

4 et 5. Les sujets des compositions de mathématiques aux différents examens et concours

Baccalauréat et Bourses. — M. DECERF donne lecture de son étude critique :

MES CHERS COLLÈGUES,

Permettez-moi d'adresser mes remerciements à ceux d'entre vous qui ont bien voulu nous faire parvenir leurs observations concernant les problèmes proposés au Baccalauréat et à l'examen des Bourses. A MM. BELLOCQ, LEGRAND, MAZÉ, SADE, DE SARRAU, TROUILLAS, et surtout à notre vénérable collègue M. Louis GÉRARD, que ses 80 ans n'éloignent pas des mathématiques, — j'exprime non seulement ma gratitude, mais la vôtre, car si le présent rapport n'est pas dénué de tout intérêt, c'est à eux que vous le devez.

Pour l'examen des Bourses, une seule protestation nous est venue de M. LEGRAND contre le problème de la 2^e série (élèves de Sixième).

Pour le Baccalauréat, je vous ferai grâce de mes habituelles jérémiades sur les questions de cours, d'autant que ces jérémiades ne servent absolument à rien.

Passons également rapidement sur les fautes d'impression qui continuent à altérer les textes :

A Lille, en juillet, ce sont les candidats à la 1^{re} partie qui étaient invités, dès l'abord, à faire tourner un certain contour « autour de P » alors qu'il fallait « autour de la droite AP » : Fâcheux début !

A Rennes, nous nous bornerons à signaler deux erreurs à la 2^e partie : l'une en juillet, où l'on invitait les candidats à établir que « le carré d'une fraction n'est jamais égal à un nombre entier », l'autre, en octobre, où manquait un facteur 2 dans un résultat annoncé par l'énoncé et qui fut rétabli dans certains centres d'examen.

A Grenoble, en juillet, à la 2^e partie, l'indication de « cercle inscrit » au lieu de « cercle circonscrit » n'arrivait heureusement qu'à la fin du problème, et le Doyen de la Faculté, M. GOSSE, prit immédiatement des mesures telles que les candidats n'ont pas eu lieu de se plaindre.

A Besançon, en octobre, à la 2^e partie, où un résultat inexact : « au milieu de OM », était proposé à la fin du problème aux recherches des candidats.

A Paris, en octobre, à la 1^{re} partie, série D ancien régime, la même lettre S désignait deux aires différentes.

Tout cela n'est pas grave, parce qu'il s'agit d'erreurs matérielles, dont personne ne conteste l'inopportunité.

Autrement importantes sont les critiques de fond de M. Louis GÉRARD. Peut-être devrai-je me contenter de lire son pittoresque et vivant travail, qui n'est pas indulgent dans ses appréciations. C'est à regret que je dois me contenter d'en résumer les points principaux. « Beaucoup de problèmes proposés au Baccalauréat, dit textuellement notre ancien collègue, sont plus longs et plus difficiles que celui que j'ai eu à résoudre à l'agrégation en 1883. »

Admettons qu'il y ait quelque exagération : il n'en est pas moins vrai que pour ceux qui lisent tous les ans les textes proposés à nos élèves, il apparaît que la difficulté augmente peu à peu d'année en année. Empressons-nous de dire que beaucoup de ces textes sont extrêmement intéressants. Mais M. GÉRARD a parfaitement raison lorsqu'il les accuse d'être trop longs, d'être très souvent posés de telle sorte que la première partie commande tout le reste et que faute d'avoir établi correctement une première formule l'élève ne peut rien faire de

bon. Ajoutons que depuis la suppression des sections Latin-Sciences et Latin-Langues nos élèves ne sont plus sélectionnés, et que beaucoup d'entre eux, dépourvus d'aptitudes mathématiques, sont très injustement écrasés par la plupart des problèmes ; que même nos élèves de la classe de Mathématiques n'ont plus la même culture que naguère ; bref, que, la sélection, les programmes, les horaires se trouvant abîmés par l'actuel plan d'études, le moment est mal choisi pour se montrer plus exigeant pour les candidats.

