

IV. Documents officiels

5. Rapport sur le Concours en 1932

del'Agrégation de l'Enseignement secondaire des jeunes filles Section des Sciences Mathématiques (1)

Le concours de 1932 marque, pour la première fois, depuis 8 ans, et peut-être depuis l'origine, un arrêt dans la progression continue du nombre des candidates. Il faut s'en féliciter alors qu'il n'y a aucune raison de prévoir une progression dans le nombre des postes disponibles à répartir entre les postulantes. Il faut s'en féliciter aussi, car cet arrêt ne correspond pas à un arrêt dans la valeur du concours, laquelle n'a cessé de progresser.

94 candidates étaient inscrites ; 87 ont abordé les épreuves écrites ; 84 ont pris part à toutes les compositions ; ces chiffres sont inférieurs de 6 à 8 unités à ceux de 1931.

Les épreuves écrites n'ont pas mis en évidence, au premier plan, quelques valeurs aussi brillantes que l'an passé. En revanche, elles ont été meilleures dans l'ensemble ; les moyennes sont plus homogènes et quelque peu en progrès. L'admissibilité s'est établie, de même qu'au précédent concours, sur la moyenne de 10, obtenue et même légèrement dépassée par 17 candidates. La moyenne maximum, de 12,8, atteinte simultanément par les deux premières, est sensiblement inférieure à celle de 14,3 réalisée brillamment l'an passé ; mais, dès le 7^e rang, les concurrentes de 1932 dépassent leurs aînées ; puis, si l'on examine la qualité des premières de celles qui échouent à l'admissibilité, on constate que la moyenne de 9 est atteinte jusqu'au 31^e rang, alors qu'elle ne l'était que jusqu'au 22^e en 1931 ; il y a donc un progrès sensible dans la valeur moyenne des compositions écrites, et la loi inflexible des nombres a certainement écarté, à l'admissibilité, 10 à 15 personnes pouvant être appelées à se faire estimer comme Professeurs.

Les membres du Jury vont présenter, à tour de rôle, dans les lignes qui suivent, leurs observations sur les diverses compositions ; il est curieux de relever que les uns et les autres, le correcteur littéraire comme ses collègues mathématiciens, parlent à peu près dans les mêmes termes de qualités de méthode, d'équilibre, d'aptitude à étudier une question sous ses divers aspects : c'est dire combien a été satisfaisante l'homogénéité de ces épreuves écrites.

Les épreuves orales ont souligné davantage encore la valeur du concours. A part de rares défaillances, elles ont été d'une saine et régulière qualité. Elles ont, à quelques nuances près, maintenu le classement de l'écrit ; l'une des deux premières admissibles s'est également classée première à l'oral et

(1) Le Jury était composé de MM. TRESSE Inspecteur général, président ; BLUTEL, Inspecteur général ; Mme MAURAIN, Professeur au Lycée Lamartine, et de M. MILLOT, Professeur au Lycée Michelet, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

pour l'ensemble du concours ; deux candidates seulement, admissibles aux 6^e et 7^e rangs, ont cédé leurs bonnes places à deux de leurs camarades, des 11^e et 13^e rangs ; la qualité du concours n'a pas permis d'arriver au succès, malgré deux leçons bien appréciées, à la candidate admissible au dernier rang.

Le concours de 1932, comme celui de 1931, affirme donc la sévérité, la haute tenue de l'Agrégation féminine de Mathématiques. Il fait entrer dans les cadres de l'Enseignement secondaire des Professeurs qui sauront intéresser leurs élèves et trouver dans l'enseignement des Mathématiques d'excellents moyens de formation du jugement. Il nous apporte aussi des Professeurs ayant déjà de la maturité ; des nouvelles Agrégées, une seule affrontait le concours pour la première fois, quatre ont déjà une expérience acquise dans la pratique, au contact des élèves.

Le Jury a eu la conscience de remplir un devoir en transgressant un peu les limites qui lui étaient imposées et en faisant 9 Agrégées ; il en aurait fait davantage si sa décision n'avait été dictée que par la valeur du Concours.

Epreuves écrites (1)

1^o *Composition d'Arithmétique, Algèbre et Géométrie* (Mme MAURAIN). — Le problème de mathématiques élémentaires de cette année portait sur des questions très classiques, aussi la moyenne générale des copies (au nombre de 88) est-elle supérieure à celle de l'an dernier : 5,8 au lieu de 4,7. Les copies dont les notes sont égales ou supérieures à la moyenne représentent environ $\frac{1}{5}$ du nombre total ; celles dont les notes s'échelonnent de 10 à 5 $\frac{1}{3}$, celles qui ont moins de 5, sensiblement la moitié ; parmi celles-ci 26 très médiocres sont inférieures à 3.

La première partie du problème était de géométrie plane. Je rappelle qu'on donnait dans le plan de 2 droites parallèles Δ , Δ' un cercle Γ' ; qu'on désignait par (H) toute homothétie dans laquelle Δ est homothétique de Δ' et par Γ tout cercle homothétique de Γ' dans une homothétie (H). Dans une première série de questions on demandait de trouver le lieu des centres et l'enveloppe des cercles Γ ayant une propriété donnée : 1) tangents à une droite donnée δ ; 2) passant par un point A ; 3) tangents à un cercle γ .

On est surpris de constater que les 2 premières questions, si simples qu'on avait hésité à les poser, n'ont été traitées que par la moitié environ des candidates. 45 résolvent correctement la 1^{re} question, 16 autres ne trouvent comme lieu qu'une droite et par conséquent n'indiquent qu'une partie de l'enveloppe des cercles Γ ; erreurs qui en entraîneront de nouvelles dans la 5^e question. 42 candidates ont résolu la 2^e question. 5 autres montrent bien que le lieu est une conique de foyer A de directrice associée Δ , mais elles donnent $\frac{1}{k}$ comme excentricité de cette conique au lieu de k , k

(1) Voir les énoncés pages 13, 14, et 15 des Fascicules consacrés aux *Examens et Concours en 1932*,

étant le rapport du rayon de Γ' à la distance de son centre à Δ' ; une dizaine oublient d'indiquer l'enveloppe.

