

6° Les sujets des compositions de mathématiques aux différents examens et concours

Baccalauréat et Bourses. — M. DECERF donne lecture de son étude critique :

MES CHERS COLLÈGUES,

Peu de choses à vous dire sur les questions de cours proposées au Baccalauréat en 1932. MM. GROS et BENOÎT, dont les judicieuses observations ont singulièrement facilité ma tâche, s'en acquitteraient bien mieux que moi.

Un bon point d'abord à quelques Facultés qui veulent bien, enfin ! circonscrire convenablement les questions qu'elles posent : ainsi Toulouse : « Supposant établi le théorème concernant l'équivalence des pyramides, démontrer... » Mais une mauvaise note à d'autres qui s'obstinent à proposer ces sujets : « Volume de la sphère », « Volume des parallélépipèdes », dont l'énoncé est si court, et la rédaction si longue.

Insistons sur quelques questions vraiment indésirables.

« Comment peut-on définir le logarithme décimal d'un nombre à un dix-millième près ? » demande Alger aux élèves de Première. La définition des logarithmes est-elle au programme ? Même un élève de la classe de Mathématiques serait-il capable de la donner aussi précise ?

« Conditions nécessaires et suffisantes pour que a , b , c , puissent être les faces d'un trièdre » demande le Maroc. Nos élèves ne font plus de Descriptive : peut-on exiger d'eux qu'ils démontrent que les conditions sont suffisantes ? Et puis, la question n'en est-elle pas rendue beaucoup trop longue ?

Besançon voudrait savoir par quelles opérations l'on pourrait superposer deux figures F' et F'' , opposées à une même figure F par rapport à deux plans différents. Mais Besançon oublie que la rotation n'est pas au programme de la classe de Première.

Bordeaux n'hésite pas à réclamer toute la théorie des trièdres supplémentaires, y compris la comparaison de leurs sens. Cette dernière question est-elle exigible ?

Une Faculté est dans son droit qui interroge sur les Prismes ou Pyramides semblables. Mais beaucoup d'entre nous ne savent comment traiter cette question devant des élèves ignorant l'homothétie. Nous souhaitons donc que l'on veuille bien s'abstenir de la poser.

Plus graves seront nos critiques concernant les problèmes. Allons-y par gradation. Expédions d'abord les peccadilles ; les criminels comparaitront les derniers.

Acquittons le Maroc, malgré ses sphères inscrites et exinscrites au tétraèdre quelconque. Combien y en a-t-il en général, demande-t-il. La question est traitée tout au long, si nous avons bonne mémoire, dans les leçons d'Agrégation de Kœnigs.

Faisons grâce à l'île charmante de la Réunion, dont la douce paresse, au lieu d'inventer un problème, a tout bonnement copié celui de Montpellier, d'il y a trois ans. Tout de même, comme il s'agit d'un texte assez original pour attirer l'attention, ce problème avait dû être traité déjà par certains candidats, que ce plagiat sans vergogne aura grandement favorisés...

Sera-ce une critique ? non, seulement une observation. La Faculté de Toulouse a fait construire un escalier qui s'appuie alternativement sur l'hy-

perbole $y = \frac{1}{x}$ et sur la droite $y = 1 - x$. Combien de candidats auront réussi à en grimper les marches ? Ce n'était pas du tout difficile, mais tout ce qui sort du train-train habituel les dérouta si facilement !

Bordeaux dresse un échafaudage en forme de tronc de prisme quadrangulaire ; la figure avait le tort de représenter un prisme. Là encore, ce n'est pas que la question soit très ardue, seulement les notations en sont tellement nombreuses que, dit notre collègue M. Gros, c'est un défi à la mentalité de nos élèves. Faut-il énumérer les 23 lettres indispensables à la description du monument ?

A Poitiers, il fallait d'abord franchir un tunnel obscur : Indiquer les valeurs que peut prendre la différence $y - x$ de deux inconnues x et y dont la seconde surpasse la première d'un nombre entier, sachant que ces inconnues vérifient l'équation $x^2 + y^2 = 18$... (Ça veut dire : Résoudre et discuter le système $x - y = k$ $x^2 + y^2 = 18$). Ensuite il fallait s'aventurer sur une dangereuse ligne brisée en forme de pont volant, périlleuse surtout pour des élèves qui ignorent que $x^2 + y^2 = 18$ est l'équation d'un cercle.