Et voici quelques exemples, des plus typiques :

En Première, le problème donné à Alger en juillet 1931 donne l'équation :

$$\frac{1}{x+m} + \frac{1}{x-m+4} + \frac{2}{x-4} = 0.$$

L'ordonner, la discuter, étudier les signes des racines, passe. Mais il faut : 2° déterminer les couples m' et m'' de valeurs du paramètre m qui conduiront à 2 équations équivalentes ; 3° déterminer m pour que l'équation admette pour racine un nombre donné a ; 4° déterminer m pour que les deux racines x' et x'' aient un rapport donné k . Ces deux dernières parties entraînant, bien entendu, leur discussion...

A Bordeaux, en juillet 1931, problème en 7 parties, concernant l'équation

$$mx^2 - 2(m-3)x + m + 3 = 0$$

On demandait, entre autres questions, ce que deviennent les racines quand m tend vers zéro, et ce qu'elles deviennent quand m augmente indéfiniment. Notre collègue M. DE SARRAU estime très justement que ces questions ne pourraient être bien traitées que si l'élève savait étudier m en fonction de x , et construire

la ligne représentative de la fonction $m = \frac{-6x-3}{x^2-2x+1}$; et en Première il ne

le sait pas. D'ailleurs, pour $m > 1$ l'équation n'a plus de racines : demander ce que les racines deviennent pour m augmentant indéfiniment risque fort de provoquer chez l'élève des inquiétudes injustifiées. Le même problème propose encore un tas de petites histoires, dont plusieurs applications numériques sans intérêt et faisant double emploi. C'est beaucoup trop long, et beaucoup de nos collègues ont protesté.

Inégalités embarrassantes dans le problème donné à Caen. Problèmes de géométrie que l'on a jugés difficiles à Montpellier et à Strasbourg. Progressions géométriques qui ont dû bien dérouter les élèves à Grenoble et à Toulouse, etc., etc. En résumé, beaucoup trop souvent les candidats moyens ne peuvent se sauver que par une excellente question de cours ; quant au problème, le plus sage, pour eux, est d'en faire le sacrifice...

A la deuxième partie, les élèves sont évidemment mieux sélectionnés. Encore faut-il ne pas les considérer comme des as, et ne pas trop faire appel, un jour de Baccalauréat, à leur imagination créatrice. Comme dit M. GÉRARD, on leur a enseigné une technique ; qu'on leur demande de posséder cette technique, ce sera raisonnable...

Un problème, même pas trop difficile, mais effarant par son caractère inattendu, créé un trouble chez les meilleurs élèves et contribue à rendre l'examen aléatoire : telle toute cette géographie américaine proposée en juillet à Montpellier par quelque amateur du Far-West.

Egratignons légèrement en passant le problème donné à Clermont, en juillet, aux candidats ancien régime, où, n'ayant indiqué qu'à $1/10^{\circ}$ près les distances au Soleil de Mercure, Vénus et la Terre, on demande les durées de révolution et les vitesses angulaires à $1/100^{\circ}$ près.

Jugeons un peu plus sévèrement le problème de Grenoble, juillet, ancien régime ; construire des vecteurs libres et trouver le lieu des extrémités de certains vecteurs-vitesses ; il y a là des raisonnements géométriques qui ont paru difficiles.

Mais c'est beaucoup pire à Strasbourg, en juillet, à la session spéciale pour les candidats aux deux séries Mathématiques et Philosophie, et là, l'indignation de M. GÉRARD se donne libre cours, tout à fait justement à notre avis :

Un cercle variable touche une droite fixe Δ en un point A, et intercepte sur une autre droite fixe un segment BC. D'où un triangle ABC.

1° étudier ses bissectrices et leur enveloppe ;

2° lieu du centre de son cercle des 9 points ;

3° enveloppe de ses hauteurs.

Problème extrêmement intéressant, qu'on nous proposait comme exercice au temps où les asinus que nous sommes préparions l'agrégation.

Et coëtera...