La 3^e question n'a été abordée que par 37 candidates ; 15 d'entre elles en ont donné des solutions qui ne sont pas sans intérêt, mais qui sont incomplètes ou partiellement inexactes : certaines trouvent pour lieu une seule conique, en revanche une autre candidate en trouve 3 ; celles qui ont établi que le lieu comprend 2 coniques ayant pour foyer le centre de γ ne trouvent pas toutes que l'excentricité de ces coniques est encore k , la directrice associée à γ étant une des parallèles à Δ menée de part et d'autre de celle-ci à la distance $\frac{\rho}{k}$ (si on appelle ρ le rayon de γ). 7 candidates ont déterminé ce lieu avec beaucoup de netteté et de sûreté.

Il n'était pas nécessaire de réfléchir bien longuement pour trouver que lorsque $k = 1$, l'enveloppe des cercles Γ comprend le cercle γ et la droite Δ , pourtant plusieurs candidates donnent des résultats inexacts. Si on considère les cercles Γ centrés sur une des coniques, leur enveloppe, pour k quelconque, comprend outre γ un cercle ayant pour centre le 2^e foyer de la conique et pour rayon $2a + \rho$ ou $|2a - \rho|$. Quelques candidates ont bien montré, quelle est, pour les cas qu'elles ont étudiés, celle de ces deux valeurs qui convient.

Dans une 2^e série de questions on demandait de déterminer les cercles Γ ayant 2 des propriétés précédentes : 4^e) passant par 2 points A et B ; 5^e) tangents à une droite δ et passant par un point donné A ; 6^e) passant par un point donné et tangents à un cercle donné ; les deux premières de ces questions très simples, qui sont abordées par une cinquantaine de candidates, ne sont résolues que par la moitié d'entre elles pour la 1^{re}, par le 1/3 environ pour la 2^e ; les autres se contentent de quelques remarques vagues et sans intérêt. La 2^e question peut se ramener à la détermination d'un cercle passant par un point et tangent à 2 droites avec cette restriction que le cercle ne se trouve évidemment que dans la région du plan limitée par ses droites enveloppes qui contient le lieu de son centre. Quelques candidates ont bien montré que, suivant la position de A, le nombre des solutions au plus égal à 2 pour $k < 1$, peut être égal à 4 lorsque $k > 1$, dans ce cas, en effet, la région du plan qui contient une des familles de cercles Γ tangents à δ empiète sur la région qui contient l'autre famille.

Sur les 26 candidates qui essayent de résoudre la 6^e question, 3 seulement donnent des résultats exacts ; elles remarquent que les centres des cercles Γ se trouvent à l'intersection d'une conique avec 2 autres qui lui sont homothétiques. Comme 2 coniques homothétiques se coupent en 2 points au plus, le nombre maximum de solutions est de 4. Mais ce raisonnement correct, et dont il a été tenu compte, s'appuie sur des connaissances en dehors du programme, ce qu'il vaut mieux éviter. Considérons une famille de cercles Γ ; ils sont centrés sur une conique et tangents à 2 cercles, soit γ et γ_1 ces cercles ; on sait alors que la droite qui joint les points de contact passe par un point fixe, qui est un des centres d'inversion de γ , γ_1 , soit I ce point. Tout cercle Γ est invariant dans l'inversion de

centre I qui transforme γ en γ_1 ; s'il passe par un point A , il passe aussi par A , inverse de A dans cette inversion. On est donc ramené à construire un cercle passant par un point et tangent à un cercle; il y a au plus 2 solutions; en tout 4 solutions. Le nombre maximum de solutions, de 2 dans certaines copies, s'élève dans d'autres à 12 !

Dans la deuxième partie du problème de mathématiques élémentaires, on donne encore les 2 parallèles Δ, Δ' ; (H) a la même signification que plus haut, Γ désignant toujours tout cercle homothétique de Γ' dans une homothétie (H); mais Γ' n'est plus astreint à être dans le plan des parallèles. On demande alors de déterminer les cercles Γ passant par un point quelconque de l'espace A . Cette question est abandonnée par 55 des candidates; elle ne fournit à 8 autres que l'occasion de remarques sans intérêt, 9 en donnent des solutions très incomplètes, 16 en la traitant obtiennent des notes supérieures à la moyenne. Le problème a, en général, 2 solutions, il peut n'en avoir aucune, il en a une infinité lorsque le plan parallèle à Γ' mené par A , et le plan mené par Δ parallèlement au plan déterminé par Δ' et le centre de Γ' , sont confondus; le lieu des centres des cercles Γ est alors la conique d'excentricité k , de foyer A , de directrice associée Δ .

La 2^e question pouvait se ramener à la précédente. On donne au lieu du centre Γ' une sphère Σ' ; Σ étant toute sphère homothétique de Σ' dans une homothétie (H) on demande de trouver le lieu des centres de ces sphères ou sa projection sur un plan convenablement choisi; 9 candidates donnent une bonne solution de la question, 4 des solutions incomplètes.

Si le plan mené par Δ' parallèlement au plan Δ, A coupe la sphère Σ' , l'intersection est un cercle Γ'' dont l'homothétique est un cercle Γ passant par A ; on vient de voir que le lieu du centre de Γ est une conique; le centre de la sphère Σ ayant pour projection sur le plan Δ, A le centre de Γ , le problème est résolu.

Il n'était pas nécessaire pour résoudre ces deux questions de se servir des quadriques comme certaines candidates l'ont fait; d'une manière générale il serait préférable que les raisonnements ne s'appuient que sur des connaissances du programme d'élémentaires. Il est préférable aussi d'établir les résultats par des raisonnements de géométrie pure, et non pas le calcul; au reste les résultats trouvés par la géométrie analytique (dans quelques copies pour la 2^e et la 3^e questions) sont en général inexacts et incomplets.

