

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public

—*—
Paraissant tous les trimestres
—●—

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis important.....	65
II. Assemblée générale du 10 avril 1933 : <i>Convocation et ordre du jour</i>	65
III. Etat de l'Association.....	71
IV. Réunion du Comité : 9 mars 1933.....	74
V. Conseil Supérieur de l'Instruction publique : <i>Session de février 1933</i>	75
VI. Documents officiels :	
6. <i>Rapport sur le Concours, en 1932, de l'Agrégation des Sciences mathématiques</i>	76

DEUXIÈME PARTIE

M. FRÉCHET : <i>Sur la formule de Taylor</i>	92
L. VAUTHIER : <i>Foyers d'une hyperbole</i>	96
Bibliographie :	
<i>Algèbre et Analyse</i> , Tome I, par G. ILIOVICI et A. SAINTE-LAGÜE (J. DESFORGE).....	96
Ouvrage reçu.....	98

ADMINISTRATION

21, Avenue de Châtillon, PARIS (14^e)

Abonnement d'un an au *Bulletin* : France, **10 fr.** — Etranger, **12 fr. 50**
 Prix d'un numéro du *Bulletin* : — **2 fr.** — — **2 fr. 50**

Les membres de l'Association (cotisation : **10 fr.** pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que toute publication de l'Association. S'adresser au trésorier : M. FLAVIEN, et en cas de règlement par chèque postal utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris C/c 8-63 — L. FLAVIEN — 26, av. du Petit-Chambord, Bourg-la-Reine.

Bureau :

Président : M. DELCOURT, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14^e.
Vice-Présidents : M^{lle} DETCHEBARNE, 13, rue Guy-de-la-Brosse, Paris, 5^e.
M. DUMARQUÉ, 18 bis, rue du Débarcadère, Paris, 17^e.
Secrétaires : M. DESFORGE, 11 bis, rue Le Bouvier, Bourg-la-Reine.
M. MOMAL, 6, rue Mornay, Paris 4^e.
Trésorier : M. FLAVIEN, 26, av. du Petit-Chambord, Bourg-la-Reine.

Comité :

Membres de droit :

MM. CHENEVIER (St-Louis), et GIMBERT, Issoire.

Membres élus pour 4 ans :

En 1929 : Mme CHABAUTY (Fénelon), MM. COMMANAY (Compiègne), DECERF (Janson), SAINTE-LAGUÉ (Janson).

En 1930 : Mlle DIONOT (Sèvres), MM. MILLET (Pasteur), SÉGUIN (Condorcet).

En 1931 : M. DELCOURT (Henri-IV), Mlle DETCHEBARNE (Molière), M. HENNEQUIN (Buffon), Mlle LAUZANNE (Victor-Hugo), M. MOMAL (St-Louis).

En 1932 : Mlle BARBIER (Jules-Ferry), MM. COISSARD (Janson), DEVISME (Le Havre), DUMARQUÉ (Condorcet), FLAVIEN (Louis-le-Grand), JULIEN (Janson), ROBY (St-Germain), THIBERGE (Orléans).

Librairie DELAGRAVE, 15, rue Soufflot, PARIS (V^e)

Cours de Mathématiques

Conforme aux nouveaux programmes

PAR

F. BRACHET et J. DUMARQUÉ

Agrégés, Anciens élèves de l'Ecole Normale Supérieure

Tables de Logarithmes (12,5 × 25). Cartonné.....	16 fr.
Solutions des Problèmes d'Algèbre (<i>Cl. de Seconde</i>).	17 fr.
Précis d'Algèbre (<i>Classe de Mathématiques</i>). Broché.....	17 fr. Cartonné..... 20 fr..
Mécanique (<i>Classe de Mathématiques</i>). 224 exercices, 190 figures. Broché.....	14 fr. Cartonné..... 17 fr.
Trigonométrie (<i>Classe de Mathématiques</i>). 812 exercices et problèmes. Tables de logarith. et tables diverses. Br.....	11 fr. Cart..... 14 fr. 50
Géométrie descriptive et cotée (<i>Classe de Mathématiques</i>). 304 exercices et problèmes, 278 figures. Br.....	10 fr. cart..... 13 fr.
Arithmétique (<i>Classe de Mathématiques</i>). 288 exercices et problèmes. Broché.....	12 fr. 50 Cartonné..... 15 fr. 50

Unification des définitions de mots et des notations mathématiques

Consulter les « Questions à l'étude » (*Bulletin* n° 76) et les Rapports présentés par MM. FLAVIEN et DESFORGE, aux Assemblées générales annuelles de 1921 à 1932 (*Bulletins* n°s 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 69 et 74), et dont le premier expose l'historique de cette enquête.

Termes dont l'emploi est conseillé

Décisions des Assemblées générales du 22 avril 1922 et du 18 avril 1925 :

Quotient entier : quotient de deux nombres à une unité près par défaut.

Quotient exact : nombre entier ou fractionnaire dont le produit par le diviseur donne le dividende.

Valeur absolue d'un nombre positif, nul ou négatif.

Centre d'homothétie, au lieu de PÔLE D'HOMOTHÉTIE, et à l'exclusion de CENTRE DE SIMILITUDE.

Décisions de l'Assemblée générale du 7 avril 1923 :

Date : nombre positif, nul ou négatif, fixant un instant I lorsqu'un sens pour le temps et un instant origine ont été choisis.

Segment : portion de droite.

Direction : qualité commune à des droites parallèles.

Orientation : qualité commune à des droites parallèles et de même sens.

Droite orientée ou **Axe** : droite sur laquelle un sens positif est distingué. (*Les deux termes étant acceptés, dans ce sens, comme synonymes*).

Vecteur : segment orienté.

Origine, extrémité d'un vecteur.

Support d'un vecteur : droite indéfinie portant le vecteur.

Représenter par la notation $\overrightarrow{AB}$ le vecteur d'origine A et d'extrémité B.

Décision de l'Assemblée générale du 26 avril 1924 :

Nombre algébrique : nombre positif, nul ou négatif.

Décisions de l'Assemblée générale du 18 avril 1925 :

Angle (Ox, Oy) : Représenter par cette notation, dans un plan orienté, l'angle ayant pour premier côté Ox, pour deuxième côté Oy.

Médiatrice d'un segment : perpendiculaire au milieu du segment, en géométrie plane.

Médiatrice d'un triangle : médiatrice d'un de ses côtés, ou perpendiculaire au milieu d'un côté du triangle, en géométrie plane.

Plan médiateur d'un segment : plan perpendiculaire au milieu d'un segment.

Plan frontal de projection : pour désigner le deuxième plan de projection, au lieu de PLAN VERTICAL DE PROJECTION.

Décisions de l'Assemblée générale du 25 mars 1929

Représenter le **produit scalaire** par la notation $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$

Représenter le **produit vectoriel** par la notation $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{CD}$

LIBRAIRIE ARMAND COLIN, 103, Boulevard Saint-Michel PARIS, V^e

SCIENCES MATHÉMATIQUES

Ouvrages conformes aux plus récents programmes

COURS CARTAN

- Arithmétique. Nouvelle édition, par A. CARTAN et Elie CARTAN.
 Classes de 6^e et 5^e, Garçons et Jeunes Filles. Un vol. in-16, cartonné..... 11 fr. 50
 Classes de 4^e et 3^e, Garçons et Jeunes Filles. Un vol. in-16, cartonné..... 11 fr. 50

COURS BOREL-MONTEL

- Trigonométrie. (Classe de Mathématiques, Garçons et Jeunes filles), par A. MUXART.
 In-18, cartonné..... 18 fr. »
 Cosmographie. (Classe de Mathématiques, Garçons et Jeunes filles), par A. MUXART.
 In-18, 12 planches hors texte, cartonné..... 20 fr. »
 Algèbre et Cosmographie (Classe de Philosophie Garçons et Jeunes Filles), par
 P. MONTEL et A. MUXART. In-18, cartonné..... 16 fr. »
 Algèbre (Classe de Mathématiques, Garçons et Jeunes Filles), par MM. Emile BOREL
 et Paul MONTEL. 1 vol. in-18, 41 figures, cartonné..... 26 fr. »
 Algèbre (Classes de 3^e, 2^e et 1^{re}, Garçons et Jeunes filles), par MM. Emile BOREL et
 Paul MONTEL. In-18, cartonné..... 17 fr. »
 Arithmétique (Classes préparatoires, Garçons et Jeunes filles), par M. Henri GONON.
 Un vol. in-18, illustré, cartonné..... 6 fr. »
 Arithmétique (Classes de 8^e et 7^e Garçons et Jeunes filles), par M. Henri GONON. 1 vol.
 in-18, illustré, cartonné..... 9 fr. 25

E. DESPORTES

- Géométrie descriptive (Classe de Mathématiques. — Préparation aux Grandes Ecoles),
 par M. E. DESPORTES. Un vol. in-8^o raisin, broché..... 35 fr. 50

COURS GASTON DARBOUX

pour la CLASSE DE MATHÉMATIQUES

- | | | | |
|--|--------|--|--------|
| Leçons d'Arithmétique théorique et
pratique, par M. Jules TANNERY.
Un vol. in-8 ^o , broché..... | 55 fr. | Leçons de Géométrie élémentaire,
par M. Jacques HADAMARD. | |
| Leçons d'Algèbre élémentaire, par
M. Carlo BOURLET. In-8 ^o , broché... | 55 fr. | I. Géométrie plane. In-8 ^o , broché..... | 45 fr. |
| Leçons de Trigonométrie rectili-
gne, par M. Carlo BOURLET. In-8 ^o ,
broché..... | 45 fr. | II. Géométrie dans l'espace. In-8 ^o , broché | 90 fr. |
| | | Leçons de Cosmographie, par MM.
TISSEAND et ANDOYER. Un vol. in-8 ^o ,
broché..... | 45 fr. |

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

POL SIMON

- La Recherche des lieux géométriques en Géométrie analytique, à l'usage des
 classes de Mathématiques spéciales et des Instituts techniques des Facultés des Sciences.
 par Pol SIMON. Un vol. in-8^o avec 144 exercices gradués résolus, broché..... 35 fr. 50

TRESSE et THYBAUT

- Cours de Géométrie Analytique, à
 l'usage des candidats aux Ecoles Cen-
 trale et Navale, des Elèves de 1^{re} An-
 née de Mathématiques Spéciales, par
 MM. TRESSE et THYBAUT. Un vol.
 in-8^o, 267 figures, broché..... 55 fr.

B. NIEWENGLOWSKI

- Cours d'Algèbre (Préparation à l'Ecole
 Normale supérieur, à l'Ecole poly-
 technique et à l'Ecole centrale), par
 M. B. NIEWENGLOWSKI.
 Tome I. — In-8^o raisin, broché..... 45 fr.
 Tome II. — In-8^o raisin, broché..... 55 fr.

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis important

Paiement des cotisations 1932-1933

Conformément à l'article 4 des statuts, les cotisations qui ne seraient pas réglées le 24 avril 1933 feront l'objet d'un recouvrement postal et supporteront une majoration de 3 fr. pour frais divers.

Le Trésorier prie instamment les membres de l'Association qui n'ont pas encore payé leur cotisation pour l'année scolaire courante (10 fr.) de vouloir bien le faire au plus tôt — pour éviter les frais de recouvrement — à l'aide d'un chèque postal, en utilisant exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8.63 — L. FLAVIEN
26, avenue du Petit-Chambord,
Bourg-la-Reine (Seine)

Le *Bulletin* publie la liste des membres ayant versé leur cotisation.

II. Assemblée générale ordinaire de 1933

Convocation

Conformément à l'article 7 des statuts, l'Assemblée générale aura lieu le **lundi 10 avril 1933, à 8 heures, au Lycée Louis-le-Grand.**

Le présent avis tient lieu de convocation.

Ordre du jour et Rapporteurs (1)

- 1^{er} Rapport du Trésorier : approbation de l'exercice 1931-1932 :
- 2^o Modification aux statuts : fixation à 12 fr. de la cotisation annuelle :
- 3^o Publication d'articles moyennant indemnité versée par les auteurs :
- 4^o Unification des définitions de mots et des notations mathématiques :
M. DESFORGE, professeur au Lycée Saint-Louis ;
- 5^o Les sujets de compositions de mathématiques et les épreuves orales de mathématiques :
au Baccalauréat et aux Bourses : M. DECERF, professeur au Lycée Janson-de-Sailly,
aux concours d'entrée aux Grandes Ecoles : M. THIBIERGE, professeur au Lycée Janson-de-Sailly ;
- 6^o La formation des professeurs de mathématiques : M. DUMARQUÉ, professeur au Lycée Condorcet ;
- 7^o Horaires, programmes et enseignement des mathématiques dans l'Enseignement secondaire : M. MOMAL, professeur au Lycée Saint-Louis.
Le niveau des élèves des classes préparatoires aux Grandes Ecoles :
M. FLAVIEN, professeur au Lycée Rollin.
- 8^o Election de **cinq** membres au Comité : dépouillement du scrutin.

Préparation de l'Assemblée générale

Les membres de l'Association qui désireraient envoyer leur contribution à l'étude des questions inscrites à l'ordre du jour sont priés de bien vouloir faire parvenir leurs communications soit aux rapporteurs, soit à M. DELCOURT, président, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14^e.

Ils trouveront encartés, au milieu de ce *Bulletin*, les bulletins nécessaires pour l'élection au Comité, la désignation de leur délégué et les réponses aux diverses questions à l'ordre du jour, ainsi que les instructions relatives aux votes par correspondance.

1^{re} Question

Compte rendu financier de l'année scolaire 1931-1932 (2)

<i>Recettes</i> : Arrérages (33 rachats de cotisation) et intérêts.	271 90
Perçu un rachat de cotisation	150 »
Perçu 954 cotisations à 10 fr. (3)	9.540 »
Perçu 7 cotisations arriérées 1930-1931	70 »
Reliquats sur recouvrements postaux	214 55
Encaissé 26 abonnements à 10 fr.	260 »
Encaissé pour 6 abonnements à l'étranger	72 »
Vente de <i>Bulletins</i> (frais d'expédition déduits) ...	389 10
Publicité et insertions	2.050 »
Reliquats généreusement abandonnés	29 25
<i>Total des recettes 1931-1932</i>	13.046 80

(1) Voir page 75 du présent *Bulletin*.

(2) Voir page 74 du présent *Bulletin*.

(3) Dont la cotisation d'un membre décédé pendant l'exercice 1931-1932, 2 cotisations 1924-1925, 3 cotisations 1925-1926, 3 cotisations 1926-1927, 2 cotisations 1927-1928, 3 cotisations 1930-1931 et 2 cotisations 1931-1932 n'ont pas été réglées.