Ce n'est pas la première fois que Caen se fait gronder pour étourderie. Une ellipse et une parabole ayant pour foyer commun un point F, avec directrices perpendiculaires, ne sauraient se couper en quatre points réels. Heureusement notre collègue M. DELENS, signalant aussitôt l'erreur, a obtenu pour les candidats la bienveillance nécessaire.

Quel châtiment proposerons-nous pour le misérable qui, désignant par S et s les surfaces de deux polyèdres, par L et l la somme des longueurs de leurs arêtes, invite les candidats à discuter l'équation $S - L = k(s - l)$. Se croit-il à couvert pour avoir employé le mot « mesures » ? Il copiera 50 fois ce précepte essentiel du décalogue du parfait potache :

*Homogène toujours seras
Pour n'être traité durement.*

Ecoutez ce joli et intéressant problème : résoudre un triangle connaissant une médiane, une bissectrice, et la somme des carrés des deux autres médianes. Notre collègue M. DE SARRAU se demande avec moi et sans doute beaucoup d'autres comment les élèves de Première de l'Académie de Clermont ont pu en sortir.

Que Montpellier compare. Comme ils doivent être forts, les petits méridionaux. Ça vous détermine, en se jouant, les coefficients A, B, C, D d'une fonction homographique, d'abord pour que $x = 0, 1, 2$ entraînent

$y = 1$, q, q^2 : ensuite ils calculent q de manière que $x = 1 + a^2$ donne $y = -\left(\frac{1+a}{1-a}\right)^3$; ils exigent de ce même q qu'il s'arrange pour que les points $x = 3$ $y = q^3$ et $x = 4$ $y = q^4$ soient de part et d'autres de la courbe représentative ; sans parler d'autres floritures non négligeables qu'ils cueillent au passage. Vaillants gosses ! comme on voit bien que le vin du Midi et le soleil leur donnent du cœur et de l'esprit !

Arrivons au seigneur Paris. Notre capitale, cette année, attire de toutes parts les foudres. Que les dieux écartent ce présage.

En juillet 1932, Paris propose aux élèves de Première un problème de géométrie analytique, pas moins : intersection d'une droite et d'un cercle, puis d'un plan et d'une sphère. Très élégante solution... de notre collègue M. MAUPIN, qui sait où il va, et qui sait interpréter ses calculs. Solution bien terne et strictement algébrique d'un candidat ayant composé sous les yeux de notre Président, et qui n'a même pas eu le temps d'achever la 3^e partie, malgré deux années de préparation à l'Ecole Centrale..., car bachelier de Mathématiques, il postulait les points de majoration procurés par la 1^{re} Partie série A'. Mais, voyez un pauvre gosse, un petit littéraire qui ne fait des mathématiques que contraint et forcé, voyez-le pataugeant sans aucune idée directrice dans des transformations d'équations qui ne disent absolument rien à son imagination, et se demandant comment il peut exister sur terre des êtres assez fous pour se délecter dans de pareils calculs ! Il n'y a guère eu de candidats qui ont su se débrouiller au milieu de ces multiples inconnues, et certains d'entre eux d'ailleurs l'ont fait en préférant, à la méthode suggérée par l'énoncé, celle qui consiste à résoudre par simple substitution le système $ax + by = h$, $x^2 + y^2 = h^2$.

À la deuxième partie, un problème de trigonométrie sphérique déconcerte tous les candidats : avalanche de notes pitoyables, hécatombe de bons élèves.

En octobre, autre aventure à la première partie : problème de géométrie pure, portant sur des questions très simples mais rédigées en un style désespérément obscur, du moins pour les élèves. Figure quasi impossible à exécuter proprement.

En résumé, il faut, de deux hypothèses, admettre l'une ou l'autre.

Ou bien certaines Facultés, dans le but de défendre les carrières libérales contre l'avalanche des compétiteurs, veulent systématiquement corser les difficultés du Baccalauréat. Soit. Mais pense-t-on faire un tri judicieux en proposant des problèmes trop difficiles ?

Et puis dans ce cas, pourquoi appâter les enfants et les attirer vers l'enseignement secondaire, pourquoi ouvrir si large la porte d'entrée si l'on est résolu à fermer la porte de sortie ?