Si plusieurs candidates utilisent les transformations par inversion avec discernement et fruit (dans une copie pour la 2^e question, dans plusieurs pour la 3^e) il n'en est pas de même pour d'autres; l'une d'elles écrit même que l'inverse du centre d'un cercle est le centre du cercle inverse; mais cette erreur, comme beaucoup d'autres, relevées au cours de la correction, est très probablement due à ce que certaines candidates, trop émuës par l'importance qu'a pour elles ce concours, perdent, en y prenant part, une grande partie de leurs moyens.

Il faut donc féliciter celles qui, dans les mauvaises conditions où elles composent, savent utiliser judicieusement leurs connaissances, et montrer

ies qualités d'esprit qu'elles possèdent. Ces qualités sont assez frappantes dans 3 copies pour justifier la note supérieure à 15 qui leur a été donnée ; leurs auteurs sont parmi les nouvelles agrégées ; parmi celles-ci se trouvent encore 2 des 3 candidates dont les copies avaient été cotées plus de 13 ; les 12 copies suivantes, cotées de 12 à 10, bien que presque toutes très incomplètes, renferment quelques très bonnes parties.

Donc si près de la moitié des candidates sont au-dessous du niveau du concours, cette année, comme l'an dernier, on trouve beaucoup plus de candidates qui mériteraient d'être agrégées qu'il n'est possible d'en recevoir.

2° *Composition d'Algèbre, Trigonométrie et Analyse* (M. BLUTEL). — Le problème n'offrait pas de difficultés particulières, dans ses trois premières parties tout au moins. Les candidates n'avaient qu'à suivre les indications d'un texte dont les termes avaient une portée précise.

La formation de l'équation différentielle (E) d'une courbe C caractérisée par une propriété géométrique qui dépendait symétriquement de la tangente et de la normale en un point quelconque (x, y) de cette courbe, faisait l'objet de la première question. L'homothétie des courbes intégrales, par rapport à l'origine des axes de coordonnées, était visible. L'homogénéité de (E), par rapport à x et y , en résultait. La symétrie de ces courbes, relative aux axes de coordonnées, n'était pas moins évidente ; elle a échappé au plus grand nombre. La symétrie des rôles joués par les deux axes faisait prévoir la symétrie des courbes C par rapport aux bissectrices de ces axes ; deux ou trois candidates seulement l'ont aperçue. De même la symétrie de la tangente et de la normale, dans la définition, entraînait l'orthogonalité des courbes passant par un point du plan ; un assez grand nombre ont aperçu cette propriété.

Avant tout calcul, à condition de se bien pénétrer des définitions, on possédait des renseignements précieux sur la forme de (E). Une dizaine de candidates ne sont pas arrivées à la présenter correctement.

On demandait aussi d'intégrer (E) lorsque le paramètre m , dont cette équation dépend, prend les valeurs $+1$ et -1 . Beaucoup ont trouvé et séparé les deux familles de courbes orthogonales, très simples d'ailleurs, dans chacun de ces cas ; quelques-unes en ont retrouvé l'origine dans des propriétés géométriques élémentaires et y ont vu une amorce de la seconde partie.

Aucune candidate n'a songé à ce que devient (E) quand m est infini ; l'étude de ce cas particulier se trouve cependant dans une copie, grâce à une erreur de l'auteur !

Dans une seconde partie, on demandait de démontrer que les courbes C possèdent aussi la propriété visée dans la première, à condition de substituer aux axes primitifs les bissectrices de ces axes ; on demandait également la nouvelle valeur m' du paramètre, en fonction de m . Un grand nombre de candidates ont vérifié le fait en imprimant une rotation d'amplitude

$\frac{\pi}{4}$ aux axes primitifs. Mais, cette fois, les fautes de calcul ont été assez

fréquentes et la relation $mm' = 1$ a souvent fait place à une autre inexacte. La symétrie des courbes C, par rapport aux bissectrices des axes primitifs, en résultait encore : la remarque en a été faite dans une seule copie. Il est apparu, à ce propos, que les formules de transformation des coordonnées présentent encore des difficultés pour certaines candidates.

L'intégration directe de l'équation (E) qui est homogène, du premier ordre et du second degré par rapport à $x, y, \frac{dy}{dx}$, avait paru trop difficile, et on lui en avait substitué une autre. Quand on prend $u = x^2, v = y^2$, comme nouvelles variables, on obtient une équation (E') qui est du second degré par rapport à $p = \frac{dv}{du}$, mais qui n'est que du premier par rapport à u et v . Son intégration donne celle de (E). Or (E') est une équation de Laplace et on peut la traiter en regardant la courbe $\Gamma(u, v)$ comme l'enveloppe de ses tangentes. Ce procédé conduit aux calculs les plus simples pour la recherche des fonctions u et v de p . C'est celui qu'il faudrait suivre si l'on voulait obtenir l'équation générale des polaires réciproques des courbes Γ par rapport à un cercle de centre O. Le résultat est très simple, mais la question n'était pas posée.

En fait, le texte ne visait aucunement l'équation de Laplace qui pouvait être ignorée des candidates et dont l'emploi n'était pas nécessaire. Une quarantaine ont tenté la recherche de u et v , en fonction de p , avec plus ou moins de bonheur. Aucune n'a su mettre leurs valeurs sous des formes préparant vraiment la construction des courbes C.

Le retour de $\log u$ au nombre u n'a pas été effectué avec assez de soin. On a écrit, sans grande réflexion, des formules qui donnent u au moyen de puissances de $p, p-1, p-m, mp-1$, sans se préoccuper des signes de ces grandeurs, alors qu'une étude préalable de ces signes était indispensable.

En fait, la valeur de u — cas particuliers mis à part et déjà traités — prenait la forme générale $K^2 |p|^{-\frac{1}{m+1}} |p-1|^{-\frac{2m}{m+1}} |p-m|$, le quotient $\frac{v}{u}$ étant égal à $\frac{p(1-mp)}{p-m}$. Ce quotient est positif, comme u et v , ce qui cantonne p à l'intérieur de deux intervalles dont les bornes se classent d'après le signe de m et la valeur absolue de m par rapport à l'unité. Or l'énoncé prévoit que $|m|$ est inférieur à 1 ; la raison de ce fait tirée de $mm' = 1$, en a été donnée dans quelques copies. Dans ces conditions, les deux intervalles utiles sont bornés respectivement par $\frac{1}{m}$ et m pour l'un, par 0 et $+\infty$ pour l'autre, si $m < 0$; ils le sont par $-\infty$ et 0, ou par m et $\frac{1}{m}$ si $m > 0$. Personne ne s'en est rendu compte.

