

**3. Rapport sur la composition de mathématiques
(classe de Mathématiques)
au Concours général des Lycées et Collèges en 1933**

Le nombre des concurrents s'est abaissé à 197, soit que les professeurs instruits par l'expérience se soient montrés plus sévères dans la désignation des candidats, soit que l'année scolaire 1932-1933 figure parmi les années maigres. Il est probable que ces deux raisons sont intervenues.

Si l'on ne trouve cette fois que 7 copies blanches, on constate qu'il n'y a pas plus de 24 copies retenues, en vue d'une seconde lecture, et que, parmi les auteurs des 166 copies écartées après un premier examen, il en est 68 qui n'ont pas dépassé l'étude de la première des quatre parties du problème proposé (1).

(1) Voir l'énoncé page 4 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours 1933*.

En fait, près de 40 des copies écartées offraient quelque intérêt ; cela porte à une soixantaine le nombre des concurrents qui ont tenu une place honorable dans cette épreuve. Quant aux autres, ils seront sans doute reçus au baccalauréat à l'heure où paraîtra ce rapport ; mais l'étude de la géométrie n'aura laissé, sur la plupart, qu'une empreinte superficielle.

Une analyse du texte permettra d'en apprécier les difficultés qui sont réelles.

Dans l'ensemble, le problème visait l'étude d'une famille (F) de cercles (γ) qui ont pour diamètres respectifs les cordes AA' d'un cercle donné (C) (centre C, rayon R), dont les supports passent par un point donné O ($OC = d$).

Une première partie comportait la mise en lumière des propriétés caractéristiques des cercles (γ) et la construction géométrique de ceux (a) qui passent par un point donné M ou (b) qui sont orthogonaux à un cercle donné (c).

Il apparaît de suite que la puissance $p = d^2 - R^2$ du point O, par rapport à (γ) est constante [(C) est un cercle (γ) particulier] ; cette puissance est positive ou négative suivant que O est à l'extérieur ou à l'intérieur de (C).

En outre, le centre de (γ) est sur le cercle (E) décrit sur OC comme diamètre. Mais, alors que ce centre décrit (E) tout entier si O est à l'intérieur de (C), il n'en décrit qu'un arc (E_1) intérieur à (C) si O est à l'extérieur de (C).

Ces deux propriétés sont caractéristiques de la famille (F) et il était essentiel de les dégager avant toute étude particulière.

Si on laisse de côté le cas limite où O est sur (C), le problème comporte donc *a posteriori* deux cas principaux, celui (α) où O est à l'intérieur de (C) et celui (β) où O est à l'extérieur de (C).

Il est assez surprenant que cette discrimination n'ait pas été aperçue dans près de la moitié — exactement 75 — des copies écartées, où l'on n'examine que le cas (β), et qu'elle l'ait été *a priori* dans un grand nombre d'autres. Un défaut d'attention explique la première faute, un reste de dogmatisme est à l'origine de la seconde. Quelques-unes des copies retenues n'échappent pas à l'une ou à l'autre de ces critiques.

La construction (a) était ramenée à un problème classique. Le cercle (γ) cherché passe par le point donné M et par son inverse M' dans l'inversion (I) de pôle O et de puissance p , ce qui place le centre sur la médiatrice (μ) de MM' ; ce centre est défini par l'intersection de (μ) et de (E) ou de (E_1).

La discussion de cette intersection *n'était pas désirée*. Il suffit de se reporter au texte du § I pour le constater. Au contraire, on demandait explicitement de discuter au § II et cette différence de rédaction aurait dû suggérer un rapprochement. Enfin, l'étude du cas particulier où (μ) est tangente à (E) ou à (E_1) était reportée au § III ; ceux qui ont lu l'énoncé jusque là n'ont pu s'y tromper. On n'avait pas voulu orienter

les concurrents, dès le début, vers un problème dont la difficulté risquait de les déconcerter.

En voici la raison qui semble avoir échappé. Dans le cas (β) il paraît nécessaire de voir si (μ) coupe l'arc (E_1) et il semble que l'intersection puisse comporter 0, 1 ou 2 points distincts ou confondus. Mais, si l'on remarque que tous les cercles de puissance r , par rapport au point C , sont centrés à l'extérieur d'un cercle (i) centré en O et de rayon $\sqrt{p}$, on voit que les points de l'arc (E_1) sont les seuls du cercle (E) qui satisfassent à cette condition. On en conclut aisément que si (μ) coupe (E) c'est nécessairement en des points de (E_1) . La discussion conduirait donc uniquement à l'étude des positions relatives de (μ) et de (E) , qu'il s'agisse du cas (β) ou du cas (α) .