J'ai tenu, mes chers collègues, à vous faire connaître l'impression que produisent les problèmes d'aujourd'hui aux professeurs qui, retirés de la lice, jugent impartialement les coups. Ne sachant plus où nous tourner pour trouver du nouveau dans les domaines faciles, nous nous laissons entraîner vers les difficultés, et il est douteux que ce soit pour le plus grand bien de nos élèves : beaucoup d'entre eux, désespérant de donner satisfaction à nos exigences, y suppléent par un ignoble bachotage...

M. GÉRARD complète les observations qu'il avait communiquées au rapporteur en attirant l'attention sur les figures inexactes qui accompagnent parfois les énoncés proposés aux candidats.

M. DELCOURT rappelle que lorsqu'il en est ainsi et que le *texte original* est transmis au rapporteur ou au Bureau, un fac-similé est toujours reproduit par le *Bulletin*. Il regrette que les originaux n'aient pas été envoyés dans les cas signalés par M. GÉRARD.

Grandes Ecoles. — M. HENNEQUIN donne lecture de son étude critique :

MES CHERS COLLÈGUES,

Nous avons eu tort, l'an dernier, en constatant le peu de critiques soulevées par les compositions des concours de 1930, de penser que l'action de notre Association commençait à produire d'heureux effets et que l'heure était proche où l'on pourrait supprimer de l'ordre du jour de notre Assemblée générale l'exposé de nos doléances sur le choix des sujets d'épreuves qui sont décisives pour l'avenir de beaucoup de nos élèves. Si j'en juge par les démarches que notre Bureau a dû faire, et par les réclamations dont il a été saisi, il ne semble pas que les jurys de 1931 aient tous apporté à l'établissement des textes de composition le souci de juger de la façon la plus impartiale et la plus juste les candidats.

Il nous sera permis d'être particulièrement sévères pour des récidivistes. En 1929 l'Ecole Nationale des Mines de Paris avait donné une composition de mécanique comportant, d'une part, un énoncé faux, d'autre part, un énoncé, reproduisant à peu de choses près, un exercice se trouvant, avec sa solution, dans l'ouvrage d'exercices de mécanique de M. PARELIER, et, dans l'ouvrage de M. FABRY « Problèmes et Exercices de mathématiques générales ». En 1931 :