Notons qu'à chacun de ces intervalles correspond une famille de courbes C qui sont orthogonales à la famille tirée de l'intervalle associé.

L'étude de la forme des courbes C , qui constituait la quatrième et dernière partie du problème n'a donc pu être traitée sérieusement.

L'utilisation des symétries permettait d'ailleurs de réduire les intervalles utiles ; le choix de la variable p qui prend des valeurs inverses en deux points symétriques par rapport à une bissectrice des axes s'y prêtait admirablement et on pouvait se borner à l'étude du tracé dans le premier octant.

Du fait que $p^2 - 2mp + 1$ est constamment positif ($|m| < 1$), on déduisait sans peine le sens de variation de u et v et par suite de x et y . Enfin, la relation $\frac{dy}{dx} = p \cdot \frac{x}{y}$ fournit les tangentes aux points remarquables de C .

On trouve, quand m est négatif, une famille d'ovales entourant le point O et une famille de courbes qui ont des branches paraboliques dans les directions des axes de coordonnées et qui sont tangentes aux bissectrices à l'origine.

Quand m est positif, les deux familles ont des branches infinies asymptotes respectivement aux axes pour l'une, aux bissectrices pour l'autre. Cela fait songer naturellement au cas où m vaut 1.

Certains de ces faits ont été entrevus dans quelques copies ; mais cette partie du problème n'a été l'objet d'aucune étude suivie : c'est la grosse lacune de la composition.

A une question incidente, visant l'algébricité des courbes C , deux candidatures ont répondu correctement ; les autres n'en ont pas soupçonné l'origine ou se sont abandonnées à des fantaisies indiquant une notion assez vague du nombre rationnel.

Les notes supérieures se sont trouvées quelque peu comprimées et la plus élevée n'atteint pas 14. Seize notes de 12 à 13 $\frac{1}{4}$, quinze de 10 à 11 $\frac{3}{4}$, dix-sept de 8 à 9 $\frac{1}{2}$, seize de 6 à 7 $\frac{3}{4}$, vingt et une inférieures à 6 et parmi elles onze très faibles, constituent un ensemble suffisant, la moyenne générale étant 8 $\frac{1}{4}$.

Aux renseignements que ce rapide exposé apportera aux candidates, il convient d'ajouter quelques conseils qui sont toujours de saison. Elles ont intérêt à étudier longuement le texte, à s'en pénétrer, à ne pas s'égarer dans des voies dont l'accès ne leur a pas été indiqué. Certaines notations ont été choisies pour leur faciliter la tâche ; en les modifiant, elles risquent de se nuire. De ce point de vue, candidates et correcteur sont solidaires.

3° *Composition de Géométrie analytique et Mécanique* (M. TRESSE). — Le sujet de la composition, une application des propriétés fondamentales de la Théorie des vecteurs aux principes de la Mécanique, ainsi qu'à l'étude d'une courbe en coordonnées polaires, n'a pas paru surprendre les concurrentes, mais plutôt les décourager par sa longueur apparente. C'est que, en général, alors que nos candidates connaissent les diverses règles relatives aux grandeurs dirigées et à leurs applications, elles n'en comprennent pas assez les ressources, faute de remonter à leur origine, à leur signification. Elles ont traité chaque paragraphe isolément, parce qu'elles

trouvaient, dans leurs connaissances, la réponse adaptée à la question, envisagée isolément ; elles n'ont pas eu le souci de rapprocher les divers paragraphes ; elles auraient constaté que des résultats déjà acquis donnaient en quelques lignes la solution de la question suivante ; là où ces quelques lignes pouvaient et devaient suffire, elles n'ont vu qu'une recherche isolée, et partant trop longue ; c'est pourquoi elles ont trouvé le thème trop copieux, pourquoi leurs conclusions, lourdement, péniblement établies, ont été partielles, incomplètes.

La première partie, une mise en train, a été généralement satisfaisante. C'était la détermination classique de la vitesse et de l'accélération d'un mobile se déplaçant dans un plan et de position définie par des coordonnées polaires, dans le cas où la vitesse angulaire est constante. Bon nombre ont usé correctement de la dérivation vectorielle ; d'autres ont eu recours à la composition des mouvements ; quelques-unes l'ont fait, non seulement pour la recherche de la vitesse, mais aussi pour celle de l'accélération, en considérant le mouvement hodographique comme résultant d'une composition de mouvements ; certaines, montrant des connaissances qui ne leur sont pas imposées, ont appliqué l'accélération de Coriolis ; un trop grand nombre enfin en sont restées lourdement au calcul des dérivées, premières et secondes, des coordonnées cartésiennes.

Une application au cas où le mouvement résultant du mobile est uniforme, a été établie soit en écrivant que la vitesse a une intensité constante, soit que sa dérivée est nulle ; une solution singulière, celle où le mouvement relatif sur le rayon vecteur se réduit au repos, a échappé le plus souvent avec la première solution ; il est regrettable de constater que d'autres, avec la seconde solution, l'ont aussi laissé échapper, quoique trouvant $\frac{dr}{dt}$ en facteur dans leur condition.

Dix copies seulement, sur cette 1^{re} partie, n'ont pas atteint la moyenne.