Il paraissait peu probable que cette observation capitale fût produite d'emblée sous une forme précise : en fait personne ne s'en est douté. Aussi, ceux qui se sont essayés à une discussion qu'ils s'étaient eux-mêmes proposée, ont-ils bénéficié d'une aide qu'ils n'ont pas soupçonnée. Leurs tentatives n'ont d'ailleurs quelque valeur que du point de vue algébrique, l'interprétation géométrique faisant généralement défaut.

La construction (b) conduit à la détermination d'un cercle (γ) qui a une puissance donnée p par rapport au point O et une puissance positive, également connue par rapport au centre c du cercle donné (c) . Il appartient donc à un faisceau linéaire de cercles. Son centre se trouve sur une droite (v) de construction facile dans le cas (β) puisque c'est alors l'axe radical de (i) et de (c) . Cette même construction, dans le cas (α) , a donné lieu à bien des longueurs et des hésitations. On paraît ignorer, en général, que (v) n'est pas modifiée lorsqu'on augmente également les puissances connues par rapport aux points O et c , ce qui permet de rendre la première positive ou même nulle et ramène à la construction du cas (β) . Si l'on remarque que l'inversion (I) transforme un cercle (γ) en lui-même et remplace (c) par un cercle (c_1) , on aperçoit que (v) est l'axe radical de (c) et (c_1) ; cette observation se trouve dans une copie récompensée.

L'intersection de (v) et (E) ou (E_1) définit le centre du cercle (γ) cherché. Il va de soi que la discussion de cette intersection s'imposait moins encore que la précédente qui en est un cas particulier.

Une correspondance simple, entre deux cercles de la famille (F) , fait l'objet de la seconde partie : c'est celle qui associe deux cercles orthogonaux. Soient (γ_1) et (γ_2) deux tels cercles. Pour qu'ils soient orthogonaux, il faut et il suffit que le cercle (σ) décrit sur $\gamma_1\gamma_2$ comme diamètre, passe par les points M et M' communs à (γ_1) et (γ_2) . Il faut donc que sa puissance, par rapport au point O , soit p . Si J est le milieu de $\gamma_1\gamma_2$, cette puissance vaut $\overline{OJ}^2 - \overline{J\gamma_1}^2$. Or $\gamma_1\gamma_2$ est une corde du cercle (E) centré en E , milieu de OC , et de rayon $\frac{d}{2}$, de sorte que

$\overline{\gamma_1^2} = \frac{d^2}{4} - \overline{EJ^2}$. La condition précitée se traduit donc par l'égalité

$$p = d^2 - R^2 = \overline{OJ^2} + \overline{EJ^2} - \frac{d^2}{4}, \quad \text{ou} \quad \overline{OJ^2} + \overline{EJ^2} = \frac{5d^2}{4} - R^2,$$

Il en résulte que le milieu de $\gamma_1\gamma_2$ est sur un cercle (ω) centré au milieu ω de OE , et dont le rayon R_1 est défini par l'égalité $2R_1^2 + \frac{d^2}{8} = \frac{5d^2}{4} - R^2$, ou finalement $R_1^2 = \left(\frac{3d}{4}\right)^2 - \left(\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2$.

Le cercle (ω) n'existe que si d est supérieur à $\frac{2R\sqrt{2}}{3}$. Cette condition est réalisée si O est à l'extérieur de (C) ; mais elle l'est aussi lorsque O est dans une couronne limitée par (C) et par un cercle (C_1) concentrique à (C) et de rayon $\frac{2R\sqrt{2}}{3}$.

Cela étant, l'enveloppe du support de $\gamma_1\gamma_2$ est une conique qui a pour cercle principal le cercle (ω) et pour foyers les deux points O et E . Cette conique est une ellipse si la distance focale, soit $\frac{d}{2}$, est inférieure au diamètre $2R_1$, du cercle (ω) ; on constate aisément que cela correspond au cas (β).