Ou bien plus simplement l'on s' imagine que le nouveau plan d'études et l'unification de l'enseignement scientifique a donné aux élèves des possibilités supérieures même à celles des anciennes sections C et D. Belle illusion ! Précisément parce qu'on a astreint tout le monde aux études mathématiques, on a le devoir d'y aller avec quelque discrétion dans l'application des sanctions : car non seulement le littéraire de jadis n'est pas devenu plus scientifique, mais encore l'ancien scientifique tend à disparaître. Oserai-je énoncer ici la constatation désenchantée d'un personnage très compétent qui eut à juger récemment les examens des Bourses : « Dans toutes les séries, me disait-il, et sur toutes les matières, c'est identiquement nul... »

Tâchons de remédier à cette situation. Mais on n'y remédiera pas par le bluff et la poudre aux yeux.

A propos des questions de cours, M. Gros, fait remarquer qu'on peut être embarrassé lorsqu'on cherche à les délimiter nettement : ainsi, pour le volume de la pyramide, comment énoncer la question sans imposer par cela même une méthode et la rendre impossible à traiter pour les élèves ayant appris une autre méthode ? M. CHENEVIER pense que l'on peut tout de même essayer de préciser l'énoncé de la question de cours sans préjuger de la méthode employée ; il souhaiterait que les programmes fussent suffisamment clairs et détaillés pour qu'on puisse y choisir le texte même des questions de cours, sans qu'elles deviennent pour cela par trop vastes.

M. GÉRARD s'élève contre la difficulté, la longueur de certains problèmes de mathématiques proposés au Baccalauréat ; il demande que lorsqu'il en est ainsi, des observations soient adressées aux Doyens ; personnellement il a écrit au Doyen de la Faculté des Sciences de Toulouse au sujet des problèmes donnés à la 2^e Partie en octobre 1931, au Doyen de la Faculté de Sciences de Lille au sujet du problème proposé à la 2^e Partie en juin 1932.

Le Président rappelle que les études critiques présentées chaque année à l'Assemblée générale ont justement pour objet de signaler toutes les questions de cours, tous les problèmes laissant à désirer ; qu'elles ne passent pas inaperçues — témoin les protestations soumises au Comité dans sa réunion du 8 décembre 1932 contre les observations relatives à des problèmes donnés à Montpellier, à Bordeaux, à Strasbourg en juillet 1931 — et que, grâce à elles, notre Association a obtenu des améliorations très appréciables.

Grandes Ecoles. — Le Président excuse de nouveau M. THIBERGE qu'une période militaire a empêché d'assister à l'Assemblée générale mais qui a envoyé son étude critique dont M. HENNEQUIN veut bien donner lecture.

MES CHERS COLLÈGUES,

L'effort continu de notre Association dans la critique des problèmes de concours suscite l'espoir périodique que les Grandes Ecoles s'en inspireront pour l'élaboration de leurs textes ultérieurs. Mais les résultats obtenus semblent obéir à une décevante alternance : encadrant l'année 1931 marquée d'une pierre noire, 1930 était une année heureuse, et 1932 ne brille d'aucun éclat. Votre rapporteur n'est pas fâché de voir ainsi réduire son rôle dans l'intérêt de tous.

Deux textes seulement sont altérés par une faute d'ordre matériel.

A l'Agrégation, la dernière partie de l'épreuve de Mathématiques Spéciales annonce aux candidats deux quadriques satisfaisant à une condition proposée, alors qu'il en existe trois. Le rapport du Jury révèle qu'aucun candidat n'a été même sur le point d'aborder cette question ; soyons donc satisfaits qu'il n'en soit résulté aucun dommage pour les concurrents.

A l'Ecole Navale aussi, la composition de calcul numérique représente la même inconnue x avec deux caractères typographiques différents, italique ou romain. Dans sa réponse à notre Président (1), le Ministre de la Marine, re-

(1) Voir le *Bulletin* n° 73, page 149.

grettant cette erreur, observe que la lecture du texte complet ne peut laisser aucun doute sur la question posée.

L'Ecole Polytechnique ne prête pas cette année à une critique impérieuse, je parle ici de l'écrit seulement. Pour l'oral, le renouvellement partiel du Jury permet d'augurer une amélioration très notable pour la prochaine session ; aussi n'entreprendrai-je pas l'analyse des examens oraux, bien que notre Assemblée générale ait pris l'an dernier en ce sens une résolution non dépourvue d'humour.