Si nous passons de suite à la 3^e partie, le texte indiquant que la 2^e peut être traitée à part, nous nous trouvons dans l'hypothèse où l'accélération résultante du mobile fait un angle constant avec le rayon vecteur. La mise en équation se faisait en utilisant les deux composantes, d'élongation et de circulation, déterminées dans la 1^{re} partie. Il ne pouvait guère en être autrement, et cependant nous avons vu leur préférer les composantes parallèles à deux axes rectangulaires fixes. La valeur de l'angle se traduisait par une de ses lignes trigonométriques dont le choix, qui pouvait être judicieux, paraît avoir été livré au hasard ; la tangente était celle qui se prêtait à une traduction adéquate de la condition, puisqu'il s'agissait d'un angle dont un côté, la droite mobile, n'était pas nécessairement dirigé ; c'était aussi celle qui conduisait à des calculs purement rationnels. Le choix du cosinus a été cependant plus fréquent ; il conduisait à deux solutions dont la séparation, quoique facile, n'a pas toujours été faite, pas plus qu'il n'a été vu que l'étude d'une seule suffisait, car il apparaissait de suite que l'on passe d'une solution à l'autre par le simple changement de signe de l'angle constant.

L'intégration était celle d'une équation linéaire du second ordre à coefficients constants, sans second membre ; elle a été généralement bien traitée. Mais la classification des courbes intégrales, qui était demandée et annoncée, en familles de courbes semblables, n'a eu que de rares solutions. Beaucoup ont donné une classification purement arbitraire d'après les signes des constantes d'intégration. Il y avait lieu de se rendre compte rapidement de la forme de ces courbes, ce que, en coordonnées polaires, les candidates font sans assez de méthode, en donnant à la dérivée du rayon vecteur un rôle essentiel alors qu'il devrait être secondaire. La forme en spirale autour du pôle devait annoncer que la similitude ne peut consister qu'en une homothétie-rotation par rapport à ce pôle ; puis celle-ci se constate soit sur l'expression $r = Ae^{m\theta} + A'e^{m'\theta}$ du rayon vecteur, soit sur l'équation différentielle elle-même ; avec la valeur de r , l'homothétie apparaît en multipliant les constantes A, A' par un même facteur, la rotation en augmentant θ d'une constante ; avec l'équation, la première résulte de l'homogénéité en r, r', r'' de cette équation, la seconde de ce que la variable θ n'y figure pas explicitement. Trois compositions seulement ont bien présenté cette étude ; il y a lieu de relever une erreur, qui s'est rencontrée ici, d'après laquelle l'homothétie-rotation, effectuée sur une seule courbe, donnerait l'ensemble et non une partie des courbes intégrales.

Les deux dernières parties ont été peu abordées, ou l'ont été avec un succès médiocre. C'est que, rattachées à ce qui précède, et dans ce qui précède, à des résultats obtenus par toutes les concurrentes, elles étaient relativement simples, tandis que, traitées isolément, elles devenaient compliquées et pénibles. On y parle d'inflexion, d'allure de mouvement, à propos d'un mobile dont on vient de déterminer la vitesse et l'accélération ; or, que ce soit dans l'étude cinématique des courbes, que ce soit dans la théorie générale de la vitesse et de l'accélération, le maître s'arrête toujours sur cette remarque qu'il y a inflexion lorsque l'accélération est ou nulle, ou portée par la tangente, qu'il y a changement dans l'allure du mouvement, lorsque cette accélération est nulle ou portée par la normale. Il ne s'agit donc, dans un problème comme dans l'autre, de ne retenir de l'accélération que la direction, et l'énoncé dit qu'elle fait avec le rayon vecteur l'angle constant α , et les circonstances où elle est nulle, et la première partie a appris qu'il en est ainsi lorsque la vitesse relative, sur le rayon vecteur, est nulle, c'est-à-dire quand la tangente est normale au rayon vecteur. Les deux recherches se ramènent donc à celle des points de la

courbe où la tangente fait avec le rayon vecteur l'un des angles $\frac{\pi}{2}, \alpha$, et

$\frac{\pi}{2} + \alpha$; c'est alors seulement qu'il y a lieu de recourir à l'expression de r ;

c'était même ce que suggérait le texte qui demandait de déterminer, aux points remarquables, l'angle de la tangente et du rayon vecteur. Mais les candidates, limitant leur horizon, se sont trop hâtées d'appliquer des règles générales, de montrer qu'elles connaissent la formule générale qui définit

les inflexions en coordonnées polaires ; et leur maladresse s'aggravait encore lorsque, dans cette formule générale, elles remplaçaient brutalement r , r' , r'' par leurs valeurs en fonction de θ plutôt que de substituer, au préalable, r'' par son expression, en fonction de r et r' , tirée de l'équation différentielle.

Pareillement, dans la dernière partie, la recherche des points multiples a été attaquée directement par des équations générales, alors que dans l'hypothèse où il était dit de se placer, celle d'une courbe passant au pôle, le tracé de la courbe rappelait que le rayon vecteur croît alors de $-\infty$ à $+\infty$, de sorte qu'il n'y a de points multiples que pour des valeurs opposées de ce rayon vecteur avec des angles polaires différant d'un multiple impair de π . Quatre candidates seulement ont réussi à montrer que chacun de ces multiples correspond à un point double ; aucune n'a senti la nécessité de distinguer, entre les deux valeurs correspondantes de l'angle polaire, celle qui est la plus grande, et de constater qu'elle croît avec le multiple de π , avant d'étudier l'angle des rayons vecteurs de deux points doubles consécutifs et de chercher sa limite.

Revenons à la 2^e partie ; c'était un problème de Mécanique réclamant surtout des qualités de méthode. Le point matériel est pesant ; il est assujéti à glisser sans frottement sur la droite, laquelle tourne dans un plan vertical. Ce point peut, à l'instant initial, ou se mettre en mouvement dans un sens ou dans l'autre, ou rester en repos relatif. Les concurrentes n'ont pas su distinguer nettement ces trois possibilités, et les étudier successivement ; souvent même, elles n'ont su préciser auxquelles de ces circonstances, s'appliquait leur langage. Dans chacun des deux premiers cas, la loi fondamentale de la Mécanique donnait deux équations dont tous les éléments étaient formés dans la première partie ; la loi du frottement, exprimée suivant le sens du mouvement par $T = Nf$ ou $T = -Nf$, en donnait une troisième ; ces équations déterminaient les trois inconnues T , N , composantes de la réaction, et l'accélération relative initiale γ ; restait à traduire, par $T\gamma < 0$ le fait que le frottement s'oppose au mouvement, pour déterminer dans quelles régions du plan on se trouve dans l'un ou l'autre des deux premiers cas. Le cas du repos répondait aux régions exclues ; ou mieux, il pouvait être traité directement, ce qui donnait une vérification, avec une équation, la troisième, et une inconnue, γ , en moins, et l'inégalité $|T| < f|N|$.