la composition de mécanique, donnée par la même école, soulève immédiatement de vives protestations, qui sont, hélas, parfaitement justifiées. L'Ecole qui a annoncé, au *Journal Officiel*, qu'elle adoptait le programme de l'Ecole Polytechnique pour le concours de 1931, a négligé de savoir quel est exactement ce programme. Il est vrai que, pour connaître ce programme, il faut remonter la suite des *Journaux officiels*, d'année en année jusqu'en 1926 et 1925 car, pour l'Ecole Polytechnique, le programme scientifique est indiqué en 1931, comme étant celui de 1930, en 1930 celui de 1929 et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on rencontre le programme de 1927, paru le 22 juin 1926 qui est « celui de l'arrêté du 20 juillet 1925 du Ministre de l'Instruction publique (programme de la classe de mathématiques spéciales), mais avec des modifications » apportées tantôt à un mot, tantôt à une ligne, tantôt à un alinéa ; comme celle-ci : « 2^e colonne, supprimer tout l'alinéa intitulé : Point non libre. » Un lecteur inattentif peut s'y tromper, mais comme l'Ecole Nationale des Mines a aussi répété, chaque année, depuis 1925 que son programme est celui de Polytechnique, il serait permis de supposer qu'elle a noté ce programme et qu'elle le fait connaître aux membres du jury ; en ce cas, celui qui a donné à étudier le mouvement d'un point pesant, glissant avec frottement sur une tige et relié par un fil élastique à un autre point pesant, a dû se contenter d'une lecture bien superficielle puisqu'il n'a pas vu que le mouvement d'un point non libre avait été supprimé du programme. Aussitôt après la composition notre Bureau fait une démarche auprès du Directeur de l'Ecole Nationale des Mines qui reconnaît le bien-fondé de la réclamation et décide, d'accord avec le Jury, l'exécution d'une deuxième composition de mécanique par les candidats qui bénéficieront de la meilleure des notes obtenues pour chacune des compositions : de cette façon les intérêts de nos élèves sont à peu près sauvegardés. Mais, nous l'avons déjà constaté plusieurs fois, c'est une chose bien difficile que de poser correctement un problème de mécanique et nos critiques ne doivent pas s'arrêter à la seule violation du programme ; en 1931, la composition de Mécanique comprenait, en plus du problème en dehors du programme, un autre problème qui était, dans le fond, plus fautif encore. Que signifie la question : « Montrer que ce mouvement peut être considéré comme résultant d'un mouvement circulaire d'entraînement et d'un mouvement relatif que l'on déterminera ? » Absolument rien. D'abord, qu'est-ce qu'un mouvement circulaire d'entraînement ? C'est peut-être un mouvement de rotation, peut-être un mouvement de translation circulaire, mouvements très différents, dans lesquels les trajectoires sont des cercles. Admettons que l'énoncé nous laisse le soin d'examiner les deux cas, il n'en acquiert pas pour cela un sens, car nous pouvons imaginer un plan $x_1O_1y_1$, glissant sur xOy dans un mouvement de translation circulaire ou de rotation choisi arbitrairement, un point M a par rapport à ce plan $x_1O_1y_1$, un certain mouvement que nous pouvons appeler relatif et le mouvement de M par rapport à xOy résulte du mouvement de $x_1O_1y_1$, arbitrairement choisi et du mouvement relatif déterminé. Si, comme on peut le supposer, l'énoncé avait en vue le mouvement circulaire correspondant à une solution particulière d'un système différentiel de la forme $x = A \cos \omega t$, $y = A \sin \omega t$, on est obligé de constater que l'auteur du problème voit les choses de bien haut, car il ne s'est pas soucié du cas où la solution précédente est remplacée par $x = \frac{\omega r t}{2} \sin \omega t$,

$y = -\frac{\omega r t}{2} \cos \omega t$ qui correspond à une spirale d'Archimède et non à un cer-

cle. « En fait, nous écrit notre collègue M. PIÉTRI, certains de mes élèves ont perdu du temps, vainement cherché le mouvement circulaire d'entraînement dans le cas de la spirale et, ne trouvant rien, ont préféré ne pas parler de ce cas dans leurs copies. Il est regrettable que, par la faute d'un examinateur, certains candidats puissent être conduits à reprendre inutilement des calculs exacts, à perdre du temps, et soient nettement handicapés par l'impression d'être dans la mauvaise voie. » La composition réparatrice, elle-même, n'est pas à l'abri de tout reproche : « l'étude d'un système formé de tiges articulées est aussi nettement hors du programme, dit M. PRÉTRI, que la question du mouvement du point gêné ». Il est certain que l'étude d'un tel système est grandement facilitée par quelques considérations classiques qui ont pu ne pas être indiquées à une bonne partie des candidats, et nous sommes obligés de souligner, une fois de plus, la tendance à étendre un programme qui devrait être interprété de la façon la plus stricte.

L'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique dont le concours est commun, pour les épreuves écrites avec celui de l'Ecole Nationale des Mines de Paris, sauf pour l'épure, se devait d'attirer sur elle une attention spéciale par la seule épreuve qui lui soit propre. Elle a choisi comme sujet d'épure celui donné en 1923 à Polytechnique. Il ne s'agit pas d'une parenté plus ou moins vague, mais de l'identité complète, il ne s'agit pas non plus d'un sujet banal qui peut passer inaperçu dans la collection des épreuves des concours passés, mais d'un sujet sensationnel puisqu'il porte sur 6 solides, au lieu des duos classiques, savoir les 6 paraboloides de révolution ayant pour sommets les centres des faces d'un cube et pour parallèles les cercles inscrits dans les faces opposées. C'est une de ces épreuves que le professeur peut faire refaire à ses élèves de temps en temps, pour sortir des types ordinaires ; le solide commun aux 6 paraboloides fait partie, paraît-il, de la collection des modèles de ce genre, et existe dans certains établissements. Certains candidats ont donc retrouvé l'accueil facile d'une vieille connaissance là où d'autres ont eu à briser la glace d'une première entrevue. Rassurons-nous, le Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique a répondu à notre président qu'il communiquait sa lettre, contenant nos légitimes réclamations, au président du jury, en vue... des futurs concours.