L'épreuve écrite de cinématique concerne le mouvement d'un plan sur un plan. Le premier alinéa de la première partie propose d'étudier le mouvement relatif d'un mobile ; on est effrayé de l'ampleur des questions soulevées, on a peine à les classer, on y passe trois heures sur quatre, l'angoisse nous tient de sentir qu'il reste encore cinq alinéas dans la première partie, et que le problème comporte une deuxième partie en trois alinéas qui est une généralisation de la première...

Rassurons nous : « étudier le mouvement relatif » doit tout simplement vouloir dire « écrire les équations de ce mouvement, exprimer sa vitesse et son accélération », car les cinq questions suivantes ont précisément pour but de détailler l'étude ainsi annoncée. Et pour comparer l'ampleur des alinéas, si la solution du second occupe plus d'une page imprimée in-quarto, la solution du sixième tient en moins de deux lignes !

Incidemment, regrettons que la même lettre A désigne simultanément un point lié au plan mobile et sa position particulière dans le plan fixe à l'instant initial ; regrettons aussi que sur la figure accompagnant le texte, une flèche incite les candidats à un sens inusité des rotations dans le plan.

La seconde épreuve écrite comporte de la Mécanique et de la Géométrie analytique. Un nota laisse aux candidats la liberté de choisir pour chaque alinéa les axes les plus favorables ; or dès le premier alinéa, on n'y propose même pas, on y impose des axes... sans doute pensera-t-on qu'ils sont les meilleurs pour ce premier alinéa au moins ? Il n'en est rien. D'ailleurs un calcul vectoriel conduit plus sûrement au résultat en dehors de tout choix d'axes.

Mener à bien ce calcul de plus de deux pages est la seule vraie difficulté du problème, car outre sa longueur il ne prête à aucune vérification. Pourquoi le mettre en tête de l'épreuve et le laisser, s'il est faux, réduire à néant tout l'effort ultérieur du candidat ? Ne peut-on le reporter plus loin, ou tout au moins annoncer à titre de contrôle les formules à obtenir, comme cela a lieu parfois (Centrale A 1924, Polytechnique 1925, etc) ? Le résultat de l'épreuve constitue pour ce texte une critique sévère : jamais les notes ne furent plus uniformément groupées au dessous de 10, même chez des candidats excellents et d'ailleurs reçus.

En résumé, il y a là un ensemble de maladresses, tantôt dans la rédaction des alinéas successifs, tantôt dans leur gradation, qui soulignent et font regretter la représentation si insuffisante de spécialistes universitaires au sein du jury.

Signalons aussi une lacune dans le texte d'une épreuve des Ponts et Chaussées. On demande de résoudre le système $x'' = y''$, $y = tx$.

On spécifie $t > 0$, mais on ne parle pas des signes de x et y . Or discuter la possibilité pour x et y de devenir négatifs dépasse vite les limites du programme. Cependant l'examinateur n'attend-il pas cette discussion aux § 1 ou 2, puisque c'est seulement au § 3 qu'il se décide à préciser que x et y seront positifs ?

Un seul texte est nettement hors du programme, à l'Ecole Navale déjà

nommée, pour un de ces problèmes de mécanique au sujet desquels, — on ne l'a pas oublié, — l'accord ne semble pas encore définitif entre les vues personnelles des examinateurs et les nécessités d'enseignement des Lycées.

On demande d'appliquer le théorème des forces vives, non plus à un point, à quoi nous limite le programme, mais à un solide. Sans doute le programme fait calculer des moments d'inertie, et s'il n'en propose aucune application mécanique, il est permis de s'en étonner, mais non de passer outre. Le programme ne fait-il pas calculer aussi le centre de gravité d'un solide, sans qu'on se croit obligé de traiter le mouvement du centre de gravité ?

Le Ministre de la Marine observe que le problème étant assez long, aucun candidat n'a abordé cette question (la dernière) d'une manière correcte, en utilisant le résultat obtenu sur la vitesse de rotation instantanée. Par suite l'examineur n'a pas eu à en tenir compte dans la comparaison des compositions et n'a pas fait figurer cette question dans le barème qui lui a servi à la correction.