Ici, il faut noter et déplorer, une négligence, à laquelle n'échappe aucune composition, concernant l'emploi des grandeurs dirigées ; on écrit correctement en commençant $|T| = |N|f$ ou $|T| < |N|f$; mais, au cours du développement, les symboles des valeurs absolues sont supprimés sans aucune précaution. La signification de la loi fondamentale de la Dynamique échappe aussi trop souvent ; on déclare certains faits évidents, que, par exemple, la composante normale de la réaction est opposée à celle du poids. Certaines, ayant quelques notions de la théorie du mouvement relatif, font appel à la force centrifuge, dont, sans souci des signes et des sens, elles font souvent une force centripète ; quelques-unes montrent qu'elles n'en compren-

nent en rien la signification en lui associant la composante radiale de l'accélération, laquelle comprend un terme dont l'interprétation conduit précisément à cette notion de force centrifuge.

8 compositions seulement ont obtenu la moyenne sur cette partie, un certain nombre sont entrées dans des développements confus, n'ayant aucune valeur ; les notions fondamentales de Dynamique restent ici très nébuleuses. C'est le cas, en particulier, de la notion d'instant initial, qui intervient bien dans un problème de Dynamique, dans la recherche du mouvement d'un point placé dans des conditions initiales déterminées, mais qui n'a rien à faire dans une question de Cinématique pure ; à vouloir lui faire jouer un rôle dans l'étude de la courbe, aux 3^e et 4^e parties, des candidates se sont vainement engagées dans des discussions inutiles et compliquées.

Ainsi les principales faiblesses procèdent surtout d'un automatisme irréfléchi et non d'une insuffisance de connaissances lesquelles gagneraient plutôt à être allégées et rendues plus solides (il a été parlé, dans la 2^e partie, des équations de Lagrange). Nous devons en signaler un autre exemple, plus limité, mais typique, celui des candidates qui, classant les courbes en deux familles, suivant que les constantes A , A' sont ou non de même signe, effectuent le produit AA' , dont les deux facteurs sont linéaires et homogènes en v_0 et v_0 , pour appliquer ensuite les règles habituelles concernant le signe du trinôme.

85 concurrentes ont pris part à l'épreuve ; 12, dont les notes se succèdent régulièrement de 16 à 12,5, ont remis des compositions satisfaisantes ; deux groupes, de 7 et 6 compositions, rassemblées autour des notes 12 et 10,5, ont obtenu ensuite la moyenne ; les compositions passables ou médiocres forment le groupe le plus dense, avec 32 notes réparties de 9,5 à 7 ; la faiblesse, l'extrême faiblesse s'égrènent ensuite, moins compactes, avec 15 copies cotées de 6 à 5 et 13 de 4,5 à 0, cette dernière note n'ayant été attribuée qu'une seule fois. La faible moyenne de l'ensemble serait à déplorer si la sélection n'avait été restreinte à un petit nombre et n'avait séparé de bons éléments dans ce faible ensemble.

4^e Composition sur un sujet de morale ou d'éducation (M. MILLOT). — Les candidates ont été invitées à apprécier la définition que W. JAMES nous donne de l'action morale et à rechercher les conséquences qu'elle comporte, dans la pratique, pour ceux qui l'adoptent. La question a été posée ainsi : *Selon un philosophe contemporain, « si nous voulons donner de l'action morale une définition succincte et conforme aux faits, nous ne saurions mieux dire que de l'appeler une action dans le sens de la plus grande résistance ». Cette opinion vous paraît-elle justifiée, au moins dans certains cas ? Quelles conséquences doit-on en tirer concernant la pratique et l'éducation ?*

D'une manière générale, les candidates ont compris le sens et l'intérêt du sujet. Celles dont les copies sont plus ou moins au-dessous de la moyenne ou même franchement médiocres ont cependant entrevu certains

aspects de la question. Mais elles se contentent d'aperçus beaucoup trop superficiels, trop vagues et trop ternes. L'analyse et la critique sont également insuffisantes. Quelques dissertations sont très pauvres. On est surpris que la candidate ait trouvé si peu de chose à dire sur un thème qui pouvait provoquer des réflexions judicieuses et rappeler des souvenirs assez vivants même chez une personne n'ayant fait aucune étude philosophique spéciale. Très peu nombreuses sont celles qui n'ont pas saisi la question et nous offrent une interprétation tout à fait inattendue. Trois ont cru qu'il s'agissait de montrer les résistances que nous rencontrons lorsque nous essayons d'exercer une influence morale sur nos semblables. Telle autre considère l'évolution morale de l'humanité, les obstacles qui la retardent et ne songe pas un instant à se demander ce qui se passe dans la conscience individuelle. Une autre encore a imaginé — et l'on ne voit guère pourquoi — qu'elle devait examiner la doctrine qui définit la moralité par la conformité avec les aspirations de la conscience collective.

Quelques dissertations sont bonnes ou même très bonnes et leur supériorité apparaît d'une façon vraiment frappante. Elles témoignent de connaissances assez étendues, bien assimilées, mais surtout de précieuses qualités intellectuelles : la finesse, la netteté, la rigueur et la mesure. Ces candidates ne nous apportent pas seulement le souvenir fidèle d'un enseignement suivi avec intérêt ou de lectures bien choisies. Elles se montrent capables d'un effort vraiment personnel de réflexion et de critique. Elles utilisent intelligemment leur expérience intime et l'observation des autres. On a l'impression que certaines pages expriment une conviction forte, sérieusement motivée.

