
DEUXIÈME PARTIE

Sur le volume engendré par un triangle tournant

La démonstration usuelle, relative au volume engendré par un triangle SAB tournant autour d'un axe Sz situé dans son plan et ne le traversant pas, est de celles que les élèves retiennent difficilement. La raison en est simple. Ils doivent remplacer un produit de facteurs par un autre équivalent de façon à obtenir le résultat visé. Encore faut-il saisir le moment opportun. La préoccupation simultanée des hypothèses et du but à atteindre ainsi que les cas de figure variés, dont certains inutiles, ne facilitent guère l'effort demandé à la mémoire.

Un retour à la définition permet de découvrir le résultat par une voie purement déductive, sans jamais perdre de vue l'idée maîtresse. Les deux points A et B décrivent deux circonférences centrées sur Sz. Inscrivons dans ces circonférences deux polygones réguliers convexes $A_1A_2\dots A_nA_1$ et $B_1B_2\dots B_nB_1$, tels que A_i et B_i soient sur une même génératrice du cône (ou du cylindre) engendré par la révolution de AB. Le volume cherché est la limite de la somme des pyramides quadrangulaires qui ont pour bases les trapèzes (ou rectangles) tels que $A_iA_{i+1}B_{i+1}B_i$ et pour sommet commun le point S. Or Sz est un axe de répétition, pour l'ensemble de ces pyramides, de sorte que toutes ont la même hauteur h_n , et la mesure du volume de cet ensemble est $\frac{1}{3} h_n \Sigma A_iA_{i+1}B_{i+1}B_i$. Quand n augmente indéfiniment, le facteur Σ tend vers la mesure de l'aire du tronc de cône (ou cylindre) engendré par AB et h_n tend vers la hauteur SH du triangle tournant : on obtient le résultat classique.

E. BLUTEL.