Cette réponse présente une contradiction. Le problème, est-il dit, est « assez long », c'est-à-dire suffisamment long, et alors au lieu d'exciter les candidats à des régates folles en vue de la dernière partie où ils arrivent épuisés, ne vaut-il pas mieux les modérer, les inviter à des sondages pour un travail en profondeur ? Comment distinguer en effet les candidats légitimement sûrs d'eux-mêmes, confiants de vaincre l'ultime difficulté, impatients de se mesurer avec elle, qui, pour elle, se résignent à sacrifier la rédaction des résultats antérieurs, et qui se voient spoliés de tout le bénéfice de leur avance par cette embûche illégale ; ou les candidats consciencieux mais de moyens plus limités, qui avancent prudemment, soignent leur rédaction, contrôlent leurs résultats, et dont l'effort expire à la dernière minute au seuil même de cet écueil ?

Malheur donc aux plus ardents, car leur hâte vient de leur confiance que, dans un problème bien gradué, c'est par la dernière partie que l'on conquiert l'excellente note : les voici dupés, la question est hors programme et le barème devra l'ignorer !

Or la contradiction est là : dire avec le Ministre qu'aucun candidat n'a abordé d'une façon correcte la question incriminée, c'est avouer que tout de même des candidats l'ont abordée, et donc que le problème n'était pas assez long pour l'élite, qu'il pouvait être complété par une question nouvelle, mais strictement extraite du programme. Rappelons une fois de plus les termes impératifs de l'arrêté interministériel de 1925.... nous ne saurons trop insister sur cette vérité que sous une forme ou sous une autre, ce sont toujours les meilleurs candidats, et eux seuls, qui pâtiront de toute faute d'ordre technique, administratif ou pédagogique de l'examineur.

Là, c'était une faute administrative, à l'égard du programme. Ici ce sera, à l'Ecole des Mines de Nancy, une faute technique, contre la terminologie communément reçue. Dans le texte de l'épure, un hyperboloïde de révolution est qualifié d'équilatère pour avoir comme méridienne une hyperbole équilatère. Aucun soupçon n'effleure l'esprit du candidat médiocre, à qui se présente sans effort la solution visée par l'examineur. Le candidat prévenu, au contraire, sait qu'un hyperboloïde est équilatère quand son cône asymptote est capable de trièdres trirectangles inscrits, et il lui faut assez de présence d'esprit pour juger que l'interprétation traditionnelle est incompatible avec la suite de l'énoncé, qu'il doit y renoncer, et lui en substituer une autre.

Cette exégèse demande un temps appréciable que l'examineur n'a aucun moyen de contrôler. Et l'argument qu'après examen toutes les épreuves sans

exception comportent l'hyperbole équilatère est de valeur nulle. Un bon candidat, retardé indûment dix minutes par ce détail, a perdu le temps d'enrichir son épure d'un point, ou d'une tangente remarquable, dont s'est ornée au contraire à ses dépens l'épure d'un concurrent fort heureusement doué d'un esprit moins critique.

Puissent ces réflexions, déjà mises en lumière avec tant de persévérance dans les rapports annuels de mon excellent prédécesseur, et toujours exprimées sans nulle acrimonie, toucher et convaincre les examinateurs. Nos élèves nous sont assez chers, leur avenir nous tient assez à cœur, pour que nous ayons le souci de collaborer à cette œuvre de justice si délicate des concours, à cette mission de sanctionner en quelques heures de longues années d'études et d'assigner infailliblement à chacun son rang. Nous nous estimerons satisfaits si nous avons pu ainsi, en leur évitant des erreurs, faciliter la tâche des examinateurs, diminuer leurs lourdes charges et alléger leurs responsabilités.

L'Assemblée générale s'associe aux remerciements adressés par le Président aux rapporteurs, MM. DECERF et THIBERGE, et renouvelle à l'unanimité la résolution suivante :

L'Assemblée générale renouvelle le mandat donné au Bureau de faire procéder chaque année à une étude critique des sujets de compositions de mathématiques et des épreuves orales de mathématiques des différents examens et concours, et de transmettre aux autorités compétentes — s'il y a lieu — les remarques que cette étude aura suggérées.

Elle invite en outre les membres de l'Association qui auraient pu constater des difficultés, à faire immédiatement toutes les réserves nécessaires auprès des jurys d'examen ou de concours, et à en aviser aussitôt le Bureau pour lui permettre d'agir sans retard.