<i>Dépenses :</i>	Facture du 31-7-31 : <i>N° spécial IX-1</i> (1.200 ex.) ..	988 95
	Facture du 29-2-32 : <i>N° spécial IX-2</i> (1.300 ex.) ..	1.533 90
	Facture du 29-2-32 : <i>Bulletin n° 71</i> (1.300 ex.) ..	2.086 75
	Facture du 29-2-32 : <i>Bulletin n° 72</i> (1.300 ex.)	909 85
	Facture du 31-3-32 : <i>Bulletin n° 73</i> (1.300 ex.) ..	1.730 45
	Facture du 31-5-32 : <i>N° spécial IX-3</i> (1.200 ex.) ..	1.338 90
	Facture du 30-6-32 : <i>Bulletin n° 74</i> (1.300 ex.) ...	2.877 05
	Facture du 30-11-32 : <i>Bulletin n° 75</i> (1.300 ex.) ..	787 55
	Débours pour recouvrements et lettres de rappel ..	183 25
	Circulaire a/s des élections au Conseil Supérieur ..	235 »
	Annuaire de l'Université	40 »
	Notes de M. DELCOURT	128 40
	Notes de M. DESFORGE	45 »
	Notes de M. FLAVIEN	36 65
	Notes de M. MOMAL	53 »
	Cotisation à la C.T.I.	150 »
	<i>Total des dépenses 1931-1932</i>	13.124 70
<i>Balance :</i>	Actif au 30 septembre 1931	7.776 35
	Excédent des dépenses sur les recettes ..	77 90
	Actif au 30 septembre 1931	7.698 45
<i>Composition de l'actif :</i>	16 rachats à 100 fr.	1.600 »
	15 rachats à 120 fr.	1.800 »
	3 rachats à 150 fr.	450 »
	Disponible	3.848 45
	<i>Total</i> ..	7.698 45
<i>Répartition de l'actif :</i>	En achat de titres (80 fr. rente 4 o/o	
	1925, 5 obligations P.T.T. 1932) ..	7.257 35
	En caisse et aux chèques postaux ...	441 10
	<i>Total</i>	7.698 45

2° Question

Fixation à douze francs de la cotisation annuelle

Modification proposée par le Comité (voir page 74 du présent *Bulletin*).

3° Question

Publication d'articles moyennant indemnité versée par les auteurs

La dernière Assemblée générale avait renvoyé au Comité, pour examen et décision, une proposition formulée par M. GÉRARD au cours du rapport du Trésorier et tendant à la publication d'articles dans le *Bulletin* moyennant indemnité versée par les auteurs.

Etudiée à la réunion du 28 avril 1932, cette proposition fut écartée par le Comité en raison de la situation étrange qui résulterait de la publication

gratuite pour certains articles et payante pour d'autres, en raison également des difficultés et des désaccords qui ne manqueraient pas de se produire lorsque le Bureau et le Comité voudraient user de leur droit de regard et de leur droit de veto.

M. GÉRARD ayant fait appel de cette décision à l'Assemblée générale, les membres de l'Association sont invités à faire savoir s'ils sont ou non partisans de la publication d'articles dans le *Bulletin* moyennant indemnité versée par les auteurs, cette publication restant soumise, bien entendu, aux règles adoptées pour toutes les demandes d'insertion dans le *Bulletin* (1).

4^e Question

Unification des définitions de mots et des notations mathématiques

Se reporter aux *Questions à l'étude* rappelées par le *Bulletin* n° 76 (p. 3), aux rapports (2) présentés aux Assemblées générales ordinaires depuis 1921 (*Bulletins* n°s 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 69 et 74) et aux nombreux articles relatifs à cette enquête publiés par le *Bulletin*.

TABLEAU DES TERMES PROPOSÉS, conformément à la résolution renouvelée par chaque Assemblée générale (2).

- 1° Dire « MOMENT D'UN COUPLE », au lieu d' « axe d'un couple ».
- 2° Dire « HOMOTHÉTIE POSITIVE, HOMOTHÉTIE NÉGATIVE ».
- 3° Bannir le terme « antihomologue ».

TABLEAU PROVISOIRE établi, pour les *Déplacements et Symétries*, conformément à la décision de la dernière Assemblée générale.

Pour la géométrie de l'espace, employer les expressions : « *demi-tour* » (au lieu de « symétrie par rapport à une droite »), « *symétrie par rapport à un point* », « *figures symétriques par rapport à un point* », « *symétrie par rapport à un plan* », « *figures symétriques par rapport à un plan* », « *symétrie* » (pour la transformation produit d'un déplacement et d'une symétrie par rapport à un point ou à un plan), « *figures symétriques* » (pour deux figures correspondantes par une symétrie).

Pour la géométrie plane, employer les expressions : « *symétrie par rapport à un point* », « *symétrie par rapport à une droite* », « *retournement* » (pour la transformation produit d'un déplacement et d'une symétrie par rapport à une droite, « *figures contrairement égales* » (pour deux figures correspondantes par un retournement).

(1) « Lorsqu'une insertion au *Bulletin* est demandée, le Bureau la soumet au « préalable aux personnes éventuellement visées par cette insertion, puis, ou il en « réfère au Comité, ou il ne prend la responsabilité de sa publication que suivie « des observations qu'auraient pu faire ces personnes et après que les auteurs de « ces différentes notes, ayant eu connaissance de l'ensemble des textes destinés à « l'impression, auront accepté de clore ainsi le débat. » (Réunion du Comité du 16 février 1928, *Bulletin* n° 54).

(2) « L'Assemblée décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Le Bureau est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, de faire présenter chaque année un Rapport à l'Assemblée générale ordinaire et de lui soumettre, s'il y a lieu, un tableau des définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire, Ce tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé. »

5^e Question

*Les sujets des compositions de mathématiques
et les épreuves orales de mathématiques aux Examens et Concours*

Se reporter aux rapports présentés par M. WEILL, DECERF et HENNEQUIN aux Assemblées générales ordinaires depuis 1923 (*Bulletins* n^{os} 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 61, 65, 69 et 74), sanctionnés par le mandat renouvelé au Bureau par ces Assemblées générales (1).

6^e Question

La formation des professeurs de mathématiques

Parmi les propositions présentées cette année au Congrès du S3 par une Commission préparatoire (voir page 75 du présent *Bulletin*), les suivantes intéressent les professeurs de mathématiques et sont soumises à l'Assemblée générale.

FORMATION GÉNÉRALE DES PROFESSEURS DE L'ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE. — *Tout candidat à une fonction d'enseignement scientifique doit faire preuve d'une formation générale préalable fondée à la fois sur les sciences mathématiques et expérimentales et faisant une place à la culture philosophique.*

Les épreuves conférant l'aptitude à l'enseignement devront, dans un délai à déterminer, faire une place à l'histoire et à la philosophie des sciences.

RECRUTEMENT DES PROFESSEURS. — 1^o *La Commission, considérant que l'enseignement dans les premières années secondaires exige les mêmes qualités que dans les classes supérieures, estime que les décisions qui seront prises s'appliquent à toutes les classes à partir de la Sixième.*

2^o *Il doit exister pour toutes les disciplines un concours de degré supérieur, du niveau vers lequel il est désirable que tendent tous les professeurs.*

Pour les disciplines littéraires et scientifiques, ce concours doit être l'agrégation. Pour les autres disciplines (y compris la couture), ce doit être un certificat (degré supérieur).

3^o *Les nécessités pratiques, notamment celle du maintien du niveau élevé du concours, rendent nécessaire le recrutement de professeurs munis d'un titre du premier degré.*

Pour les disciplines littéraires et scientifiques, ce titre est l'examen de la licence. Pour les autres disciplines, c'est le certificat (premier degré).

4^o *Les non-agrégés candidats aux fonctions professorales ne pourront être nommés qu'après avoir satisfait aux épreuves d'un concours de classement ouvert à tous les licenciés, et dans l'ordre du classement. Seront dispensés du concours et nommés par priorité les admissibles à l'agrégation.*

(1) « L'Assemblée générale renouvelle le mandat donné au Bureau de faire procéder chaque année à une étude critique des sujets de compositions de mathématiques et des épreuves orales de mathématiques des différents examens et concours et de transmettre aux autorités compétentes, s'il y a lieu, les remarques que cette étude aura suggérées. Elle invite en outre les membres de l'Association qui auraient pu constater des difficultés au sujet de ces textes à faire immédiatement toutes les réserves nécessaires auprès des jurys d'examen ou de concours, et à en aviser aussitôt le Bureau pour lui permettre d'agir sans retard, »

5° La commission émet le vœu que les jurys d'agrégation reçoivent le maximum de candidats compatible avec le maintien du niveau du concours.

Des rapports sur la formation des professeurs de mathématiques ont été présentés aux Assemblées générales de 1930 et de 1931 (*Bulletins* n°s 65 et 69). Consulter aussi la réponse du Bureau à la Société des Agrégés à la suite d'une réunion de membres de l'Association (*Bulletin* n° 68, page 88 et 108). Se reporter également aux *Bulletins* n° 59, page 123, n° 60, page 157, n° 62, page 38, au sujet des agrégations de mathématiques; ainsi qu'aux *Bulletins* n° 34, 39, 41, 46 et 50, au sujet de la formation des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire des jeunes filles.

7° Question

Horaires, programmes et enseignement des mathématiques

Le niveau des élèves des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Se reporter au compte rendu et aux décisions (1) de la dernière Assemblée générale (*Bulletin* n° 74, page 109 et suivantes), et à l'exposé du programme de l'Association publié par le *Bulletin* n° 76.

Adresser les communications et observations aux rapporteurs.

En particulier les membres de l'Association sont instamment priés de bien vouloir répondre sur les points suivants, à l'aide du questionnaire encarté au milieu de ce *Bulletin*.

I. Êtes-vous partisan de l'égalité scientifique telle qu'elle est réalisée par les programmes et les horaires actuels ?

Si non, êtes-vous partisan, pour les sections scientifiques, du retour aux horaires et programmes des anciennes classes de Seconde et de Première C et D, ou bien demandez-vous le renforcement des horaires et programmes scientifiques dans certaines sections actuelles de Seconde et de Première (étude du second degré en Seconde, des débuts de la trigonométrie et de la descriptive en Première).

II. Estimez-vous trop chargé, pour l'horaire actuel, le programme de la classe de Mathématiques ?

Si oui, quels remèdes proposez-vous ?

(1) 1° « L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire public exprime le vœu que l'Administration organise la sélection des élèves demandant à entrer dans la classe de Mathématiques. »

« 2° L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire public, vivement émue de constater l'abaissement général de la culture scientifique des élèves de la classe de Mathématiques, »

« rappelle que jusqu'à la fin de la classe de Première, l'égalité scientifique préconisée pour sauvegarder le recrutement des classes de lettres a été réalisée dans le plan d'études du 3 juin 1925 en diminuant largement le programme des anciennes sections scientifiques C et D, »

« Attire l'attention des pouvoirs publics sur l'entraînement scientifique insuffisant de beaucoup d'élèves à leur entrée dans les classes préparatoires aux grandes Ecoles, »

« insuffisance due en grande partie à une initiation tardive et sans profondeur. »

« et décide de mettre à l'étude les moyens de remédier à cette déchéance de l'enseignement scientifique français. »

III. Etat de l'Association

1.026 membres au 31 janvier 1933

1. Inscriptions

(L'astérisque indique un membre honoraire)

MM.

ANGELETTI, Poitiers.
ATTUYT (Mme), Rabat (F.).
AUBOUY (Mlle) Clermont-Ferrand (F.).
BLANC (...), Poitiers.
BOSQ, Oran.
CHEVAILLIER, Tananarive.
EHRHARDT, Nancy.
EVRARD, Clermont-Ferrand.
*FRAISSÉ, Nancy, *Proviseur*.
*GAUGAIN, Avignon, *E.P.S.*
GOUNON, Douai.
GRAVIÉ (Mlle), Toulouse (F.).

MM.

GUÉVILLE, Elbeuf.
GUYOT, La Flèche.
HANSSEIN, Sedan (C.).
JABRAUD, Lorient.
KLOEVEKORN, Mulhouse.
LE BRUMANT, Morlaix (C.).
MÉLOT, Morlaix (C.).
MICHEL (Mlle), Tananarive (F.).
OUTTERYCK, Sedan (C.).
*RICHARD (Jean), Vierzon, *E.N.P.*
SEBAG, Evreux.
THÉVENON (Mlle), Tours (F.).

2. Radiations

Mme BACHON, Poitiers (F.), *démissionnaire*.

MM. DENIZOT, *en retraite*.

ROSSIGNOL, Charlemagne, *décédé*.

3. Cotisations reçues du 1^{er} décembre au 31 janvier

(2^e liste des cotisations 1932-1933 : 188 ; au total 603)

Les noms en italiques sont ceux des membres ayant un nouveau poste

Membres honoraires : M. Bianchi (G.), censeur du Lycée de Gap.
Mlle Brusset, prof. à la Lég. d'hon., St-Denis.
M. Eyraud (H.), prof. à la Fac. Sc., Lyon.
M. Fabre (H.), astronome à l'Observatoire, Nice.
M. Fraissé, proviseur du Lycée de Nancy.
M. Gaugain, prof. à l'E.P.S., Avignon.
M. Gautrouneau, prof. à l'E.P.S., Bressuire.
M. Got, prof. à la Fac. Sc., Poitiers.
M. Jacques, prof. à la Fac. sc., Montpellier.
M. Mandelbrojt, prof. à la Fac. Sc., Clermont.
M. Richard (Jean), prof. à l'E.N.P., Vierzon.
M. Rieumajou, proviseur du Lycée Voltaire.
Mlle Robert, prof. à l'E.N., Paris, 17^e.
Mlle Roby, directrice du L.F., St-Quentin.

En retraite : M. Baillon, *prof. hon.* au Lycée d'Auch.

M. Bernheim, *prof. hon.* au Lycée Janson.

M. Casabonne, *prof. hon.* au Lycée Henri-IV.

M. Clapier, *prof. hon.* au Lycée d'Alès.

M. Devin, *prof. hon.* au Collège d'Armentières.

M. Doré, *prof. hon.* au Lycée de Bourges.

Mme Ficquet, *prof. hon.* au Lycée Molière (F.).

M. Gautheron *prof. hon.* au Lycée Janson.

M. Gérard (L.), *prof. hon.* au Collège Chaptal.

M. Janis, *prof. hon.* au Lycée de Marseille.

M. Julien, *prof. hon.* au Lycée Janson.

M. Loyer, *prof. hon.* au Lycée Voltaire.

M. Poirot, *prof. hon.* au Lycée Michelet.

AIX. — M. Terrier.