Les meilleures compositions expliquent avec assez de clarté et de force que l'accomplissement du devoir demande souvent une lutte qui peut être très dure contre certaines énergies de notre nature complexe dans laquelle se heurtent des tendances opposées. Elles aperçoivent aussi plusieurs objections ou réserves qu'il convient de faire. L'âme bonne et généreuse est, dans bien des cas, soulevée vers le bien par un ardent désir, un élan enthousiaste qui semblent ne rencontrer aucune résistance. Chez l'individu médicre lui-même, le respect du droit, les affections de famille, la pitié triomphent parfois très aisément des obstacles ou les suppriment au moins pour un moment. Enfin, la pratique du bien diminue la force antagoniste des penchants inférieurs. Mais, sans dissimuler l'importance de ces objections, il fallait en limiter la portée et ne pas laisser supposer qu'à partir d'un certain degré de moralité, on ne connaît plus l'effort, ni la lutte contre soi.

La plupart des candidates ont été surtout préoccupées de rechercher dans quelle mesure l'opinion de W. JAMES était fondée. Très rares sont celles qui ont essayé de répondre avec quelque précision à la seconde question qui leur était posée. Elles ont négligé d'étudier les conséquences pédagogiques, se contentant de quelques remarques très générales et très sommaires sur l'éducation. Elles n'ont pas vu que la discussion aboutissait naturellement à se demander comment il convient d'exercer l'enfant à l'effort. Il était intéressant de faire voir que le souci légitime du bonheur

de nos enfants et le respect de leur personnalité n'exigent pas nécessairement, ainsi que l'ont cru certains pédagogues, qu'on renonce au travail sérieux et à l'éducation virile pour transformer l'enseignement en un simple amusement et les parents ou les maîtres en des compagnons toujours souriants, d'une patience inlassable, dont l'optimisme candide se borne à attendre, tout au plus à solliciter discrètement des élans spontanés vers le vrai et le bien qui ne peuvent manquer de se produire tôt ou tard.

En résumé, quelques copies sont vraiment tout à fait estimables et il paraît probable que d'assez nombreuses candidates obtiendraient des résultats bien meilleurs si elles appréciaient à sa valeur le profit qu'elles pourraient retirer pour leur culture de cet exercice de la composition de morale. Bien saisir le sens d'une question, découvrir ses différents aspects et la dominer, conduire une discussion avec méthode, régler les proportions de ses développements de façon à construire une dissertation équilibrée et harmonieuse, trouver pour ses idées l'expression la plus claire et la plus forte, ce sont là des capacités ou des talents qu'il vaut la peine d'acquérir et qui ne doivent point être réservés aux esprits qui se consacrent aux études purement littéraires.

Epreuves orales

Les épreuves orales ont été généralement d'une excellente, d'une haute tenue ; aucune ne s'est montrée d'une faiblesse profonde ; c'est une confirmation de la sélection sévère établie par les compositions écrites. La moyenne de 10 est un minimum qui n'a été atteint que par une seule candidate ; la majorité, 10 concurrentes sur 17 admissibles, a réalisé de bonnes moyennes, égales ou supérieures à 14 ; 4 se sont élevées jusqu'à un niveau allant de 16,5 à 17,5. Deux notes seulement, de 8 et 9, sont inférieures à 10 ; elles ont été attribuées à des leçons d'Algèbre (division des polynômes entiers) ou d'Arithmétique (fractions ordinaires) ; encore est-il que l'une d'elles, due sans doute à une faiblesse accidentelle, a été réparée par une excellente leçon de Géométrie, et n'a pas été suivie d'un échec.

Des deux groupes de leçons, les unes d'Arithmétique, Algèbre ou Trigonométrie, les autres de Géométrie ou de caractère géométrique, le second donne en général de meilleurs résultats que le premier ; les moyennes y sont respectivement de 13,4 et 14,5 ; 4 candidates seulement font exception à cette règle ; pour deux d'entre elles, l'exception est due à des leçons de Mécanique ou de Cosmographie, échues à des concurrentes ayant systématiquement et bien maladroitement négligé ces matières, et pour les deux autres, il n'est guère permis de parler d'infériorité avec de bonnes notes de Géométrie de 17 et 15 et d'autres, encore supérieures d'un point, dans l'autre discipline.

Dans ces conditions, les remarques que nous avons à présenter sur ces épreuves concernent autant leurs qualités que leurs faiblesses. Les leçons appréciées ont été surtout celles où domine une idée générale, que celle-ci se dégage progressivement de l'étude préalable d'exemples particuliers, ou qu'elle s'affirme immédiatement dès le début de la leçon, comme un prin-

cipe d'où vont se détacher conséquences et applications. Le Jury a particulièrement apprécié une leçon d'Arithmétique sur les restes de la division par un nombre d'une somme, d'une différence, d'un produit et leur application aux caractères de divisibilité, leçon où tout gravite autour de cette seule et simple observation que chacun des restes étudiés ne change pas si l'on augmente ou diminue l'un des termes de l'opération d'un multiple du diviseur. De même pour la leçon de Géométrie sur la polaire d'un point par rapport à un cercle, où les qualités des pôles et polaires, des droites conjuguées, des triangles conjugués, apparaissent comme conséquences immédiates de la réciprocité entre deux points conjugués, que ceux-ci soient définis d'abord par une division harmonique portée par une sécante au cercle, ou que, par extension de cette définition, ils soient considérés comme extrémités d'un diamètre sur un cercle orthogonal au premier. La première étude sur les volumes, celle qui concerne les parallélépipèdes et les prismes, a été bien dirigée, en poursuivant la recherche de volumes simples qui peuvent se construire, à partir du cube unité, par addition ou juxtaposition d'unités ou de parties aliquotes de l'unité, puis de volumes déjà évalués. La détermination du signe du trinôme bicarré a été établie en partant de cette remarque que le signe de la forme linéaire étant connu, il y a intérêt à poursuivre la décomposition du trinôme en facteurs linéaires.