En résumé, si O est extérieur à (C), la droite $\gamma_1\gamma_2$ reste tangente à une ellipse (e) ; si O est dans la couronne (C) (C_1), elle est tangente à une hyperbole h ; si O est à l'intérieur de (C_1), il n'y a pas de cercles (γ_1) et (γ_2) qui soient orthogonaux.

L'étude de l'enveloppe de $\gamma_1\gamma_2$ paraît épuisée ; mais il n'en est rien, car les raisonnements précédents supposent l'existence des cercles (γ_1) et (γ_2). Non seulement leurs centres γ_1 et γ_2 doivent exister, mais il faut que ces deux points soient sur (E_1) dans le cas (β).

Avant d'en décider, remarquons que le cercle (ω), lorsqu'il existe, porte le lieu du pied H de la hauteur issue de O , dans le triangle $O\gamma_1\gamma_2$. En outre, les pieds H_1 et H_2 des deux autres hauteurs γ_1H_2 et γ_2H_1 sont à l'intersection des côtés $O\gamma_1$, $O\gamma_2$ et du cercle (σ). Or ce cercle se correspond à lui-même dans l'inversion (I) ; le lieu de H_1 et H_2 est donc porté par la figure inverse du cercle (E), support de γ_1 et γ_2 . Cette figure inverse n'est autre que la polaire ($\bar{\omega}$) de O par rapport à (C).

Un point γ_1 étant choisi arbitrairement sur (E) [cas (α)] ou sur (E_1) [cas (β)], le cercle (γ_1) existe. La droite $O\gamma_1$ rencontre ($\bar{\omega}$) au point H_1 et le point (γ_2) se trouve sur la perpendiculaire à $O\gamma_1$ en H_1 . Remarquons au passage que les deux hauteurs γ_1H_2 et γ_2H_1 sont tangentes à la parabole (Π) qui admet O pour foyer et ($\bar{\omega}$) comme tangente au sommet. Plaçons-nous dans le cas (β). Les deux points inverses γ_1 et H_1 sont conjugués par rapport au cercle d'inversion (i), de sorte que la hauteur $H_1\gamma_2$ est la polaire de γ_1 par rapport à ce cercle. Ainsi (Π), enveloppe de deux hauteurs du triangle $O\gamma_1\gamma_2$, est la polaire réciproque de (E) par rapport à (i).

Un simple examen de la configuration constituée par (C), (E₁) et (II) montre que si γ_1 décrit une moitié CT de l'arc (E₁), le point associé γ_2 décrit l'autre moitié T'C, ces deux points se déplaçant dans le même sens sur (E₁). Il n'y a donc qu'une droite $\gamma_1\gamma_2$ utile, qui passe par un point γ_1 de (E₁). Ce résultat a été aperçu dans l'une des copies récompensées et dans une copie écartée. La limitation du lieu de H₁ et H₂ est immédiate : ce lieu est la corde TT' commune aux cercles (C) et (E). Les deux droites CT et CT' sont les positions limites du support de $\gamma_1\gamma_2$.

Examinons maintenant le cas (x) où $d < R$. Prenons sur (E) un point γ_1 défini par l'angle λ des deux demi-droites OC et O γ_1 . A ce point γ_1 correspond le point inverse H₁ situé sur $\bar{\omega}$; la perpendiculaire à O γ_1 , au point H₁, rencontre (E) aux points γ_2 associés à γ_1 . Un calcul élémentaire montre que la distance du point E à cette droite a pour mesure $\delta = \frac{d}{2} \cos \lambda + \frac{R^2 - d^2}{d \cos \lambda}$. Pour que la droite coupe (E),

il faut et il suffit que $\delta - \frac{d}{2}$ soit négative ; or cette différence a le signe du trinôme $d^2 \cos^2 \lambda - d^2 \cos \lambda + 2R^2 - 2d^2$, qui ne peut être négatif que si son minimum, atteint pour $\cos \lambda = \frac{1}{2}$, est négatif.

On retrouve ainsi la condition $d > \frac{2R\sqrt{2}}{3}$, qui place le point O dans la couronne (C)(C₁).