ARMENTIÈRES (C.). — M. Chervel.

BAR-LE-DUC. — M. Mignot.

BOUXWILLER. — M. Lévy (O.).

CAEN. — MM. Adler, Bertrand (Ch.), Dubois (G.), *Durrande*.

CASABLANCA. — MM. Alméras, Béthoux (E.), *Bisos*, Jean-Marie.

CHALONS-SUR-MARNE. — M. Moszkowski.

CHATELLERAULT. — M. Michaud.

CLERMONT-FERRAND. — MM. Dumas (H.), *Evrard*, Meynieux, Roddier,
Sanselme.

CLERMONT-FERRAND (F.), 2^e liste. — Mlle Aubouy.

COLMAR (F.). — Mlle Jehl.

COMPIÈGNE (C.). — MM. Brotier, Commanay.

CONDOM (C.). — M. Izar.

COSNE (C.). — M. Abhervé-Guéguen.

DAX (C.F.). — Mlle Minvielle.

DOUAI. — MM. Favrelle, Gaudron, Godart (P.), *Gouyon*, Marvillet.

ELBEUF. — M. Guéville.

EVREUX. — M. Sebag.

FONTAINEBLEAU (C.F.). — Mme Bongard.

HAZEBROUCK (C.). — M. Frucquet.

LE PUY (F.). — Mlle Chirol.

LORIENT. — MM. Girard (G.), *Jabraud*, Mazé, Ménard.

LUÇON (C.). — M. Marcou.

LURE (C.). — M. Delabarre.

MACON. — M. Lagier.

MACON (F.). — Mlle Dargent.

METZ. — MM. Armbruster, Cordier, Kieffer, Martin (M.), Naglé, Pallez,
Schirmer.

METZ (F.), 2^e liste. — Mme Delort.

MONTBÉLIARD (C.F.). — Mlles Giraud, Rousset,

MONTLUÇON. — MM. Chambonnet, Favard (A.), *Morcl* (H.), Pradon.

MORLAIX (C.). — MM. Le Brumant, Mélot.

- MULHOUSE. — MM. Braun (J.), Kloevekorn, *Ruscher*.
NANCY. — MM. Caquelin, Chanzy, *Cholez*, Dollon, *Ehrhardt*, Legras,
Magron, Mercier, Parmantier, *Renard*.
NANCY (F.). — Mlles Duret, Fontaine.
NANTES. — M. *Thonon*.
NANTES (F.). — Mlle Bordron.
NEUFCHATEAU (C.). — M. *Minard*.
NYONS (C.). — M. *Mari*.
OLORON (C.). — M. Garraux.
ORAN. — MM. Bernard (P.), *Bosq*, *Cohen-Bacrie*, Philippe (A.), Robba,
Zurbach.
ORANGE (C.). — M. *Malachane*.
PARIS, *Louis-le-Grand*. — MM. Abelin, Bernard (Ch.), *Cagnac*, Caignon,
Caire, Commissaire, Dontot, Dufour (G.), Fer-
rieu, Lafosse (F.), Pouget (E.), Rivet, *Robert*
(P.).
PARIS, *Jules-Ferry* (F.). — Mlles Barbier, *Leroy*, Mme Rousselet, Mlles
Rozet, Ullmann, Vidal.
PARIS, *Rollin*. — MM. *Debey*, Divan, Estève, *Emanuély*, *Flavien*, *Labé-*
renne.
PARIS, *Victor-Duruy* (F.). — Mlles *Joly*, Latuner.
PÉZENAS (C.). — M. Estibotte.
POITIERS. — MM. *Angeletti*, Bellot, Bertheau, *Blanc* (...), Dreyfus, Nourry.
POITIERS (F.). — Mlle Girardin.
RABAT (F.). — Mme *Attuyt*.
RENNES. — MM. Leroy, Marceil, Poumier, Prulhière, Renault.
RODEZ (C.F.). — Mme Laporte-Burgues.
ROMBAS (C.). — M. Schott.
ROUEN. — MM. Chazal, Collinet (M.), Duthilleul, Renaud (Jean), Vas-
seur (J.).
SAINT-OMER. — MM. Batrelle, Villert.
SEDAN (C.). — MM. Hansslein, Outteryck.
SEDAN (C.F.). — Mlle Cannac.
SOUSSE (C.). — MM. Bompar, Vandel.
TANANARIVE. — M. Chevaillier.
TANANARIVE (F.). — Mlle Michel.
TARASCON (C.). — M. Auzanneau.
TARBES (F.). — Mlle Argou.
TOULON. — MM. Cambier, Costabel, Eyraud (V.), Jouvent, Ozil, Toussaint.
TOULOUSE (F.). — Mlles Alzieu, Escourrou, Gravié, Mme Roques.
TOURCOING. — M. Vauthier.
TOURS (F.). — Mlles Bèzes, *Thévenon*.
TULLE. — M. Desbouillons.
VANNES (C.). — M. Jaury.
-

IV. Réunion du Comité

9 mars 1933

Présents : MM. CHENEVIER, DECERF, DELCOURT, DESFORGE, Mlle DET-CHEBARNE, M. DEVISME, Mlle DIONOT, MM. DUMARQUÉ, HENNEQUIN, MOMAL, ROBY, THIBERGE.

Excusés : MM. FLAVIEN, JULIEN, Mlle LAUZANNE.

Assiste aussi à la réunion : M. ROBERT (M. BARRÉE, président de l'Union des Physiciens, et M. ROBERT, président de l'Union des Professeurs de Spéciales, avaient été invités pour faciliter la liaison avec ces Sociétés, et M. BARRÉE s'était excusé de ne pouvoir assister à la réunion).

La séance est ouverte à 17 heures, sous la présidence de M. DELCOURT, qui transmet la démission de M. JULIEN, comme membre du Comité, et auquel s'associe le Comité lorsqu'il exprime ses regrets de voir M. JULIEN prendre sa retraite trop loin de Paris pour assister désormais aux réunions.

M. DESFORGE, secrétaire, donne lecture du procès-verbal de la dernière réunion du Comité (8 décembre 1932), qui est approuvé.

Membres honoraires. — Le Comité nomme membres honoraires M. FRAISSÉ, proviseur au Lycée de Nancy, M. GAUGAIN, professeur à l'Ecole Primaire Supérieure d'Avignon, et M. RICHARD (Jean), professeur à l'Ecole Nationale Professionnelle de Vierzou.

Compte rendu financier de l'exercice 1931-1932. — MM. DELCOURT et FLAVIEN, présentent le compte rendu financier de l'année scolaire 1931-1932 (voir page 66 du présent *Bulletin*).

Grâce à l'augmentation du nombre de pages de publicité, le déficit de l'exercice, compte tenu d'un rachat de cotisation, ne s'élève qu'à 227 fr. 90. Malheureusement le budget en cours est moins favorisé quant à la publicité, et il ne pourra s'équilibrer qu'en entamant sérieusement les réserves qui viennent d'être ramenées à 3.848 fr. 45 au 30 septembre 1932.

Aussi le Comité estime-t-il nécessaire un relèvement de la cotisation plutôt qu'une réduction de l'importance du *Bulletin* et de ses suppléments, et il décide de proposer à l'Assemblée générale de fixer à 12 francs la cotisation annuelle (qui, de deux francs avant la guerre, avait été portée à cinq francs en octobre 1921, puis à huit francs en octobre 1924, et à dix francs en octobre 1929).

Les horaires et programmes. — M. DELCOURT soumet au Comité des communications qu'il a reçues de MM. BENNEZON, MIRABEL, DE SARRAU, et qui expriment des opinions opposées sur les horaires et programmes.

Le Comité décide de les transmettre à M. MOMAL, pour qu'il en fasse état dans le rapport qu'il doit présenter à l'Assemblée générale de 1933, et charge MM. CHENEVIER et DELCOURT de rédiger un questionnaire destiné à recueillir, sur ces questions, l'opinion aussi précise que possible des membres de l'Association.

Les compositions de mathématiques à différents Concours et Examens. — M. DELCOURT communique au Comité, avant de les transmettre à M. DECERE, rapporteur, de nombreuses lettres de M. GÉRARD concernant des compositions de mathématiques proposées à différents Concours et Examens.

Maximum de service. — Le Comité prend connaissance de diverses lettres relatives à l'application du décret du 11 février 1932 au maximum de service d'un professeur de mathématiques enseignant à la fois dans une classe de Première et une classe préparatoire à l'Ecole des Hautes Etudes Commerciales.

La sélection des élèves de l'Enseignement secondaire. — M. DELCOURT signale au Comité l'achèvement des travaux de la Commission chargée par le S3 d'étudier la sélection des élèves dans l'Enseignement secondaire, et les propositions du rapporteur de cette Commission (1).

La formation et le recrutement des professeurs. — M. DELCOURT signale au Comité les réunions d'une Commission chargée par le S3 d'étudier les questions relatives à la formation et au recrutement des professeurs de l'Enseignement secondaire, et M. CHENEVIER met le Comité au courant des travaux et des décisions de cette Commission (2).

Certaines de ces décisions concernant les professeurs de mathématiques, le Comité décide de les soumettre à l'Assemblée générale de Pâques 1933.

Assemblée générale de Pâques 1933. — Le Comité fixe au lundi 10 avril, à 8 heures du matin, l'Assemblée générale ordinaire de 1933, arrête l'ordre du jour conformément à l'article 8 des Statuts (voir page 66 du présent Bulletin), et enregistre les candidatures pour l'élection de cinq membres au Comité (dont l'un en remplacement de M. JULIEN, qui vient de démissionner ayant pris sa retraite trop loin de Paris pour pouvoir continuer à assister aux réunions).

V. Conseil Supérieur de l'Instruction publique

Session de février 1933

Le Conseil Supérieur a tenu les 17 et 18 février sa première session ordinaire de 1933.

Deux projets intéressant l'Enseignement secondaire seul ont été adoptés. L'un d'eux institue une épreuve de langue vivante au Concours général des Lycées et Collèges, dans la classe de Première. L'autre est relatif à l'agrégation féminine de physique. Les candidates qui avaient obtenu le certifi-

(1) Voir *La Quinzaine Universitaire* n° 263, page 135 et n° 265, page 206.

(2) Voir *La Quinzaine Universitaire*, n° 266, pages 251 ; n° 267, pages 288, 294, 304 et 320.

cat de Mathématiques générales avant le 1^{er} octobre 1930 pouvaient faire accepter ce certificat comme équivalent à celui de Calcul différentiel et intégral ou à celui de Mécanique rationnelle. La date du 1^{er} octobre 1930 a été remplacée par 1^{er} décembre 1930 pour proroger cette équivalence en faveur des candidates qui n'auraient obtenu le certificat de Mathématiques générales qu'à la session d'octobre 1930.

Un projet relatif au concours des Bourses, première et deuxième série, intéressait l'Enseignement secondaire et l'Enseignement primaire. L'article 6, paragraphe 3, de l'arrêté du 15 février 1926, qui stipulait que ne pouvaient être admis que les candidats ayant obtenu la moyenne des points pour l'ensemble des épreuves a été remplacé par le texte suivant : « Le « nombre des candidats qui pourront être déclarés admis sera fixé chaque « année par arrêté ministériel pour chacun des trois ordres d'enseigne- « ment. Nul ne pourra être admis s'il n'a obtenu la moyenne des points « pour l'ensemble des épreuves. » — Un inspecteur des contributions directes sera adjoint à la commission départementale, à titre consultatif.

Le Conseil a jugé une affaire disciplinaire et deux affaires contentieuses.

P. CHENEVIER.

VI. Documents officiels

6. Rapport sur le Concours, en 1932

de l'Agrégation des Sciences Mathématiques (1)

Epreuves écrites (2).

Le nombre des candidats inscrits a augmenté sensiblement : 122 au lieu de 104.

Celui des concurrents a suivi la même progression : 107 après 95. Cette augmentation a porté sur les étudiants à divers titres, 33 après 24, et sur ceux qui exercent des fonctions de surveillance, 25 après 16.

Le nombre des normaliens a légèrement fléchi, celui des professeurs titulaires ou délégués n'a guère varié.

Deux femmes ont encore participé aux épreuves écrites, ainsi que deux étudiants appelés au service militaire.

20 places ayant été mises au concours, le Jury a cru devoir proclamer 36 admissibles avec l'espoir que peu d'anciens échapperaient à son choix. Cet espoir s'est presque réalisé puisque quatre seulement ont été évincés : encore deux se sont-ils classés au 37^e rang, un au 41^e et un au 62^e.

(1) Le Jury était composé de MM. BLUTEL, inspecteur général, président ; TRESSE, inspecteur général, vice-président ; PÈRES, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille ; SOULA, professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier ; HENNEQUIN, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Buffon.

(2) Voir les énoncés pages 15 et suivantes des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1932*.

Ces résultats ne sont pas sans inspirer confiance dans la continuité du jugement des Jurys successifs.

Ce développement de la liste des admissibles donne une garantie sérieuse pour la constitution de celle des admis ; ce n'est pas le seul avantage qu'on puisse y trouver. Le nombre des candidats à un poste de mathématiques augmente sans cesse et dépasse de beaucoup les besoins actuels. Le choix en est facilité par la sécurité que donnent les résultats obtenus aux épreuves écrites du concours d'agrégation ; on y trouve tout au moins un indice de la valeur scientifique relative des postulants.

La moyenne 13 du premier admissible correspond à celle du troisième de 1931. En revanche celle du 36^e est supérieure d'un demi-point à celle du candidat de même rang, l'an dernier. Il s'agit donc d'un concours moyen. Cette impression se dégagera, assombrie peut-être, à la lecture des rapports particuliers, relatifs à chaque composition.

Parmi les admissibles, on trouve les huit normaliens qui se sont présentés, 1 ancien normalien et 1 auditeur de l'école normale supérieure, dix étudiants boursiers ou libres, douze professeurs à des titres divers, trois répétiteurs et un militaire.

Mathématiques élémentaires (M. TRESSE). — « La composition de géométrie a donné, dans l'ensemble, des résultats assez faibles. 107 candidats y ont pris part ; 17 seulement ont obtenu la moyenne avec des notes s'échelonnant à peu près régulièrement, par demi-points, de 15 à 10, sauf deux groupements de quatre unités aux échelons de 13,5 et 10 ; ensuite, 18 copies ont été cotées de 9,5 à 7,5 inclusivement, 25 de 7 à 5, 29 de 4,5 à 2,5 et 18 de 2 à 0. Il faut descendre jusqu'aux notes 8 ou 6 pour réunir sensiblement le premier quart ou la première moitié du contingent.