Inversement, deux leçons concernant la fraction rationnelle du second ordre ont été constituées par l'étude, bien conduite, d'exemples particuliers, mais ne sont restées qu'à un niveau moyen parce qu'elles n'ont su arriver à une idée générale, qu'elles n'ont pas dégagé le rôle essentiel de la valeur asymptotique de la fonction quand la variable est infinie, et, quand elle existe, de la valeur finie de la variable pour laquelle la fonction passe par cette valeur asymptotique. La notion de forme réduite, qui peut, auparavant, être présentée aux élèves à propos de la fonction homographique et du trinôme du second degré, n'a pas encore, aux yeux de nos futurs Professeurs, toute l'importance qui devrait lui revenir.

Dans une bonne leçon, les faits sont interprétés, et leurs conséquences s'en dégagent. C'est à ce titre qu'une leçon sur l'inversion a été particulièrement réussie, la candidate ayant su tirer parti de ce fait que deux couples de points inverses sont sur un même cercle, ou que le produit de deux inversions de même pôle est une homothétie. Nous avons à nous féliciter ici, bien qu'il soit encore incomplet, d'un progrès qui corrige une erreur presque consacrée. Il s'agit du système de deux équations linéaires à deux inconnues ; la restriction que l'un des coefficients n'est pas nul devient inutile lorsque l'on est conduit à supposer que le déterminant est différent de zéro, mais doit être reprise, et c'est ce qui a été fait, c'est ici qu'il y a progrès, dans l'hypothèse contraire ; il ne reste plus, pour que le progrès soit complet, et ce dernier point sera, nous l'espérons, le résultat des années futures, qu'à compléter également l'observation des faits, et à constater l'invariance, au signe près, du déterminant, par permutation des inconnues ou des équations, pour légitimer entièrement l'inutilité de la première restriction.

Le dogmatisme, l'artifice, sont peut-être les ennemis les plus insidieux de l'enseignement, éducateur du jugement. Il y a lieu de féliciter les candidates de leurs tentatives, de leurs efforts dans la lutte contre ces plaies. L'une d'elles a été heureusement inspirée en amenant l'étude de l'angle inscrit par l'application, au triangle isocèle, de la propriété de l'angle extérieur dans un triangle, somme des deux angles intérieurs non adjacents. L'une de ses camarades ne l'a pas été, en revanche, en arrivant à la puissance d'un point P par rapport à un cercle par la considération de la différence des carrés des distances du centre à ce point P et à un point de cercle ; signalons-lui une voie plus naturelle, celle qui consiste à chercher une forme métrique de la condition pour que 4 points soient sur un même cercle, à transformer la forme angulaire connue, à interpréter la construction géométrique de l'un des 4 points, connaissant les trois autres. Le dogmatisme a des retours ; il pèse sur les habitudes. Telle candidate tente d'abord de l'éviter ; parlant de l'extraction de la racine carrée, elle pose bien le problème qui consiste à chercher les dizaines de cette racine ; elle va réussir, arriver logiquement à la solution, lorsque, timide, doutant d'elle-même, elle se reprend, annonce le résultat, et le justifie *a posteriori*.

Relevons encore, pour en instruire les concurrentes futures, les Professeurs de demain, quelques fautes, quelques erreurs du même genre, accidents isolés dans ce bon concours. En Arithmétique, l'appel au concret, le retour aux principes, ne sont pas assez fréquents. Les candidates sont trop disposées à leur préférer le jeu des calculs ; c'est par d'habiles opérations sur les inégalités, par cette ingénieuse remarque que deux entiers inégaux diffèrent au moins d'une unité, que l'on établit qu'un quotient ne peut s'accroître lorsque le diviseur augmente, que l'on détermine, comme nous venons de le dire, les dizaines d'un quotient ou d'une racine carrée : il suffirait cependant de revenir aux définitions, lesquelles reposent sur la situation d'un entier par rapport à une suite illimitée et croissante de nombres entiers et de distraire de cette suite les multiples de 10 en 10 du diviseur, ou les carrés des multiples de 10. On néglige trop dans la théorie de la division, la recherche, par divisions successives, du quotient d'un entier par un produit de plusieurs autres, recherche presque intuitive, avec des appels au concret bien choisis.

En Géométrie, il y a lieu de relever une répugnance, sans raison, à user des ressources tirées de la considération de vecteurs d'où les lourdeurs qui ont pesé sur une étude de l'homothétie, ou sur les principes de la théorie des projections ; deux triangles ayant leurs côtés deux à deux parallèles, sont utilisés en tant que triangles semblables et non comme homothétiques ; le théorème fondamental sur le triangle coupé par une parallèle à l'un des côtés gagnerait, dès la classe de Seconde, à être énoncé avec toute sa portée et traduit par des relations algébriques et non simplement arithmétiques.

La Mécanique, la Mécanique appliquée surtout, ne paraît pas être terrain familier. A propos de la théorie des moments, il est bon de signaler que le théorème de Varignon peut apparaître comme conséquence de la corres-

pondance entre les extrémités variables du vecteur et du moment quand leurs origines sont fixes, et que le changement de l'origine du moment peut se ramener à ce théorème de Varignon par une permutation entre les deux origines. Dans l'étude du solide géné, l'origine, la signification mécanique d'une réaction, opposée ordinairement à une pression, sont laissées dans l'ombre ; ce sont elles qui permettent d'expliquer, dans le cas du point fixe, pourquoi la réaction peut être envisagée comme passant par un point géométrique fixe : la fixité étant réalisée à l'aide d'un genou sphérique sur lequel roule la paroi d'une cavité sphérique, la réaction passe, en l'absence de frottement, par le centre de la cavité et, lorsqu'il y a frottement, il faut que les dimensions de cette cavité soient négligeables pour pouvoir admettre que la réaction passe sensiblement par un point fixe. Enfin, ce ne devrait pas être dans un concours d'Agrégation qu'il faudrait rappeler qu'un système quelconque de forces n'a pas, en général, de résultante.

Ce rappel, heureusement, ne concerne qu'un cas isolé, accidentel ; il en est de même des défaillances que nous venons de relever ; leur isolement confirme plutôt notre conclusion que le concours de 1932 aura amené de bonnes recrues dans les cadres de l'Enseignement des Mathématiques.

Le Président du Jury,
A. TRESSE.