élémentaires au concours de l'Agrégation en 1933. Ainsi est apportée une contribution officielle à notre enquête sur ce point. J'ajoute que j'ai moi-même employé ce terme dans mon enseignement, sans qu'il me paraisse présenter d'inconvénient.

Mais j'estime, pour ces questions, que nous ne pourrions prendre de décision motivée et présentant quelque garantie de durée qu'à la suite d'un travail d'ensemble sur la théorie élémentaire des *Transformations*, que ce travail se trouve fait dans un ouvrage de géométrie ou soit entrepris à part dans une série d'articles, par exemple.

Des observations analogues s'appliquent, à mon avis, aux questions de terminologie algébrique proposées depuis quatre ans.

L'emploi du mot « équivalent » pour désigner des polynômes (ou des fonctions) ayant des valeurs numériques égales, quelles que soient les valeurs des variables indépendantes (dans un certain domaine), m'apparaît de plus en plus comme inutile, nuisible même, en ce sens qu'il crée une confusion dangereuse avec d'autres acceptions de ce terme. Mais je sais que beaucoup ne sont pas de cet avis, et la meilleure preuve serait évidemment de montrer, en en faisant l'exposé, que les débuts de la théorie des polynômes, par exemple, ne perdent rien en clarté, au contraire, quand on n'utilise pas le mot « équivalence ».

Cependant, le mot « inéquation » n'a pas, à ma connaissance, soulevé d'objections, et son adoption pourrait être proposée l'an prochain.

Pour la théorie des *Vecteurs*, quelques remarques me paraissent nécessaires : sans rouvrir le débat sur le sens qu'il convient d'attribuer au mot « vecteur »,

et en adoptant la définition conseillée depuis plusieurs années par notre Association, je ne crois pas essentiel d'utiliser des mots nouveaux pour distinguer les différents rôles que l'on peut être amené à faire jouer aux vecteurs dans telle ou telle théorie. On peut je crois, sans inconvénient, adopter le point de vue suivant : un vecteur est par définition un élément lié à un point (d'application) ; donc, en principe, la détermination d'un vecteur comportera la donnée d'une origine et la notation correspondante sera, par exemple, $\overrightarrow{AB}$. Dans certaines théories, les vecteurs interviennent indépendamment de leur origine (addition, multiplications) : il suffit de le dire explicitement, et la pratique de ces opérations le met en évidence de telle sorte qu'il n'y a pas de doute possible pour qui a bien dans l'esprit le sens complet du terme qu'il emploie ; du reste, pour les vecteurs intervenant dans de telles opérations, et lorsque leur origine ne joue aucun rôle, on pourra employer un symbole formé avec une lettre unique ($\vec{V}$). J'en dirai autant de la théorie des *Moments* : le moment, par rapport à un point O, se définit d'abord pour un vecteur $\overrightarrow{AB}$, le vecteur-moment restant inchangé quand on fait subir au vecteur une translation le long de son support : c'est là une « propriété » du moment, et je ne vois pas grand avantage à introduire le mot de « glisseur » pour cette théorie. Tout au plus pourrait-il être commode d'avoir une notation pour désigner un vecteur défini à un glissement près sur son support : la notation $\vec{V}_D$ proposée par M. WEBER pourrait alors être adoptée. Car il faut bien remarquer que la théorie des moments n'est pas uniquement utilisée pour des « glisseurs » : on utilise souvent, par exemple, les moments de vecteurs-vitesses ou de vecteurs-accélérations qui sont des vecteurs parfaitement « liés ». Et puis, si l'on a en vue l'application à la théorie des forces appliquées à un solide, je dois dire que là l'emploi du mot « glisseur » me paraît tout à fait dangereux : car chaque vecteur-force est appliqué à un point déterminé du solide, et on ne peut le remplacer, au point de vue de l'équivalence mécanique, par un vecteur-force déduit du premier par glissement sur sa ligne d'action qu'à condition de lui donner comme nouveau point d'application un point *matériel* du solide : le « glissement » est donc, dans cette théorie, soumis à des restrictions qu'on est beaucoup moins tenté d'oublier quand on s'astreint à donner un nom à chaque point d'application de chaque vecteur-force, au lieu de se contenter de désigner le support d'un « glisseur ».

Je livre ces quelques remarques aux réflexions et critiques de nos collègues qui s'intéressent à cette délicate question de la terminologie vectorielle.

Touchant notre enquête, je vous signale un court article qui vient de paraître dans le dernier numéro de l'*Enseignement Scientifique*, où M. HADAMARD indique les méfaits du mot « effectuer » en algèbre. Je ne veux pas reproduire ici cet article plein d'observations judicieuses sur les dangers que peut présenter l'emploi de certains termes, trop évocateurs d'idées pas toujours exactes, et par là-même dangereux. Sans doute la même critique serait intéressante à appliquer à d'autres mots d'usage courant, qui paraissent anodins à ceux qui, les employant depuis longtemps, les comprennent d'une façon particulière, assez éloignée souvent du sens étymologique ou du sens primitif.

Et je suis heureux de l'occasion qui m'est ainsi offerte de remarquer que l'étude de la terminologie et des notations mathématiques n'est pas du tout considérée comme négligeable par d'éminents mathématiciens. Justement j'ai entendu dire que l'Académie des Sciences elle-même s'occupait de ces questions ; après

tout, pourquoi pas un « dictionnaire des termes scientifiques » qui serait publié à l'instar de celui de l'Académie française ? Et tout naturellement, notre modeste enquête s'effacerait devant une publication aussi autorisée ; mais, en attendant, certaines questions peuvent se poser à nous, dont le métier est d'initier des débutants à quelques degrés élémentaires des mathématiques et les réflexions que nous sommes amenés à faire pour notre enseignement, pourront peut-être, un jour, ne pas être inutiles pour la mise au point d'un travail plus vaste.

M. GÉRARD, tout en faisant remarquer qu'il n'est pas partisan de l'étude des définitions et notations entreprise par l'Association, signale l'emploi du symbole $\therefore$, ayant le sens de « donc », « par conséquent », et qu'il considère comme très commode pour alléger les rédactions ; ce signe est employé en Angleterre et par certains auteurs en France.

M. PÉTRUS fait observer les multiples acceptions du mot « conjugué », particulièrement dans la théorie des courbes et surfaces du second ordre, et demande s'il n'y aurait pas lieu de réviser les conditions d'emploi de ce terme.

M. GÉRARD rappelle que, dans le dernier rapport sur le concours de l'Agrégation des Sciences Mathématiques, M. SOULA (1) reproche aux candidats de croire que calculer un nombre avec 6 décimales exactes est la même chose que de le calculer avec une erreur inférieure à 10^{-6} . Plusieurs collègues font observer à ce sujet qu'il vaut sans doute mieux ne pas employer l'expression : calculer un nombre avec n décimales exactes, et la remplacer par : calculer la valeur approchée du nombre à 10^{-n} près par défaut. Cette expression a un sens bien défini, qui ne peut prêter à confusion.

Personne ne demandant plus la parole, l'Assemblée générale renouvelle, comme les années précédentes, la résolution suivante :

L'Assemblée décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Le Bureau est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, de faire présenter chaque année un Rapport à l'Assemblée générale ordinaire et de lui soumettre, s'il y a lieu, un tableau des définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire. Ce tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé.

(1) Voir le *Bulletin* n° 83, page 101.