Cela étant, le trinôme à deux racines positives, inférieures à 1 et séparées par $\frac{1}{2}$, soient $\cos \lambda_1$ et $\cos \lambda_2$ ces deux racines. Les angles

aigus λ_1 et λ_2 , séparés par $\frac{\pi}{3}$, et les angles opposés délimitent sur (E)

deux arcs symétriques par rapport à OC. Si γ_1 est sur l'un de ces arcs, il lui correspond deux points γ_2 situés sur l'autre ; sinon, il ne lui en correspond aucun. Ces deux arcs se réduisent chacun à un

point quand $d = \frac{2R\sqrt{2}}{3}$; il n'y a plus alors qu'une droite $\gamma_1\gamma_2$ qui est d'ailleurs perpendiculaire à OC. Aux deux arcs précités, une projection de centre O fait correspondre, sur la droite ($\bar{\omega}$) deux segments rectilignes qui sont les lieux de H₁ et H₂.

Le cercle (ω) a été trouvé dans quelques copies ; il en est fort peu où ses éléments soient exactement définis. La discussion relative à la nature de l'enveloppe n'a le plus souvent qu'une valeur théorique. Quant à la limitation des lieux des pieds des hauteurs et du centre γ_1 , elle est à peu près inexistante. On peut en dire autant de la construction des droites $\gamma_1\gamma_2$ qui passent par un point γ_1 : l'emploi d'une enveloppe mal définie, sans tenir compte de la position spéciale du point γ_1 , ne constitue pas une réponse à la question posée par le texte.

Soit N une position limite d'un point M tel que les deux cercles (γ), qui passent par ce point, soient confondus. La recherche de tels points, sur un cercle (γ) quelconque, et l'étude de leur lieu géométrique (Γ), constituent la troisième partie du problème.

Pour qu'un point M soit limité, il faut que la médiatrice du segment MM' [M' étant le correspondant de M dans l'inversion (I)] soit tangente au cercle (E). Les points N relatifs à un cercle (γ) s'obtiennent donc en prenant l'intersection de ce cercle et de la perpendiculaire abaissée de O sur la tangente à (E) au point γ . Du parallélisme de ON et de $E\gamma$, et de l'égalité de EO et $E\gamma$, il résulte que $O\gamma$ est bissectrice de l'angle $\varphi = (\text{OC}, \text{ON})$ et par suite que le symétrique de N, par rapport à $O\gamma$, se trouve sur OC. Les points N, s'ils existent, sont au nombre de deux ; soient N et N'. Un calcul immédiat donne $\overline{\text{ON}} + \overline{\text{ON}'} = d(1 + \cos \varphi)$. On sait d'ailleurs que $\overline{\text{ON}} \cdot \overline{\text{ON}'} = p$ de sorte que $\overline{\text{ON}}$ et $\overline{\text{ON}'}$ sont racines de l'équation

$$(1) \quad x^2 - d\varphi(1 + \cos \varphi)x + p = 0.$$

Telle est la formule qui peut servir à la construction de (Γ).

Dans le cas (α), p étant négatif, les deux racines de cette équation existent et sont de signes contraires. Il suffit de faire varier φ de 0 à π et d'utiliser la symétrie par rapport à OC.

$\cos \varphi$ décroissant de 1 à -1, la différence $d(1 + \cos \varphi)$ des valeurs absolues des deux racines décroît de $2d$ à 0 ; comme leur produit est constant, les deux racines décroissent savoir la positive de $d + R$ à $\sqrt{R^2 - d^2}$, la négative de $d - R$ à $-\sqrt{R^2 - d^2}$. En complétant par symétrie, par rapport à OC, on voit que les lieux de N et N' se composent de deux ovales. Comme ces points se trouvent sur deux moitiés différentes du cercle (γ), l'un est à l'extérieur de (C) et l'autre à l'intérieur, de sorte que l'une des ovales est à l'intérieur de (C) qu'elle touche au point le plus voisin de O et l'autre à l'extérieur, son point de contact avec (C) étant le plus éloigné de O.