La faiblesse de l'épreuve a de quoi surprendre, si l'on considère que le sujet proposé consistait en une étude, par les procédés de la géométrie élémentaire, de l'hyperboloïde à une nappe et que cette étude ne comportait aucun résultat qui fût nouveau pour les candidats, d'après les connaissances de géométrie analytique qui leur sont imposées.

Cette étude élémentaire repose sur la notion de *distance oblique*, parallèle à un plan P , d'un point à une droite, entendant par là la longueur du segment parallèle à P limité au point et à la droite. L'hyperboloïde est défini comme la surface Σ , lieu des points M dont la distance à un point fixe F (foyer) est dans un rapport constant e , supérieur à 1 (excentricité), avec la distance oblique à une droite Δ (directrice), non perpendiculaire à P .

Cette définition met de suite en évidence les deux séries de sections circulaires de Σ , avec leurs diamètres conjugués ; leurs plans sont parallèles soit à P , soit au plan P' symétrique de P par rapport à Δ , et chacune d'elles se trouve sur la sphère, lieu des points dont les distances à F et au point d'intersection du plan sécant avec Δ sont dans un rapport égal à e . Le diamètre conjugué de chaque série apparaît ensuite comme décrit par le point qui partage dans un rapport constant un segment de droite parallèle à P ou P' , dont les extrémités décrivent Δ et la perpendiculaire abaissée de F sur P ou P' .

On arrive à la détermination de l'intersection de Σ avec une sécante quelconque et, en particulier, aux génératrices rectilignes de Σ , en suivant d'abord la variation de la distance oblique à Δ d'un point N , mobile sur une droite quelconque D . Si l'on projette parallèlement à Δ , sur un plan parallèle à F , la distance oblique est égale à sa projection gn , laquelle est la distance d'un point fixe g , projection de Δ , à un point variable n qui, projection de N , décrit une droite d , projection de D ; elle passe par un minimum pour une position particulière N_0, n_0 , de N et n ; puis, comme N et n décrivent sur D et d des divisions semblables, la distance oblique, représentée en gn , reste proportionnelle à la distance GN de N à un point fixe G , lequel correspond, dans un plan quelconque mené par D , à g , dans la similitude qui fait correspondre D à d ; le plan choisi, mené par D , étant arbitraire, il y a une infinité de points G , situés sur un cercle d'axe D et de centre N_0 : il n'y a qu'un seul, point de rencontre de D et Δ , dans le cas où ces droites sont sécantes. Si, faisant varier D , on impose au rapport de similitude d'être égal à e , les directions des droites D sont celles des génératrices d'un cône à sections circulaires parallèles à P et P' , cône qui peut être défini comme une surface Σ , dont le foyer serait sur la directrice : ce cône est celui des directions asymptotiques de Σ . Si en outre, on impose au cercle des points G de passer par F , la droite D est entièrement située sur Σ : or, en se fixant la génératrice du cône parallèle à cette droite, la présence de F impose à N_0 et au cercle des points G d'être dans le plan perpendiculaire à cette génératrice mené par F ; la présence de Δ détermine un second plan contenant n_0 et N_0 , plan mené par Δ et coupant P suivant une perpendiculaire à la projection de la génératrice ; N_0 doit ainsi se déplacer sur une certaine droite ; le cercle des G varie en même temps en restant homothétique à lui-même par rapport à un point, placé sur Δ , qui lui est intérieur, de sorte que, dans deux de ses positions, il passe par F , et que toute génératrice du cône est parallèle à deux génératrices de Σ .

Les sections φ de Σ par des plans menés par Δ s'étudient facilement. Pour tout point M situé dans un tel plan Q , la distance oblique à Δ reste parallèle à une direction fixe et proportionnelle soit à la distance proprement dite de M à Δ ou au plan Q_1 passant par Δ et perpendiculaire à Q , soit à tout plan Q' passant par Δ et distinct de Q : les points de la section φ ont donc des distances à F , à Q_1 , à Q' , qui restent dans des rapports constants ; ils sont ainsi sur une infinité de quadriques de révolution Φ , lieu de points dont les distances à F et à un plan directeur Q' sont dans un rapport constant ; en particulier, lorsqu'on fait passer Q' par F , Φ est un cône de révolution de sommet F ; φ est donc une conique. De plus, lorsque Q' se confond avec Q_1 , le rapport constant est supérieur à l'unité, Φ est un hyperboloïde de révolution à deux nappes et φ , sa section par un plan parallèle à son axe, est toujours une hyperbole.

Diverses symétries de Σ apparaissent au cours de ces recherches. Et d'abord le plan Ω mené par F perpendiculairement à Δ est un plan de symétrie, toute sécante parallèle à Δ coupant Σ en deux points équidistants de F . Les sections circulaires Γ en font apparaître un second, le plan

qui coupe en deux parties égales les cordes de ces cercles perpendiculaires à Δ ; ce plan contient la droite t , lieu des centres des cercles Γ ; il est parallèle à Δ , perpendiculaire à P et à Ω . Ces cercles Γ font aussi apparaître un centre de symétrie O , placé sur t , car les rayons de ces cercles, qui varient comme la distance oblique de leurs centres à une génératrice rectiligne quelconque de Σ , sont égaux pour deux positions du centre symétriques par rapport au centre O correspondant à un rayon minimum. Ce que l'on sait de Σ avec une droite quelconque montre que O est nécessairement sur l'intersection des plans de symétrie précédents, et que, en dehors d'un troisième plan de symétrie, et d'axes de symétrie, conséquences des symétries précédentes, Σ n'a pas d'autre symétrie.

La section ω de Σ par le plan de symétrie Ω joue un rôle important. Elle est le lieu des sommets des hyperboles φ . On peut la déterminer par un calcul analytique simple, qui fait appel seulement à l'expression de la distance de deux points définis par leurs coordonnées rectangulaires et qui conduit directement, en traduisant la définition de Σ , à l'équation d'une ellipse rapportée à des parallèles à ses axes. Mais il y a mieux ; le jeu des distances, droites et obliques, conduit à considérer ω comme la projection d'une courbe ω' placée dans un plan P que, pour des raisons qui apparaîtront plus loin, il est commode de choisir en le faisant passer par le point δ , pied de Δ sur Ω . En passant de ω à ω' , distance à F et distance oblique à Δ d'un point de ω deviennent distance proprement dite à une droite F_2 , la parallèle à Δ , menée par F , et distance au point δ , du point correspondant de ω' ; alors ω' se place sur une surface Σ' , lieu des points dont le rapport des distances à la droite F_2 et au point δ est égal à c , ellipsoïde de révolution aplati de plan équatorial Ω ; cet ellipsoïde Σ' est à son tour la transformée par affinité à partir de Ω , d'une sphère Σ'' ayant pour grand cercle l'équateur de Σ' , ou encore lieu des points dont le rapport des distances aux points F et δ est égal à c ; finalement ω est la projection de la section de cette sphère par le plan qui correspond à P dans l'affinité ; c'est une ellipse de grand axe parallèle à la trace de P sur Ω , bitangente au grand cercle équatorial de Σ' et Σ'' aux points où il coupe cette trace.

Les points F et δ occupent une position remarquable par rapport à cette ellipse ω . Revenant en effet aux hyperboles φ , toute droite du plan Ω , issue de δ , représente la trace d'un plan Q ; elle coupe ω en deux points A, A' , sommets de la section φ ; δ est donc intérieur à ω ; puis FA, FA' sont les génératrices principales du cône de révolution de sommet F qui passe par φ ; $F\delta$ est la directrice et Fx , qui lui est perpendiculaire, est l'axe focal de la conique évanouissante, formée par FA, FA' , méridienne de ce cône ; $F\delta$ et Fx sont donc les bissectrices fixes de l'angle formé par FA, FA' ; Fx est la polaire de δ par rapport à ω . Si l'on se donne arbitrairement l'ellipse ω et le point intérieur δ , F est déterminé, projection de δ sur sa polaire ; de même, si on se donne ω et le point extérieur F , δ est déterminé, intersection de la polaire de F et de la bissectrice intérieure de l'angle des tangentes issues de F . Dans les deux cas, la surface Σ est elle-même déterminée ; on connaît en effet d'abord F et Δ ; l'excentricité a pour valeur

$e = \frac{SF}{S\delta} = \frac{S'F}{S'\delta} = \frac{MF}{M\delta}$, S et S' étant les extrémités de la corde de ω parallèle au grand axe et menée par δ , M un point quelconque du cercle bitangent à ω en S et S' ; l'ellipsoïde aplati Σ' et la sphère Σ'' sont alors déterminés ainsi que les deux plans symétriques par rapport à Ω , qui coupent Σ'' suivant des cercles ayant pour projection ω , d'où enfin, par affinité, les plans P et P' ; il reste à constater, ce qui est immédiat, que la surface Σ définie avec ces éléments a bien pour section principale l'ellipse ω donnée.

Revenons aux quadriques Φ qui, dépendant d'un plan directeur mené par Δ , et d'une excentricité, tous deux variables, forment une double infinité de surfaces. On a vu que toute conique φ se place sur une simple infinité d'entre elles. Inversement, cherchons l'intersection de Σ et d'une quadrique quelconque Φ ; les points de cette intersection sont tels que leur distance au plan directeur Q de Φ soit dans un rapport constant avec leur distance oblique à Δ ; or, dans un plan P, les points possédant cette qualité sont ceux dont le rapport des distances à une droite et à un point de cette droite est constant, et, quand il en existe, leur lieu est formé de deux droites issues du point ; l'intersection de Φ et Σ , si elle existe, est donc formée de deux courbes φ , placées dans deux plans Q', Q'' passant par Δ , et, dans un cas limite, de deux courbes confondues. Dans ce cas limite, Φ est alors une quadrique particulière Φ_0 , inscrite ou circonscrite à Σ , le long d'une hyperbole φ_0 , placée dans un plan Q₀ ; ce plan Q₀ et le plan directeur Q, passant tous deux par Δ , sont tels qu'ils coupent les plans P suivant deux droites rectangulaires. Plaçons le second foyer F' ou, ce qui est équivalent, le centre C de Φ_0 , lesquels sont aussi foyer et centre de la conique méridienne bitangente à ω . Ce centre C est, d'une part, sur l'axe focal de Φ_0 , perpendiculaire abaissée de F sur le plan directeur Q, et, d'autre part, sur le diamètre conjugué, par rapport à ω , de la corde des contacts trace de Q₀. Or ces diverses droites, diamètre, corde des contacts, trace du plan directeur, axe focal, forment toutes des faisceaux qui, de proche en proche, sont en correspondance homographique, ce qui annonce que le lieu de C est une conique passant par O, centre de ω , et par F. Dans le cas particulier où Q passe par F, Φ_0 est un cône de révolution, la corde des contacts est celle des tangentes menées de F à ω , le diamètre conjugué passe par F, et l'axe focal est la bissectrice extérieure de l'angle des tangentes ; dans le cas où la corde des contacts est parallèle à un axe de ω , la trace du plan directeur lui est aussi perpendiculaire et le point C est alors la projection de F sur un axe de ω ; de ces divers éléments résulte que le lieu de F' est l'ellipse homofocale à ω qui passe par F.

Cette conclusion amenait ainsi à l'une des focales de l'hyperboloïde Σ . L'étude pourrait être poussée encore plus loin ; elle conduirait à diverses propriétés de la focale, et, principalement, elle établirait qu'une même surface Σ peut être définie, comme il a été dit, d'une infinité de manières, chaque point de la focale jouant le rôle de foyer. Mais, limitée à la conclusion précédente, la recherche est apparue comme étant déjà trop copieuse pour les concurrents dont aucun n'a pu aborder la dernière partie. Tous

les autres points du problème ont été traités, et, à part l'étude complète des symétries, et la recherche de ω , déterminée comme projection d'un cercle, il n'est pas, dans l'exposé que nous venons de présenter, de point qui n'ait été établi, de la manière que nous avons indiquée, par l'un au moins des candidats. Les quelques compositions qui ont été favorablement appréciées sont celles où l'une au moins des questions a été présentée avec la vision complète de toutes les circonstances dont elle se compose ; telles sont la recherche de droites placées sur la surface, la détermination de ω comme section plane d'un ellipsoïde aplati, la nature hyperbolique de toutes les sections φ .

Il est curieux d'observer que les parties les plus élémentaires ne sont pas celles qui ont eu le plus de succès, et l'étude des sections φ et des quadriques Φ a mieux inspiré les concurrents que la recherche du lieu des centres des sections circulaires.

Mais la remarque capitale, qui se dégage de la lecture des compositions, porte avant tout sur le manque de précision qui se constate à peu près partout, dans le langage comme dans la présentation des idées, dans le raisonnement comme dans la vue des faits, celle-ci ne cherchant à être ni exacte, ni complète. Ce défaut apparaît dans le langage : un plan est fort souvent défini comme étant perpendiculaire à un autre, une droite OA de l'espace comme étant perpendiculaire à une autre $O\delta$, un point O comme étant situé sur la droite OC , un autre G , comme placé sur une sphère de centre N ; un point f est dit être obtenu en menant par F le plan parallèle à P , un plan parallèle à une droite Δ en menant par M une parallèle à Δ .

Le peu de souci de précision se retrouve dans la présentation des faits : un triangle est dit rester semblable à lui-même parce que deux de ses côtés restent dans un rapport constant, et sans ajouter que ce triangle est rectangle ; une conclusion qui doit apparaître comme la conséquence de plusieurs circonstances réunies est donnée en raison d'une seule de ces circonstances : nombreux sont ceux qui, dans un plan, constatent que trois points I, J, C , répondent à $\frac{CI}{CJ} = c^{te}$, et, en concluent que C décrit une droite, sans observer ni que I et J décrivent respectivement des droites, ni que l'alignement conservera une direction invariable.

L'absence de précision conduit à des incohérences : du fait que certain angle est constant, tel conclut qu'un lieu est une droite, et ajoute ensuite qu'il y en a une seconde. Elle a un défaut plus grave encore, celui de masquer la signification correcte, complète, d'un fait, et, par conséquent de paralyser le candidat dans une recherche ultérieure : la détermination du lieu des points dont la distance oblique à Δ est dans un rapport constant avec la distance à un plan Q , passant par Δ , conduit à deux plans Q', Q'' , passant également par Δ ; c'est ce qui a été donné le plus souvent ; mais une vue plus complète faisait en outre constater que l'existence de ces plans est subordonnée à une condition de possibilité, que les traces de Q' et Q'' sur un plan P sont symétriques par rapport à celle de Q , que, dans un cas limite, elles se confondent avec la perpendiculaire à celle-ci ; ne pas relever

ces observations, c'était s'interdire d'arriver aux quadriques Φ_0 circonscrites à Σ , encore moins à la correspondance entre le plan directeur de Φ_0 et le plan de la courbe de contact. Il était demandé d'étudier la variation de la distance oblique à Δ d'un point N mobile sur une droite D ; beaucoup ont répondu par un calcul, par un trinôme du second degré, sans chercher à traduire leur résultat en langage ordinaire, ce qui leur aurait montré que leur calcul était celui du troisième côté d'un triangle dont un premier côté est fixe et le second porté par une droite fixe, et, par conséquent, que ce calcul est inutile.