Dans le cas (β), p étant positif, les deux racines de l'équation (1) n'existent que si le discriminant $d^2(1 + \cos \varphi)^2 - 4p$ est positif ou nul. Si l'on pose $\cos \frac{\psi}{2} = \frac{p}{d^2}$ ($\frac{\psi}{2}$ étant aigu), on constate que la condition précédente place φ entre $-\psi$ et $+\psi$. Les deux valeurs de φ sont positives. Leur produit est constant et leur somme décroît de $2d$ à $d(1 + \cos \psi)$ ou $2\sqrt{p}$, quand φ croît de 0 à ψ . La plus grande décroît à partir de $d + R$ et la plus petite croît à partir de $d - R$. Elles sont égales à $\sqrt{p}$ quand $\varphi = \psi$. On en conclut que la courbe (Γ) a la forme d'une boucle fermée qui peut être très différente d'une ovale si ψ est voisin de π , c'est-à-dire si d est voisin de R . La construction des points N et N', sur un cercle (γ), montre que ces points sont sur la moitié de ce cercle, extérieur à (C). Il en résulte que (Γ) est à l'extérieur de (C) qu'elle touche aux points extrêmes de ce cercle par rapport au point O.

La forme de (Γ) n'a été ébauchée que dans les deux meilleures copies.

L'étude de la variation de ρ_1 et ρ_2 , à l'aide des dérivées, a été présentée lourdement et les résultats sont mal dégagés.

C'est à partir du tracé de (Γ) qu'on aurait pu discuter l'existence des cercles (γ) qui passent par un point donné $M(r, \theta)$. [On peut toujours supposer $r > 0$]. Bien que la question ne fût pas posée, esquissons en rapidement une solution.

Si l'on écrit que le cercle (γ) , centré au point γ d'angle polaire λ , passe par le point M , on est conduit à l'équation :

$rd \cos(2\lambda - \theta) = r^2 - rd \cos \theta + p$, qui définit λ , à condition que $\cos(2\lambda - \theta)$ soit compris entre -1 et $+1$, c'est-à-dire que l'on ait :

$$r^2 - rd(1 + \cos \theta) + p \leq 0 \quad \text{et} \quad r^2 + rd(1 - \cos \theta) + p \geq 0.$$

Si p est positif [cas (β)], la seconde inégalité est toujours vérifiée ; la première, exige que l'équation $P \equiv \rho^2 - \rho d(1 + \cos \theta) + p = 0$ ait des racines et que r les sépare, ce qui place M à l'intérieur de (Γ) . Dans ce cas, tous les cercles (γ) sont à l'intérieur de (Γ) et certains la touchent en deux points alignés sur O et situés d'un même côté de ce point. Ce résultat rapproche les cercles (γ) des cercles focaux d'une ellipse, qui sont centrés sur l'axe focal de cette ellipse.

Si p est négatif [cas (α)], on peut limiter l'étude en faisant varier θ de 0 à π , à cause de la symétrie par rapport à OC . Dans ces conditions, les équations $P = 0$ et $Q \equiv \rho^2 + \rho d(1 - \cos \theta) + p = 0$ ont chacune une racine positive. De l'identité $Q - P \equiv 2d\rho$, on conclut que ρ_1 , racine positive de la première équation, rend Q positif et par suite qu'elle est supérieure à ρ_2 , racine positive de la seconde. Il faut que r soit comprise entre ρ_2 et ρ_1 . A ρ_1 correspond le point N_1 de l'ovale extérieure, situé sur la demi-droite OZ , d'angle polaire θ . Or, si l'on change θ en $\theta + \pi$, dans l'équation $P = 0$, et ρ en $-\rho$, on retrouve l'équation $Q = 0$. Par suite, à ρ_2 correspond le point N_2 de l'ovale intérieure, situé sur OZ . Finalement le point M doit se trouver sur le segment rectiligne $N_2 N_1$. Quand θ varie, ce segment et son symétrique, par rapport à OC , balaient la région du plan comprise entre les ovales. Tous les cercles (γ) sont dans la couronne limitée par ces ovales ; ils touchent intérieurement l'ovale extérieure et extérieurement l'ovale intérieure, les deux points de contact étant alignés sur le point O et situés de part et d'autre de ce dernier.

Remarquons encore que le point N peut être défini par les deux coordonnées ρ, x (x étant l'abscisse de ce point par rapport à deux axes rectangulaires d'origine O , l'axe Ox dirigé suivant OC). Dans ces conditions, la relation qui caractérise le point N peut s'écrire aussi

$$dx = \rho^2 - \rho d + p.$$

Elle pourrait être utilisée pour la construction de (Γ) et permettrait d'en découvrir de nouvelles propriétés.

D'un autre point de vue, le carré de la distance ρ_1 du point N à un point arbitraire O_1 , d'abscisse ξ , pris sur ox , est donné par la formule $\rho_1^2 = \rho^2 + \xi^2 - 2\rho\xi \cos \varphi$, ou, en remplaçant $\cos \varphi$ par la valeur tirée de (1) :

$$\rho_1^2 = \rho^2 \left(1 - \frac{2\xi}{d}\right) + 2\rho\xi + \xi^2 - \frac{2p\xi}{d}.$$

On peut profiter de l'indétermination de ξ pour simplifier cette relation : c'était là l'objet principal de la dernière partie du problème.

En particulier, cherchons à définir ξ de sorte que le trinôme du second degré en ρ soit un carré parfait. Cela fournit une équation qui admet la solution banale $\xi = 0$ et les solutions de l'équation :

$$(2) \quad d\xi^2 - 2p\xi + pd = 0.$$

Cette dernière n'a de racines que si p est négatif, c'est-à-dire dans le cas où O est à l'intérieur de (C) et où (Γ) se compose de deux ovales.

On peut alors poser $d = R \sin \alpha$ et les deux racines sont :

$$x_1 = R \cos \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad x_2 = -R \cos \alpha \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}. \text{ Il en résulte :}$$

$$(3) \quad \overline{ON_1}^2 = \rho_1^2 = \left(\rho \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + R \cos \alpha\right)^2 \text{ et } \overline{ON_2}^2 = \rho_2^2 = \left(\rho \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} - R \cos \alpha\right)^2.$$

Par suite ρ_1 et ρ_2 s'expriment au moyen de fonctions linéaires de ρ et les distances du point N au point O et à deux cercles convenables, centrés l'un en O_1 , l'autre en O_2 , sont proportionnelles.

La relation $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{d}$ montre que ces points O_1 et O_2 sont conjugués harmoniques par rapport aux points O et C .

Les relations (3) peuvent s'écrire aussi :

$$\rho_1^2 = \left(\rho + R \cos \alpha \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}, \quad \rho_2^2 = \left(\rho - R \cos \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)^2 \operatorname{cotg}^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Sous cette forme, elles suggèrent une nouvelle interprétation.

Le cône de révolution (S_1) qui a pour axe la perpendiculaire $O_1 z_1$ au plan xoy du cercle (C) , le point S_1 de cote $-R \cos \alpha \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}$

pour sommet et $\frac{\alpha}{2}$ comme angle générateur, est coupé par le plan P , de

côté ρ , suivant un cercle dont la projection sur xoy , a pour centre O_1 et ρ_1 pour rayon. De même, le cône de révolution (S_2) qui a pour axe la

perpendiculaire $O_2 z_2$ au plan xoy , le point S_2 de cote $R \cos \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ pour

sommet et $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ comme angle générateur, est coupé par le même

plan P suivant un cercle dont la projection, sur xoy , a pour centre O_2 et ρ_2 pour rayon. Un point N , intersection de ces deux projections, est la projection d'un point de l'intersection des deux cônes (S_1) et (S_2) ; une nouvelle définition de (Γ) résulte de cette analyse un peu sommaire et répond à la dernière question posée.

Cette quatrième partie a été étudiée dans 3 copies, dont les deux meilleures. La solution qu'elles en donnent est d'ailleurs loin d'être au point. On trouve dans l'une un essai de géométrie analytique, ce qui constitue une exception cette année. L'auteur n'en a d'ailleurs tiré

qu'un parti médiocre et son exemple ne peut encourager ceux qui seraient tentés de l'imiter. Sous prétexte que des problèmes de ce genre se retrouveront plus tard en mathématiques spéciales, il serait exagéré d'en différer l'étude, dès l'instant que des procédés relevant uniquement de la géométrie et de l'algèbre élémentaires permettent d'en donner une solution dont la recherche exerce à plein les facultés les plus précieuses : observation, réflexion, association, construction.

Une coupure très nette s'établit à partir des deux prix dont les copies ont été cotées respectivement 14,5 et 13 : les notes des huit accessits s'échelonnent de 9,2 à 6. On comprendra, d'après cela, que le Jury n'ait pas cru devoir décerner toutes les récompenses dont il disposait.

Le Président du Jury,
E. BLUTEL.