Les fautes contre la précision sont des plus graves, chez de futurs maîtres. Notre conclusion serait donc particulièrement décevante si, par un heureux rapprochement, les meilleures compositions, qui échappent à nos reproches, n'étaient pas en général, celles des concurrents qui, dans l'ensemble des épreuves, se sont classés dans les premiers rangs et sont arrivés au succès : nos 17 candidats, cotés ici de 15 à 10, ont été tous admissibles, et 5 seulement ont échoué à l'oral ; des 18, cotés ensuite de 9,5 à 7,5, 7 ont échoué à l'écrit et 6 à l'oral ; inversement, 4 candidats seulement, avec des notes échelonnées de 7 à 6, ont été admis, qui ne figurent pas dans les groupements précédents. »

Mathématiques spéciales (M. HENNEQUIN). — « Parmi les 105 copies de mathématiques spéciales, neuf seulement ont une note atteignant ou dépassant la moyenne : un 16, un 14, deux 11 1/2, un 11, deux 10 1/2, deux 10 ; trois autres approchent de la moyenne avec deux 9 1/2 et un 9 ; viennent ensuite un 8 1/2, un 8, trois 7 1/2, trois 7, deux 6 1/2, sept 6, six 5 1/2 ; huit 5, quatorze 4 1/2 ou 4 ; trente notes sont comprises entre 2 et 4 : douze atteignent 1, 1 1/2 ou 2 ; six copies, dont une blanche, ne dépassent pas 1/2. Mieux que leur moyenne, qui est de 4,65, l'énumération des notes montre que la composition n'a pas été réussie ; est-ce donc que le sujet présentait des difficultés inaccoutumées ou exigeait des connaissances très particulières ?

La seule notion de distance d'éléments réels ou imaginaires et les propriétés focales des coniques attachées à cette notion permettaient à tout candidat capable d'observation et de réflexion de saisir rapidement la question et de prévoir les résultats demandés ; orientés par l'examen géométrique, les calculs se faisaient tout naturellement sans exiger une virtuosité qui fait défaut à l'immense majorité. Il s'agissait d'étudier, pour une parabole donnée Π ($z=0$, $y^2 - 2ax = 0$), les couples de droites D , Δ , dont l'une, D , est dans le plan de Π et telles que le rapport des distances à ces droites d'un point variable de Π soit constant. Ces couples généralisent celui qui est formé par la directrice de Π et la perpendiculaire à son plan menée par son foyer. L'écriture de la seule relation $d^2 - e^2\delta^2 = 0$ pour tout point de la parabole Π , montre que Π appartient au faisceau ponctuel de coniques défini par la droite double D ($d^2 = 0$) et par les deux traces, sur le plan de Π , des plans isotropes formant le cylindre de révolution de rayon nul, d'axe Δ ($\delta^2 = 0$) ; Π touche donc les deux traces aux points d'intersection

avec D et, si l'on se donne D, il y a bien, en général, comme l'indique l'énoncé, quatre droites Δ associées, savoir les quatre droites d'intersection des plans isotropes menés par les tangentes à Π aux points situés sur D ; ces droites passent par le pôle de D par rapport à Π et comme elles constituent l'intersection des cylindres de rayon nul ayant pour axes les tangentes, elles se projettent sur oxy suivant les bissectrices des angles formés par ces tangentes. L'identification des deux relations $d^2(x, y, 0) - c^2\delta^2(x, y, 0) = 0$ et $y^2 - 2ax = 0$, pour les droites D ($z = 0, ux + vy + w = 0$) et Δ ($x = \alpha z + p, y = \beta z + q$), conduit aux mêmes résultats en fournissant quatre relations entre α, β, p, q dont on tire facilement deux relations du second degré décomposées en p, q : $(pu + qv + w)(av + qu) = 0$ et $(pu + qv + w)(w - pu) = 0$; la relation $pu + qv + w = 0$, conduit à des droites Δ isotropes à rejeter et la solution ordinaire donne le point $p = \frac{w}{u}, q = -\frac{av}{u}$, pôle de D par rapport à Π ; α et β sont alors déter-

minés à partir d'une équation du second degré en $\frac{\beta}{\alpha}$; on obtient ainsi quatre droites Δ , toutes imaginaires si D est réelle et sécante à Π , et dont deux seulement sont réelles si D ne coupe pas Π .

Dans le cas où le rapport des distances est égal à 1, la géométrie ou le calcul montre facilement que D est perpendiculaire à l'axe ox et que les droites Δ associées coupent orthogonalement ox et engendrent un conoïde de Plücker. De même, si D est perpendiculaire à une droite associée Δ , D est perpendiculaire à ox , mais Δ est dans le plan $yo z$ et enveloppe la parabole Π_1 focale de Π .

La seconde partie du problème avait pour but de montrer que les droites Δ n'étaient autres que les génératrices rectilignes des paraboloides homofocaux ayant pour focales Π et Π_1 . A cet effet, on demandait de déterminer les surfaces engendrées par des droites Δ dont le contour apparent relatif à la direction de oz soit la section par le plan oxy . Puisque les projections δ des droites Δ sur oxy sont les bissectrices des tangentes à Π menées par les traces A de ces droites sur oxy , la question se trouve ramenée à la recherche des courbes du plan oxy telles que la tangente en un point A soit bissectrice des tangentes menées à Π par A ; les théorèmes de Poncelet permettent de conclure que ces courbes ne sont autres que les paraboles homofocales à Π ; l'examen géométrique ou le calcul donne presque immédiatement les paraboloides engendrés par les droites Δ . Un calcul simple vérifie la constance du rapport k défini dans l'énoncé pour tout plan passant par une droite Δ donnée et fait réapparaître les paraboloides précédents comme surfaces S_k .

L'enveloppe des plans contenant seulement deux droites Δ rectangulaires et le lieu Σ des points M par lesquels passent seulement deux droites rectangulaires, qui étaient demandés ensuite, se définissaient à partir des résultats déjà obtenus, comme enveloppe des plans tangents aux paraboloides S_k le long de leurs sections par les plans de Monge et comme lieu de ces sections. En particulier Σ était une surface cubique dont l'équation

se mettait sous la forme $\frac{y^2}{x_1 - b} + \frac{z^2}{x_1 + b} + \frac{8}{9} x_1 = 0$.

La recherche des droites de Σ , qui constituait la dernière partie du problème, conduisait à l'existence de 9 droites sur la surface, dont une à l'infini dans yoz et quatre imaginaires : l'examen de leur configuration mettait en évidence quatre points doubles de la surface, en lesquels les cônes des tangentes touchaient Σ suivant trois génératrices et montrait que, parmi les neuf droites, on pouvait trouver trois systèmes de six droites appartenant à une même quadrique. On obtenait ainsi trois quadriques au lieu de deux comme l'indiquait l'énoncé. Nous aurions regretté très vivement cette inexactitude de l'énoncé, si nous n'avions constaté qu'aucune copie ne contenait l'équation de Σ et que personne n'avait pu même aborder la dernière partie du problème.

En faisant cette constatation, on se rend compte de l'effort pénible que les candidats ont dû déployer pour obtenir les droites Δ : la lecture des copies montre que cet effort a été souvent stérile. Une vingtaine de candidats seulement arrivent à déterminer les droites Δ par leur trace sur xy et par une équation du deuxième degré ou une équation bicarrée fixant leur direction, mais plusieurs ne font même pas cette simple constatation que A est le pôle de D par rapport à Π , trois seulement voient que les projections des droites Δ sont les bissectrices des tangentes à Π menées par A ; la discussion de la réalité est pénible et fautive chez la plupart ; dix au plus songent à s'aider de remarques géométriques. Les autres candidats se bornent à calculer, non sans lourdeur, la distance d'un point à une droite, et à écrire les relations d'identification d'une conique du plan xy avec la parabole $y^2 - 2ax = 0$, mais se montrent incapables de conduire la résolution du système obtenu, parce qu'ils opèrent sans ordre, sans méthode, sans souci de simplification. La discussion de l'équation $ax + b = 0$ est une source fréquente d'erreurs, les facteurs communs à a et b sont couramment supprimés ; par compensation, des fractions telles

que $q = \frac{p^2 u^2 - w^2}{vw - puv}$ sont maintenues sous cette forme dans la suite des

calculs : quand un produit de facteurs est nul, un seul bénéficie, en général, de la nullité. Des fautes de raisonnement inspirent quelques inquiétudes sur le jugement de leurs auteurs ; la plus courante est la suivante : après avoir écrit les relations en α, β, p, q exprimant que les distances de tout point de Π à D et à Δ sont proportionnelles, relations manifestement nécessaires et suffisantes, bon nombre de concurrents, pressentant le secours que pourrait leur apporter l'observation géométrique, portent leur attention sur les points d'intersection de D et de Π et concluent que l'un de ces points, à une distance nulle de D est sur Δ , comme si un candidat à l'agrégation pouvait ignorer (surtout quand l'énoncé lui suggère que certaines droites Δ peuvent être imaginaires) que les points (réels ou imaginaires) à une distance nulle d'une droite Δ (réelle ou imaginaire) ne sont pas tous des points de la droite ; les uns tirent la conclusion normale de leur affirmation fautive, à savoir la coïncidence de D et Δ , les autres, qui ne s'embarrassent

pas d'une logique rigoureuse, déduisent que Δ passe par un seul des points communs à D et à II, comme si le raisonnement fait pouvait, suivant les besoins de la cause, s'appliquer à l'un des points et pas à l'autre. Certains énoncent les conclusions précédentes quand D coupe II en des points réels sans se soucier du principe de continuité pourtant si fécond. Les uns et les autres ajoutent finalement aux relations nécessaires et suffisantes précédemment écrites de nouvelles égalités mais sont, presque toujours, incapables de caractériser les solutions exceptionnelles qu'ils obtiennent. Dans le même ordre d'idées, un candidat ne craint pas d'imposer — « sans inconvénient », dit-il — la relation $x^2 + y^2 = 1$ aux coefficients des équations d'une droite $x = \alpha x + p, y = \beta z + q$.

Deux 20, un 19, un 18, trois 17, deux 16, huit 15, cinq 14 ou 14 1/2 récompensent les meilleures copies sur ce premier point (I, 1°) ; vingt autres copies atteignent ou dépassent la moyenne ; quarante-sept viennent ensuite avec une note supérieure ou égale à 5. La moyenne des notes est 9,1.

Aucun candidat n'a pu déterminer exactement à la fois les droites D, Δ pour lesquelles les distances sont égales et celles qui sont rectangulaires ; pour la plupart, la relation $uv = 0$ équivaut, suivant le caprice, à $u = 0$ ou à $v = 0$. Que penser de ceux qui traduisent l'orthogonalité de D et Δ par $u\alpha + v\beta = 0$, $u\alpha + v\beta + 1 = 0$, ou $u\alpha + v\beta + w = 0$? Pour cette question (I, 2°), douze notes seulement sont supérieures ou égales à 10, la moyenne n'atteint que 2,2.

Trente-trois candidats abordent la seconde partie, mais il n'y en a que deux qui reconnaissent dans le contour apparent demandé une parabole homofocale à II ; un seul indique que la surface cherchée est une quadrique sans autre précision ; un autre prévoit, il est vrai, que « les surfaces sont des hyperboloïdes dont le cercle de gorge est dans xy » ! Très peu arrivent à exprimer que la section d'une surface par xy est son contour apparent pour la direction de oz . On n'est pas peu surpris de trouver dans une copie d'agrégation des développements du genre suivant : « Les droites Δ dépendent de 3 paramètres k, λ, z ; établissons entre ces trois paramètres une relation, la droite ne dépend plus que de 2 paramètres et engendre une surface réglée..... les plans tangents parallèles à oz ne dépendent que d'un paramètre, la surface est développable. » Trois candidats établissent la propriété (II, 2°) et déterminent les surfaces S_k sans les préciser. Un 14 1/2, un 13 1/2, un 8 1/2, deux 8, deux 6 et un 5 sont les meilleures notes attribuées pour l'ensemble de la question II ; la moyenne est de 3,2 pour les seuls candidats qui ont attaqué la question.

En revenant à la définition initiale des droites Δ , neuf candidats recherchent les plans contenant deux droites Δ rectangulaires ; deux d'entre eux forment correctement l'équation tangentielle de leur enveloppe ; on relève pour cette dernière partie traitée un 17, un 15, un 12, trois 10, un 6, un 3, un 1.

L'ensemble des compositions est faible ; les meilleures révèlent, certes, des qualités sérieuses d'observation méthodique et un jugement assez sûr, mais aucune ne donne l'impression d'une supériorité indiscutable comme il est arrivé les années précédentes. »

Calcul différentiel et intégral (M. SOULA). — « Aucun candidat n'a traité complètement et correctement le problème de Calcul différentiel et intégral ; rares sont les compositions où la partie B est abordée. On ne trouvera donc pas étonnant que six copies seulement atteignent la moyenne. Il n'y en a que dix entre 8 et 10 et 22 seulement sont cotées entre 5 et 8. La meilleure composition a reçu la note 16 ; elle consacre un calcul maladroit à la première question, elle ne résout pas complètement la sixième, elle ne contient que peu de choses sur la partie B. Mais elle vaut surtout par la façon nette dont les problèmes sont posés et par une vue exacte des vraies difficultés à partir de la deuxième question.

Les candidats ont presque tous abordé les trois premières questions, mais les erreurs et les maladresses sont nombreuses. Voici quelques observations.

On demande la distance des points focaux d'une génératrice d'une congruence déterminée : un tel calcul peut toujours être effectué et il était ici particulièrement facile. Il était évident que la réponse devait être effectivement donnée sous la forme $\lambda = F(u, v, w, s)$, cette fonction dépendant des quatre variables directement et par l'intermédiaire des dérivées partielles de la fonction f donnée. Bien des candidats ne donnent ni ce résultat définitif, ni le résultat analogue exprimé avec les variables φ et θ . Par contre, il n'est pas si facile d'obtenir les arêtes de rebroussement des développables d'une congruence ; un tel problème dépend de la résolution d'une équation différentielle du premier ordre ; c'est à cette résolution qu'il est fait allusion dans la question 2° et bien des candidats sont loin de s'en douter. Un seul a dit nettement que l'équation se résout par des quadratures dans le cas où la courbe est une hélice et où la fonction ne dépend pas de s .

Certains candidats confondent une question qui figure au 1° avec la question 2° ; d'autres confondent les courbes de contact des cônes de la question 3° et les arêtes de la question 2°. Assez nombreux sont ceux qui effectuent deux fois un calcul de λ sans s'en apercevoir.

Bien que le problème des questions 4°, 5°, 6° ait été posé un peu brièvement, on en a en général bien compris le sens, mais on n'a pas formulé clairement la méthode de résolution, on n'a pas achevé des calculs bien faciles, on ne s'est guère préoccupé du degré de généralité de la solution, on n'a que rarement donné des remarques géométriques qui s'imposaient. Un candidat a cependant montré nettement l'existence de solutions de la question 6° pour lesquelles la figure F est de grandeur invariable. Pour trouver les cônes de révolution, le plus simple était de se servir du résultat de la 3° question et d'employer les variables u, v, w , qui conviennent ici mieux que θ et φ . Ce problème n'a été traité par personne.

Quelques compositions qui touchent à la deuxième partie B donnent des méthodes plus ou moins ingénieuses mais qui ne permettent pas de traiter toutes les questions posées. Deux candidats ont donné la réponse presque évidente de la question 9°, un autre fut sur le point d'aboutir par l'emploi d'axes de directions fixes qui conviennent très bien à cette question, mais qui ne conviennent pas aux autres.

Les erreurs les plus fréquentes tiennent à ce que les candidats ne cherchent pas assez à bien prendre conscience de ce qui est fixe et de ce qui est variable dans un calcul où figurent des différentielles : de là les confusions relevées plus haut. Signalons encore qu'on ne cherche pas assez à terminer complètement les calculs et à les interpréter, qu'on ne formule pas clairement les méthodes. »

Ce que l'auteur de ce rapport ne dit pas et qu'il convient d'ajouter, c'est que la liste des 36 premiers de la composition d'analyse comprend 30 admissibles et 19 admis.

Mécanique rationnelle (M. PÉRÈS). — « La moyenne générale de l'épreuve a été 7, un peu plus élevée que celle des précédents concours. Le problème proposé était d'ailleurs plus court. Cependant aucune des 99 copies remises n'a été très bonne et la meilleure note attribuée a été 14 ; viennent ensuite trois copies cotées 13, quatre 12, cinq 11, une 10,5 et trois 10. Peu de copies très faibles.

Les questions 1^o, 2^o et même 4^o ont été, sinon complètement traitées, du moins abordées par bon nombre de candidats. La 3^e question a été généralement laissée de côté : elle ne demandait pourtant pas beaucoup d'initiative pour transposer, aux mouvements voisins des *M*, des considérations classiques pour la stabilité d'un équilibre. La dernière partie était un peu à part, la force *F* ajoutée donnant des équations dont l'intégration se ramenait à des quadratures : les concurrents se sont retrouvés là sur un terrain favorable et nous avons eu, pour cette question, quelques bonnes réponses.

Dans l'ensemble, les copies témoignent de connaissances suffisantes, mais utilisées parfois de façon assez maladroite. Plusieurs compositions eussent été mieux notées, si leurs auteurs prenaient la peine de bien assurer des résultats préliminaires (valeur absolue de la force vive de *S*, par exemple) dont dépendra toute la suite ; d'autres gagneront s'ils s'efforcent de dominer davantage le mécanisme du calcul. »

Epreuves orales (1).

Les critiques copieuses, qui figurent au rapport du concours de 1931, n'ont pas été sans porter quelques fruits.

Un candidat qui s'en est inspiré, à propos de la résolution de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$, a été amené à rectifier une faute de calcul qui lui eût échappé sans cela. Il a été moins heureux quand il a proposé de résoudre le système d'équations $a \cos x + b \sin x = c$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, en tirant $\cos x$ de la seconde pour le porter dans la première. Il a d'ailleurs reculé devant l'équation irrationnelle qu'il avait construite si maladroitement.

Un emploi judicieux de la remarque relative aux trièdres supplémentaires a valu la note 17 — la meilleure attribuée en élémentaires — à celui qui a fait la leçon correspondante.

(1) La liste des leçons faites par les admissibles en 1932 peut être demandée au Bureau (joindre 3 francs en timbres-poste).

A diverses reprises, le Jury a senti que le candidat s'efforçait de tenir compte du rapport de l'an dernier. On ne saurait trop conseiller de le relire et d'y réfléchir, car certaines observations sont restées ignorées ou ont été mal comprises. En particulier, les six relations fondamentales, entre les mesures des côtés et des angles d'un triangle quelconque, ainsi que leurs groupements caractéristiques, ont été présentées avec plus de fantaisie encore que la fois précédente.

Des tentatives manifestes, plus ou moins heureuses, pour lutter contre le dogmatisme. Il est trop commode de dire : « deux méthodes simples se présentent à l'esprit » pour amener la construction par points d'une parabole définie par son foyer et sa directrice, ou « on a l'habitude de traiter l'inscription du décagone régulier avant celle du pentagone ». Ce sont là des transitions dont la portée ne dépasse pas celle de l'effet oratoire.

Pour construire par points une courbe définie par une relation en coordonnées bipolaires (ellipse, hyperbole, lemniscate,...) il est naturel de se donner l'une des coordonnées, ce qui revient à chercher l'intersection de la courbe et d'un cercle centré en l'un des foyers, d'où résulte un premier procédé. Dans le cas de l'ellipse ou de l'hyperbole il est également opportun de représenter, sur une droite quelconque passant par un foyer, la somme ou la différence des deux rayons vecteurs d'un point du lieu, situé sur cette droite — c'est un simple retour à la définition ; on est ainsi conduit à l'intersection de la conique avec une droite passant par un foyer, à une nouvelle définition de la courbe et, comme conséquence, au problème général de l'intersection d'une conique et d'une droite. Tout cela s'enchaîne solidement et il n'est pas nécessaire de faire appel à l'autorité des programmes pour traiter ces questions. S'il s'agit d'une lemniscate, la relation $bc = 2Rh$ s'impose de suite et mène à l'intersection de la courbe soit avec une parallèle à la droite qui porte les foyers, soit avec un cercle passant par les foyers.

Si la courbe C est définie par une relation entre les distances d'un de ses points M à un foyer F et à une directrice Δ (ellipse, hyperbole, parabole,...) il est également indiqué de choisir arbitrairement l'une de ces distances et d'en déduire l'autre, ce qui revient à chercher l'intersection du lieu, soit avec un cercle centré en F , soit avec une parallèle à Δ . Or les distances d'un point M , situé sur une droite quelconque D , à Δ d'une part, au point Φ où D rencontre Δ d'autre part, sont proportionnelles, de sorte que la recherche des points communs à C et à D est ramenée à l'intersection de D et d'une nouvelle courbe C' définie en coordonnées bipolaires par rapport aux foyers F et Φ .

Ces remarques générales, provoquées par les préoccupations d'un candidat, sont presque banales ; mais elles préparent, sans effort de mémoire, les développements utilisés dans la géométrie élémentaire des coniques.

La leçon sur l'aire et le volume de la sphère dénote un essai pour mettre en évidence le caractère des définitions ; il eût été bon d'insister un peu plus à ce sujet, la définition du volume s'imposant, alors que celle de la surface est, à ce degré, purement conventionnelle. La transformation de

l'expression habituelle de l'aire latérale d'un tronc de cône, à cette occasion, a fait appel à une raison inopérante ; c'est un point qui reste mal élucidé, malgré des observations antérieures.

Des déplacements inutiles ont reparu à propos de la décomposition du tronc de prisme triangulaire en trois pyramides. La comparaison de ces pyramides qui ont deux à deux un sommet commun et leurs bases correspondantes dans une face latérale du tronc, donne de suite les rapports de leurs volumes en fonction du rapport de similitude des bases parallèles : il en résulte immédiatement que les mesures des volumes des trois pyramides sont des termes consécutifs d'une progression géométrique et par suite que l'une d'elles est moyenne proportionnelle entre les deux autres.

En géométrie descriptive, le sens d'un rabattement a une importance qui a été méconnue lors du relèvement correspondant.

La traduction analytique d'un problème de géométrie oblige souvent à distinguer plusieurs cas de figure ; s'il est parfois superflu de les étudier tous à fond, au moins convient-il de n'en omettre aucun.

L'étude algébrique de n inégalités du premier degré à 2 inconnues ($n = 1, 2, 3$) n'est vraiment précise que si l'on établit avec soin le régionnement du plan au moyen d'une, deux, trois droites. On trouve en général 7 régions dans le dernier cas, alors que les systèmes d'inégalités sont au nombre de 2^3 : on conclut à une impossibilité pour l'un de ces systèmes.

Une idée bizarre est apparue à propos de la non-définition de la fonction $y = \frac{1}{x}$, pour $x = 0$. Le candidat voulant relier cette singularité à une discontinuité, s'est avisé de donner à x les valeurs $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$ et a constaté que la différence des valeurs correspondantes de la fonction tend vers l'infini quand ε tend vers zéro. On se demande quelle eût été sa conclusion s'il avait porté son souci sur la fonction $\frac{1}{x^2}$.

Le Jury n'a pas attaché une importance exagérée à beaucoup de ces fautes et, sauf dans le cas d'un manque de préparation manifeste, il a coté largement les leçons d'élémentaires : cinq notes seulement sont inférieures à 10 et la moyenne est, comme l'an dernier, très voisine de 13.

En spéciales, l'écart des notes est plus considérable qu'en élémentaires, les notes extrêmes étant 18 et 3 (deux fois). 7 sont inférieures à 10 ; la moyenne est, comme l'an dernier, très voisine de 12. Quelques très basses notes sont dues surtout au défaut de préparation : on a constaté parfois, avec regret, un manque de compréhension du sujet.

Les fautes les plus graves ne sont pas nouvelles pour le Jury. Les propriétés des séries entières et en particulier la comparaison des rayons de convergence de deux séries dont l'une est la dérivée de l'autre, la division de deux polynômes entiers suivant les puissances croissantes de la variable, les fonctions symétriques et leurs applications, l'étude du plan tangent à une surface définie par un mode de génération simple, l'équilibre du corps solide gêné, la recherche des branches infinies de l'intersection de deux sur-

faces, en géométrie descriptive, sont des sujets qui, assez régulièrement, n'inspirent pas ceux à qui ils échoient. Aucun cependant ne présente de difficultés insurmontables.

En revanche, plusieurs leçons ont montré un louable souci d'échapper aux critiques du passé. Le Jury a enfin entendu une exposition fortement charpentée, sur la décomposition des fractions rationnelles en éléments simples.

Epreuves pratiques.

Calcul numérique. (M. PÉRÈS). — « La méthode trigonométrique était assez indiquée pour le calcul des racines d'une équation du troisième degré et bien des candidats l'ont utilisée. D'autres ont employé la méthode d'interpolation ou la méthode de Newton avec plus ou moins de maîtrise. Les calculs sont quelquefois longs pour une approximation médiocre. Il arrive même que, par suite d'erreurs ou de négligences malheureuses — mais qu'il était facile de dépister — les approximations successives s'écartent de la racine cherchée. Un peu de réflexion ne nuit pas, même dans le calcul numérique.

L'un des candidats obtient, après des calculs soignés, les valeurs suivantes des racines : — 4,666, — 2,340, 3,130. Il les enregistre sans hésiter, alors qu'il saute aux yeux que l'équation proposée a une seule racine négative. L'erreur commise (confusion entre un sinus et un cosinus) est vénielle : elle est inexcusable.

Deux copies seulement ont donné des réponses satisfaisantes à la deuxième question (variation des racines pour des accroissements donnés des coefficients). »

Dans ces conditions, la répartition suivante des notes : dix de 10 à 18, treize de 7 à 9, treize de 3 à 6, n'a rien de surprenant. Elle n'en est pas moins regrettable.

Épure de géométrie descriptive (M. HENNEQUIN). — « La composition d'épure comportait la recherche de l'intersection d'un cône C, qui avait pour base, dans un plan horizontal, une strophoïde droite et pour sommet S un point de la verticale du point double, et d'un hyperboloïde à deux nappes H ayant un plan de section cyclique horizontal, un ombilic en S et une direction asymptotique verticale.

Il découlait de là que l'intersection se composait des droites isotropes horizontales de S et d'une biquadratique ayant un point double à l'infini, dans la direction verticale et, par suite, projetée horizontalement suivant une conique. L'étude des directions asymptotiques donnait la direction verticale (direction asymptotique triple) et une direction de front (simple) ; à cette dernière correspondait une asymptote projetée frontalement suivant une génératrice de contour apparent de C, et horizontalement suivant une asymptote de la conique projection qui était, par conséquent, une hyperbole ; à la direction verticale correspondait une asymptote verticale à distance finie, passant par le centre de H et une asymptote à l'infini dans un

plan vertical parallèle à l'un des plans tangents à C le long de la génératrice double ; les branches paraboliques correspondantes se projetaient frontalement suivant des branches paraboliques et horizontalement suivant des branches de l'hyperbole dont l'asymptote se construisait sans peine en utilisant la première asymptote tracée, le point s , la tangente de profil en ce point et la deuxième direction asymptotique.

Le tracé de l'intersection se faisait facilement à partir de l'hyperbole ; on pouvait d'ailleurs chercher directement l'intersection d'une génératrice du cône avec H, soit en utilisant les points d'intersection de la génératrice avec le cône asymptote, soit en faisant la projection conique de centre S, sur le plan de base, du cercle horizontal de H s'appuyant sur la génératrice. Au point S, la tangente à l'intersection était la génératrice de bout du cône et s' était un point de rebroussement de la projection frontale en lequel la tangente était la trace du plan tangent au cône, c'était un point de rebroussement de seconde espèce.

La représentation demandée n'offrait pas de difficulté sérieuse ; les cercles de H étaient projetés horizontalement suivant les cercles d'un faisceau ayant pour points limites les projections s et a des ombilics de H à plan tangent horizontal, ceux d'une même nappe étant projetés d'un même côté de l'axe radical et vus pour l'une des nappes sur la face externe, pour l'autre sur la face interne.

Des trente-six candidats, un seul a obtenu, par une étude géométrique, les résultats relatifs à la décomposition de l'intersection et à sa projection horizontale, un autre a dû s'aider de calculs pour atteindre le même but ; quelques-uns ont reconnu la présence de droites isotropes dans l'intersection, mais n'ont pas vu l'abaissement du degré de la projection horizontale ; d'autres ont signalé le point double à l'infini dans la direction verticale sans reconnaître la décomposition. La plupart ne se soucient pas de connaître la nature de l'intersection. Certains négligent complètement l'étude des branches infinies, qui n'est faite correctement (à part l'asymptote en projection horizontale) que dans seize épreuves.

Une très bonne épreuve ne contient qu'une très légère erreur dans la représentation et obtient 19 : six autres seulement sont au-dessus de la moyenne avec un 15, un 13, trois 12, un 11 ; viennent ensuite un 10, quatre 9, deux 8, deux 7, un 6, six 5, sept 4, trois 3, trois 2. Les dernières épreuves se bornent au tracé de la strophoïde. La moyenne des notes est 6,9. L'impression d'ensemble confirme celle que donnait la composition de mathématiques spéciales : les connaissances géométriques des candidats sont des plus restreintes. »

Si le concours ne comportait que des épreuves écrites et des épreuves pratiques, la liste d'admission eût été fort réduite. Grâce aux résultats des épreuves orales, le Jury a cru pouvoir proposer 21 noms à l'agrément de M. le Ministre, pour l'admission définitive.

Si, en tête de liste, les moyennes sont inférieures à celles de l'an dernier, il n'en est plus de même à la fin. En outre, cinq des candidats écartés ont,

dans l'ensemble, une moyenne inférieure de moins d'un demi-point à celle du dernier retenu.

Des 15 admissibles qui ont été évincés, une bonne proportion semble devoir légitimement prétendre au titre d'agrégé, dans l'avenir.

La liste d'admission comprend les neuf normaliens, dont 6 dans les sept premiers et les autres dans les cinq derniers, 7 candidats qui enseignent à des titres divers, 4 étudiants et 1 militaire. Le succès de ce dernier doit donner courage à ceux que les circonstances appellent au service : la persévérance et la ténacité dans l'effort vainquent bien des obstacles.

L'Inspecteur général, président du Jury,

E. BLUTEL.

DEUXIÈME PARTIE

Sur la formule de Taylor

On démontre généralement la formule de Taylor-Lagrange (1) pour une fonction $f(x)$ dans un intervalle $(a, a + h)$:

$$(T.L.) \begin{cases} f(a+h) = f(a) + hf'(a) + \dots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a+\theta h) \\ 0 < \theta < 1 \end{cases}$$

comme une généralisation de la formule classique des accroissements finis

$$\begin{cases} f(a+\omega) - f(a) = hf'(a+\omega h) \\ 0 < \omega < 1 \end{cases}$$

Or, celle-ci suppose, non seulement pour sa démonstration, mais même pour qu'elle ait un sens, que $f'(a+\omega h)$ existe, sachant seulement que $0 < \omega < 1$, c'est-à-dire suppose que $f(x)$ soit dérivable pour toute valeur de x intérieure à l'intervalle $(a, a+h)$; mais on a aussi la formule

$$\begin{cases} f(a+h) - f(a) = h[f'(a) + \varepsilon_1] \\ \varepsilon_1 \text{ tendant vers zéro quand } h \text{ tend vers zéro.} \end{cases}$$

qui suppose seulement que $f(x)$ est dérivable pour $x=a$.

Il est naturel d'essayer de généraliser aussi cette dernière formule. Il s'agira d'obtenir une formule assez analogue à la formule de Taylor-Lagrange où $f^{(n)}(a+\theta h)$ sera remplacé par $[f^{(n)}(a) + \varepsilon]$, ε tendant vers zéro avec h , et qui sera valable sous la seule supposition qu'elle ait un sens, c'est-à-dire que $f^{(n)}(a)$ existe — ce qui entraîne, bien entendu, qu'au voisinage de $x=a$ la fonction $f(x)$ est continue et dérivable $(n-1)$ fois.

Il se trouve qu'une telle généralisation est possible, comme l'a montré

(1) La forme du dernier terme ou « reste » de cette formule est due à LAGRANGE.

pour la première fois, à ma connaissance, M. W.-H. YOUNG, dans un petit opuscule intitulé : « The fundamental theorems of Differential Calculus ». J'appellerai donc la formule obtenue *la formule de Taylor-Young*. La même proposition se trouve établie dans les dernières éditions du Cours d'Analyse infinitésimale de M. DE LA VALLÉE-POUSSIN (p. 108 de la 3^e édition du Tome I).

On pourrait se demander : 1^o si la formule du reste de Young peut rendre en mathématiques spéciales des services appréciables et autres que ceux que fournit la formule du reste de Lagrange ; 2^o si, dans ce cas, l'effort supplémentaire nécessité par la démonstration de la formule de Young n'est pas hors de proportion avec son utilité.

1^o En ce qui concerne le premier point, l'expression du reste de Young évitera dans beaucoup de cas d'avoir à formuler des réserves sans véritable nécessité. Par exemple, pour que l'équation du plan osculateur en un point M d'une courbe ait un sens il suffit que les dérivées secondes x'' , y'' , z'' des coordonnées d'un point de la courbe, variable avec t , existent *au point M*. Pour que cette équation représente un plan, il faut de plus que $x'y'' - y'x''$, ..., $z'x'' - x'z''$ ne soient pas nuls à la fois, *au point M*. La démonstration usuelle exige, en outre, que x'' , y'' , z'' existent et soient continues au voisinage de M. En substituant dans cette démonstration la formule de Taylor-Young à la formule de Taylor-Lagrange, on obtient une démonstration exactement aussi simple, mais valable dans le cas le plus général où l'équation obtenue a un sens et représente effectivement un plan. En outre, on débarrasse ainsi l'esprit de l'élève de la préoccupation de formuler des réserves qui deviennent parfaitement inutiles. Il n'y aurait lieu de les maintenir que si elles correspondaient à une simplification de la démonstration, ce qui n'est nullement le cas.

De même, grâce à la formule de Taylor-Young, on simplifie aussi l'exposé des développements limités. On dira qu'une fonction $\varphi(x)$, dont on ne sait rien concernant la valeur ou même l'existence des dérivées, — a, à l'origine, par exemple, un développement limité, dont « la partie entière » est d'ordre n s'il existe un polynôme de degré au plus n , $P_n(x)$ qui ne diffère de $\varphi(x)$ que par un infiniment petit d'ordre supérieur à n , lorsque x est considéré comme infiniment petit principal.

La formule de Taylor-Young montre que toute fonction dérivable à l'origine jusqu'à l'ordre n possède à l'origine un développement limité d'ordre n . (Cette condition suffisante n'est d'ailleurs pas nécessaire). Pour employer la formule de Mac-Laurin-Lagrange, on serait amené à supposer inutilement pour le même objet que cette dérivée n^{e} existe au voisinage de l'origine et est continue à l'origine. Ce sont des hypothèses qui ne seront pas en évidence dans l'écriture, que l'élève risque d'oublier et qui ne font que compliquer sa tâche.

On pourrait en donner encore bien d'autres exemples.

2^o La démonstration de la formule de Taylor-Young est tout à fait analogue à celle de la formule de Taylor-Lagrange et, surtout, *peut être établie du même coup*.

C'est ce que l'on voit dans les exposés cités plus haut. Pour éviter à mes collègues des recherches bibliographiques, j'indique ici comment je présente cette démonstration, en substance, la même que celle des auteurs déjà cités, dans mon cours à l'Ecole Normale Supérieure de St-Cloud.

On a établi d'abord, dans le cours d'algèbre, la forme commune et qui a son intérêt propre, que prennent pour un polynôme $P(x)$ de degré n les formules de Taylor-Lagrange et de Taylor-Young :

$$P(a+h) - P(a) - hP'(a) - \dots - \frac{h^n}{n!} P^{(n)}(a) = 0.$$

Ainsi l'expression

$$A = f(a+h) - f(a) - hf'(a) - \dots - \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a)$$

se réduit à la forme $\frac{h^n}{n!} \left[f^{(n)}(a) + \frac{h}{n+1} f^{(n+1)}(a) + \dots \right]$, lorsque f est un polynôme de degré quelconque.

Lorsque $f(x)$ est une fonction telle que l'expression A ait un sens, il est naturel de représenter l'expression A sous la forme $h^n M(h)$, et de se demander si l'on peut, sous certaines conditions, exprimer $M(h)$ par l'intermédiaire de $f^{(n)}(x)$.

Supposons donc que $f(x)$ soit une fonction ayant une dérivée d'ordre $n-1$ dans l'intervalle $(a, a+h)$ et formons la fonction

$$\varphi(t) = f(a+t) - f(a) - tf'(a) - \dots - \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) - t^n M(h).$$

Cette fonction de t est définie dans l'intervalle $(0, h)$ et admet des dérivées jusqu'à l'ordre $(n-1)$, dont le calcul est immédiat. La dérivée d'ordre $n-1$ est :

$$\varphi^{(n-1)}(t) = f^{(n-1)}(a+t) - f^{(n-1)}(a) - n! M(h).t$$

Nous voyons alors que : 1° $\varphi(0) = \varphi(h) = 0$, et d'après le théorème de Rolle, il existe au moins un nombre h_1 , intérieur à $(0, h)$ tel que

$$\varphi'(h_1) = 0$$

2° $\varphi(0) = \varphi'(h_1) = 0$; il existe donc un nombre h_2 , intérieur à $(0, h_1)$, donc à $(0, h)$, tel que :

$$\varphi''(h_2) = 0, \text{ etc...}$$

enfin, il existe un nombre h_{n-1} intérieur à $(0, h)$ tel que :

$$\varphi^{(n-1)}(h_{n-1}) = 0,$$

$$\text{et, par suite : } (1) \quad M(h) = \frac{1}{n!} \cdot \frac{f^{(n-1)}(a+h_{n-1}) - f^{(n-1)}(a)}{h_{n-1}}$$

puisque h_{n-1} n'est pas nul.

Il ne nous reste plus qu'à simplifier cette expression en appliquant à la fonction $f^{(n-1)}(x)$, dans l'intervalle $(a, a+h_{n-1})$ soit la formule de définition de sa dérivée pour $x=a$, soit la formule des accroissements finis.

Nous aurons alors deux hypothèses successives à examiner :

1° Supposons uniquement l'existence de $f^{(n)}(a)$. Alors, on a :

$$\frac{f^{(n-1)}(a+t) - f^{(n-1)}(a)}{t} = f^{(n)}(a) + \alpha(t),$$

$\alpha(t)$ tendant vers zéro avec t ,

et

$$M(h) = \frac{1}{n!} [f^{(n)}(a) + \alpha(h_{n-1})].$$

La formule montre du reste que $\frac{1}{n!} \alpha(h_{n-1})$ est une certaine fonction de h , $\varepsilon(h)$. Lorsque h tend vers zéro, h_{n-1} aussi ; donc $\alpha(h_{n-1})$ et $\varepsilon(h)$ tendent aussi vers zéro.

On obtient ainsi la formule de Taylor-Young :

$$(T.Y.) \left\{ \begin{aligned} f(a+h) &= f(a) + hf'(a) + \dots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a) + h^n \cdot \varepsilon(h) \\ \text{où } \varepsilon(h) &\text{ tend vers zéro en même temps que } h. \end{aligned} \right.$$

Cette formule est établie sous les hypothèses que $f(x)$ admet des dérivées jusqu'à l'ordre $(n-1)$ dans l'intervalle $(a, a+h)$ et une dérivée d'ordre n au point $x=a$.

Remarquons que l'existence de la dérivée d'ordre n au point $x=a$ implique l'existence de la dérivée d'ordre $(n-1)$ dans un intervalle de la forme $(a, a+\eta)$. On peut donc énoncer :

Etant donnée une fonction $f(x)$, assujettie à la seule condition d'admettre une dérivée d'ordre n au point $x=a$, on peut toujours trouver un nombre η tel que, pour toute valeur de h comprise entre 0 et η , la formule de Taylor-Young (T.-Y.) soit applicable à la fonction $f(x)$.

2° Renonçons à l'hypothèse précédente, et, pour appliquer à $f^{(n-1)}(x)$ la formule des accroissements finis, supposons que $f^n(x)$ existe à l'intérieur de $(a, a+h)$.

Alors la formule (1) se réduit à :

$$M(h) = \frac{1}{n!} f^{(n)}(a + h_n)$$

où h_n est un certain nombre intérieur à $(0, h_{n-1})$, et par suite intérieur à l'intervalle $(0, h)$.

On peut du reste poser $h_n = \theta h$ où θ est intérieur à l'intervalle $(0, 1)$, et on retrouve ainsi la formule classique (T.-L.) de Taylor-Lagrange.

On peut résumer ainsi ce qui a été démontré pour chacune des formules de Taylor-Young et de Taylor-Lagrange :

Il suffit qu'elle ait un sens pour qu'elle soit exacte.

M. FRÉCHET,

Professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

Foyers d'une hyperbole définie par ses asymptotes et une tangente

Voici une construction, qui n'est peut-être pas inédite, des foyers F et F' d'une hyperbole définie par ses asymptotes et par une tangente — ou par un point M , puisqu'il est facile de tracer la tangente en M , droite rencontrant les asymptotes en deux points T et T' dont M est le milieu.

En comparant les angles sous lesquels on voit des foyers le segment TT' , on constate que le quadrilatère $FTF'T'$ est inscriptible : par suite, O étant le point d'intersection de la médiatrice du segment TT' et de la bissectrice de l'angle des asymptotes qui ne contient pas le segment TT' , le cercle de centre O , de rayon OT , coupe l'autre bissectrice aux foyers F et F' .

Les tangentes aux sommets s'obtiennent également en traçant le cercle de diamètre FF' .

L. VAUTHIER,

Professeur au Lycée de Tourcoing.

Bibliographie

Algèbre et Analyse, Tome I

par G. ILIOVICI et A. SAINTE-LAGÜE (1)

MM. ILIOVICI et SAINTE-LAGÜE publient un *Traité d'Algèbre et d'Analyse* à l'usage des élèves de Mathématiques Spéciales et des candidats aux Grandes Ecoles. En entreprenant ce travail, les auteurs ont voulu mettre en évidence l'évolution qui s'est produite, pendant ces dernières années, dans les idées et les méthodes d'enseignement, et souligner le triple but qui, à leur sens, doit être recherché en mathématiques spéciales : « habituer l'esprit à une discipline rigoureuse, l'exercer au calcul formel et, en particulier, à sa symétrie et enfin faire comprendre le sens des approximations, qui sont à la base des mathématiques, même en dehors de toute utilisation pratique ».

L'ordre adopté pour l'exposition, fort logique et heureux dans l'ensemble, diffère sensiblement de celui que nous avons l'habitude de trouver dans les textes des programmes officiels : le livre I traite, en manière d'introduction, des éléments d'analyse combinatoire et des différentes extensions de la notion de nombre (irrationnels, complexes), la théorie des nombres complexes étant précédée par un indispensable chapitre sur les vecteurs et les rapports trigonométriques. Le livre II (Equations algébriques) contient

(1) Librairie de l'Enseignement technique, broché, 95 fr. (voir le *Bulletin* n° 76, page 34).

la théorie des équations et formes linéaires et des déterminants, l'étude des polynômes à une et plusieurs variables, des équations algébriques (le théorème de d'Alembert étant admis sans démonstration) et des fonctions rationnelles. Les auteurs ont rassemblé là, en deux cents pages, des questions d'algèbre pure du programme de Spéciales.

Dans le livre III est abordée l'analyse proprement dite : généralités sur les fonctions, limites, continuité, étude des fonctions fondamentales.

Le livre IV est réservé au calcul différentiel : notions de dérivée et de différentielle, leurs applications, pour les fonctions d'une et de plusieurs variables, définition des intégrales définie et indéfinie.

Ces quatre livres forment la matière du premier volume, actuellement paru, de l'ouvrage. Un second volume, en cours d'impression, traitera des séries et séries entières, de la pratique du calcul intégral et de ses applications, des équations différentielles, des calculs numériques, et contiendra de nombreux énoncés d'exercices sur l'ensemble du cours.

Rompant en plusieurs points avec les exposés classiques, les auteurs ont présenté certaines théories d'une façon nouvelle.

Je signalerai à cet égard l'étude des déterminants, des formes et des équations linéaires. La théorie des déterminants est faite à partir des propriétés fonctionnelles, prises comme définition : ces idées avaient déjà été indiquées, il y a quelques années, par M. ILIOVICI. La tentative est extrêmement intéressante, et il est incontestable que certaines démonstrations sont simplifiées par l'adoption de ce point de vue, qui met en lumière des propriétés essentielles que la théorie habituelle risque de masquer. Pourtant, je ne trouve pas que cette méthode rende plus simples, ou moins artificiels, l'exposé des débuts de la théorie, l'initiation. D'ailleurs, il me semble plus sûr de donner une définition du déterminant, qui permet de le construire effectivement à partir de ses éléments, et d'étudier ensuite les propriétés variées d'un être dont l'existence est certaine, que d'adopter une définition qui ne permet d'obtenir une construction effective du déterminant, qu'après avoir établi un certain nombre de propriétés dont la démonstration n'est pas immédiate : l'existence de l'être nouveau reste ainsi douteuse pendant tous les débuts de la théorie ; les démonstrations des propriétés sous-entendent donc : « si le déterminant existe », et cette réserve, qu'elle soit ou non explicitement exprimée, constitue une gêne pendant toute la partie de l'exposé qui conclut à l'existence du déterminant.

La théorie des équations linéaires débute heureusement par un chapitre où sont indiquées les méthodes de résolution et de discussion sans faire usage des déterminants. Un autre chapitre expose ensuite la théorie générale de ces équations sous une forme élégante et concise, où les notions de tableau, de « déterminant bordant », jouent un rôle essentiel. Les auteurs donnent du théorème de Rouché-Fontené un énoncé d'une remarquable brièveté, qui risque peut-être de dissimuler aux débutants toute la complication réelle du problème.

Il convient de noter aussi l'heureuse forme donnée par les auteurs à la théorie des polynômes symétriques à plusieurs variables, qui est présentée,

fort justement, avant l'étude des équations algébriques, comme un chapitre du calcul des polynômes : la notion de « hauteur » d'un terme [définie comme la valeur du nombre représenté par l'ensemble des exposants des différentes variables, préalablement rangées, écrits à la suite les uns des autres, la base du système de numération étant un entier supérieur au plus grand des exposants envisagés] facilite très sensiblement l'exposé.

Dans l'étude des fonctions, les auteurs ont voulu construire sur un terrain solide en démontrant avec rigueur toutes les propositions utilisées. A cet égard ils ont, pour certaines théories (intégrale définie), résolument adopté le point de vue des fonctions « monotones par tranches » : hypothèse restrictive sans doute, mais qui est très suffisante pour l'initiation et pour les applications pratiques élémentaires.

Une longue méditation, l'expérience de nombreuses années d'enseignement, font de ce traité un ouvrage d'un réel intérêt. La forme concise, ramassée, de la rédaction surprendra parfois le lecteur ; peut-être est-elle un avantage, puisqu'elle oblige le débutant à un effort de reconstruction et de pensée.

La présentation du livre est tout à fait satisfaisante, malgré quelques lapsus à peu près inévitables dans un ouvrage de cette importance. Il faut particulièrement louer les auteurs d'avoir placé, à la fin de chaque chapitre, un résumé mettant en relief les idées et les résultats essentiels, et d'avoir donné, très brièvement, quelques renseignements d'ordre historique et chronologique sur les mathématiciens dont ils citent le nom.

L'intérêt incontestable de la publication commencée par MM. ILIOVICI et SAINTE-LAGUE, les discussions même que peuvent soulever leurs idées, souvent originales, sont pour nos deux collègues un sûr garant de l'excellent accueil qui est réservé à leur second volume.

J. DESFORGES,

Professeur, au Lycée St-Louis.

Ouvrage reçu

G. ILIOVICI, professeur agrégé de mathématiques au Lycée Buffon, et A. SAINTE-LAGUE, professeur agrégé de mathématiques au Lycée Janson-de-Sailly : *Algèbre et Analyse*, tome II, à l'usage des élèves des classes de Mathématiques Spéciales et des candidats aux Grandes Ecoles, un volume 25 X 16,5, 556 pages, 117 figures, broché : 100 fr. (Librairie de l'Enseignement technique, 3, rue Thénard, Paris, 5°).

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT (*personnel intéressé*). — 46.135

Assemblée générale du 10 avril 1933

Votes par correspondance

(Voir les bulletins de votes aux deux pages suivantes)

Tous les membres de l'Association qui ne pourront assister à l'Assemblée générale du 10 avril 1933 sont instamment priés de bien vouloir désigner un délégué et voter par correspondance afin que les élections et les opinions exprimées proviennent de la plus grande majorité possible.

Pour la régularité de ces opérations, prière de se conformer aux indications suivantes :

1° Détacher la partie inférieure de la page suivante (bulletin de vote) et l'introduire, après inscription du vote, dans une petite enveloppe cachetée;

2° Détacher le feuillet suivant, répondre aux questions et l'insérer, avec la petite enveloppe contenant le bulletin de vote, dans une seconde enveloppe portant extérieurement, avec le nom et l'adresse de l'expéditeur, la mention « Association des Professeurs de Mathématiques, bulletin de vote ». Adresser ce pli à M. DELCOURT, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14^e.

Il paraît indispensable que les votes par correspondance parviennent, au plus tard, le jeudi 6 avril 1933. L'ouverture des grandes enveloppes, pour le collationnement des réponses et l'introduction des petites enveloppes dans l'urne, aura lieu publiquement au Lycée Henri-IV, le jeudi 6 avril 1933, à 17 heures, par les soins du Bureau, assisté des membres de l'Association qui voudront bien lui prêter leur concours.

Le dépouillement du scrutin pour les élections au Comité se fera à la fin de l'Assemblée générale.

Assemblée générale

Pour les votes par correspondance, se conformer

7. Election de 5 membres au Comité

Pour éviter une trop grande dispersion des suffrages, les listes suivantes ont été établies avec l'agrément des membres de l'Association dont les noms y figurent, conformément à l'appel paru dans le *Bulletin* n° 75 et après avoir sollicité les membres sortis du Comité en 1932 ou ceux qui avaient obtenu au moins trois suffrages dans la dernière élection.

Membres sortis du Comité en 1932 et maintenant rééligibles.

- M. DESFORGE, professeur agrégé au Lycée Saint-Louis.
- M. GROS, professeur agrégé au Lycée Condorcet.
- M. POIRCUITE, professeur au Collège d'Épernay.
- M. SINGIER, professeur agrégé au Lycée Lakanal.
- M. WEBER, professeur agrégé au Lycée de Versailles.

Membres ayant obtenu des suffrages dans la dernière élection

- M. LECOMTE (45 voix), professeur agrégé au Collège Chaptal.
- M. ARMANT (3 voix), professeur au Collège de Meaux.
- M. CAGNAC (3 voix), professeur agrégé au Lycée Louis-le-Grand.
- Mlle DEVISME (3 voix), professeur agrégée au Lycée du Havre (F.).
- M. MIRABEL (3 voix), professeur agrégé au Lycée Buffon.

Membre acceptant d'être candidat

- M. GÉRARD, professeur agrégé, en retraite.

Mais ces indications ne limitent en aucune façon la liberté de vote des membres de l'Association. Toutefois, il n'y a pas lieu de voter pour les membres faisant actuellement partie du Comité (voir couverture page 2) y compris 1° les membres sortants non immédiatement rééligibles (art. 9 des statuts), à savoir : Mme CHABAUTY, MM. COMMANAY, DECERF, SAINTE-LAGUË ; 2° M. JULIEN, qui, ayant pris sa retraite et quitté Paris, a donné sa démission de membre du Comité, ne pouvant plus assister aux réunions.

Elections au Comité 1933. — Bulletin de vote

Prière, pour faciliter le dépouillement du scrutin, d'inscrire les cinq noms par ordre alphabétique.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

du 10 Avril 1933

aux indications données à la page précédente

Prière d'inscrire lisiblement ci-après les indications demandées, en observant que, si le nom du délégué est laissé en blanc, il sera choisi par le Président : et en rayant l'alinéa a) pour donner au délégué le mandat impératif constitué par l'alinéa b).

Nom et prénom :

Etablissement :

prie M.

de bien vouloir le ou la représenter à l'Assemblée générale du 10 avril 1933 et a) l'invite à voter à sa place en s'inspirant autant que possible des indications ci-après,

(ou b) lui donne mandat impératif de voter comme suit) :

2. Modification aux Statuts

Répondre en marge *non* si l'on rejette le nouveaux texte

ART. 4. — La cotisation annuelle, donnant droit au *Bulletin*, est fixée pour tous les membres à douze francs...

3. Publication d'articles...

Répondre en marge par *oui* ou *non*

Le Comité a rejeté une proposition tendant à l'insertion d'articles dans le *Bulletin* moyennant remboursement des frais d'impression par les auteurs.

Approuvez-vous cette décision ?

4. Unification des définitions de mots

Répondre en marge par *oui* ou *non* à chacune des propositions

1° Dire MOMENT D'UN COUPLE au lieu d' « axe d'un couple ».

2° Dire HOMOTHÉTIE POSITIVE, HOMOTHÉTIE NÉGATIVE.

3° Bannir le terme « antihomologue ».

5. Horaires et programmes

Répondre en marge par *oui* ou *non*

1. a) Etes-vous partisan de l'égalité scientifique telle qu'elle est réalisée par le plan d'études actuel ?

b) *si non*, êtes-vous partisan, pour les sections scientifiques, du retour aux horaires et programmes des anciennes classes de Seconde et de Première C et D ?

c) ou bien demandez-vous le renforcement des horaires et programmes scientifiques dans certaines des sections actuelles des classes de Seconde et de Première ? (second degré en Seconde, débuts de la trigonométrie et de la descriptive en Première) ?

II. a) Estimez-vous trop chargé pour l'horaire actuel le programme de la classe de Mathématiques ?

b) *si oui*, quels remèdes proposez-vous ?

Autres réponses, observations ou desiderata

(Les exprimer ci-après et au verso)



Nouveautés :

Programmes du 30 avril 1931

Pierre CHENEVIER

Professeur au Lycée Saint-Louis.

COURS DE MATHÉMATIQUES

Arithmétique

Classe de Mathématiques.

Un volume in-8°, broché. .. **13 fr. 50**; cartonné.. .. **15** francs.

Cours de Cosmographie

Classe de Mathématiques.

Un volume in-8°, broché . . . **15** francs ; cartonné.. . . . **17** francs.

Éléments de Cosmographie

Classe de Philosophie.

Un volume in-16, cartonné. **11** francs.



P. SÉGUIN

Professeur au Lycée Condorcet.

Tables de Logarithmes

et de Valeurs naturelles des Lignes Ligonométriques.

Un volume in-16, cartonné.. . . . **12 fr. 50**



MASSON & C^{IE}, ÉDITEURS
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS (VI^e)

Cours de Mathématiques

PAR

H. COMMISSAIRE

Ancien Elève de l'Ecole Normale Supérieure
Professeur de Mathématiques Spéciales au lycée Louis-le-Grand

Editions conformes aux Programmes de 1925

<i>Classes de 6^e et 5^e A et B : Leçons d'Arithmétique</i> , 4 ^e édition revue. 1 vol., avec 1.293 exercices, cartonné.....	15 fr. 25
<i>Classes de 4^e A et B : Leçons d'Arithmétique et de Géométrie</i> , 4 ^e édition. 1 vol., avec 1.010 exercices, cartonné....	14 fr. 75
<i>Classes de 3^e A et B : Leçons d'Algèbre et de Géométrie</i> , 4 ^e édition. 1 vol., avec 722 exercices, cartonné.....	14 fr. 50
<i>Classes de 2^e et 1^{re} A, A' et B : Leçons d'Algèbre</i> , 8 ^e édition. 1 vol., avec 675 problèmes, cartonné.....	16 fr. 50
<i>Classes de 2^e A, A' et B : Leçons de Géométrie plane</i> . 1 vol., avec 639 exercices, cartonné.....	16 fr. 50
<i>Classes de 1^{re} A, A' et B : Leçons de Géométrie dans l'espace</i> . 1 vol., avec 400 exercices, cartonné.....	15 fr. »

Classe de Mathématiques

<i>Leçons d'Arithmétique</i> , 5 ^e édition. 1 vol., avec 562 problèmes et exercices, cartonné.....	20 fr. »
<i>Leçons d'Algèbre et de Trigonométrie</i> , 7 ^e édition. 1 vol., 856 problèmes, formules et tables, cartonné.....	36 fr. »
<i>Leçons de Mécanique</i> , 4 ^e édition. 1 vol., 358 exercices, cartonné.....	24 fr. »
<i>Leçons de Cosmographie</i> , 3 ^e édition. 1 vol., avec 60 exercices et une carte quotidienne mobile du ciel, cartonné.....	20 fr. »
<i>Leçons de Géométrie</i> . 1 vol., avec 474 problèmes et exercices, cartonné.....	40 fr. »

Classe de Philosophie

<i>Leçons de Mathématiques (Algèbre et Cosmographie)</i> . 1 vol., avec exercices et une carte quotidienne mobile du ciel, cartonné.....	18 fr. »
--	----------