Si les compositions données par l'Ecole Polytechnique n'ont pas provoqué de réclamation, l'énoncé du problème d'algèbre a été jugé, en général, fort défectueux. Notre collègue M. DELCOURT me fait remarquer que l'équation différentielle proposée : $2y' + \frac{\pi}{\sqrt{x}} \sqrt{1-y^2} = 0$ étaient vraiment bien proche parente

de l'équation $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{4y}{1-x^2}$ proposée en 1929 par l'Ecole Supérieure de la

Métallurgie et de l'Industrie des Mines de Nancy. Est-ce un premier pas vers le procédé cyniquement adopté par l'Ecole Nationale Supérieure d'aéronautique ? Le malheur est que, en remplaçant l'équation sous forme rationnelle donnée à l'Ecole des Mines de Nancy, par l'équation avec des radicaux, l'auteur de l'énoncé n'a paru se soucier nullement du sens ordinaire donné au symbole $\sqrt{u}$, qui représente la racine carrée arithmétique du nombre réel positif u .

Parler de solutions de l'équation différentielle $2y' + \frac{\pi}{\sqrt{x}} \sqrt{1-y^2} = 0$, qui doivent garder une valeur réelle quand x varie de $-x$ à $+x$, c'est se contre-

dire puisque l'équation écrite suppose $x > 0$. Avoir l'air de solliciter des candidats

l'examen de $y = \frac{\sin \pi \sqrt{x}}{\pi \sqrt{x}}$ pour $x < 0$, quand on demande seulement de cons-

truire la courbe représentative est également abusif. L'étude d'une fonction de variable réelle x se fait pour les valeurs de x pour lesquelles on peut effectuer dans le domaine réel toutes les opérations indiquées par les symboles qui définissent la fonction. Poser une question dans le domaine réel, tout en encourageant tacitement des écarts dans le domaine complexe, c'est créer une équivoque dans l'esprit des candidats qui ne peut qu'être préjudiciable aux plus réfléchis, comme le fait justement observer M. MARTIN (M.), notre collègue de Metz.

Il y aurait encore, sans doute, beaucoup d'observations à ajouter, mais j'ai déjà été trop long. Je sais, par ailleurs, que si les compositions écrites permettent des critiques d'autant plus faciles à justifier qu'elles s'appliquent à des textes qui demeurent, beaucoup de ces critiques devraient être multipliées à propos des interrogations orales. Je tirerai seulement deux conclusions, qui ne seront pas nouvelles : la première, c'est que les Grandes Ecoles devraient avoir soin de préciser leurs programmes avec la plus grande netteté et de les faire connaître aux examinateurs en insistant sur la suppression de toutes les questions qui ont figuré antérieurement à ces programmes ; la deuxième, c'est que les lourdes responsabilités qu'impose d'obligation de juger sainement et sûrement devraient faire hésiter ceux qui sont tentés de postuler à la légère les difficiles fonctions d'examineur et que les Grandes Ecoles doivent se montrer scrupuleusement attentives à ce que, dans le choix des épreuves, dans la correction des compositions, dans la conduite et l'appréciation des interrogations, les concours qui ouvrent leurs portes soient au-dessus de toute critique. En rappelant ces vérités élémentaires, notre Association est certainement d'accord avec tous ceux qui ont le souci de la bonne organisation et du judicieux emploi des forces intellectuelles de notre jeunesse écolière.

M. CHENEVIER critique certains examens oraux de mathématiques ou concours d'admissibilité à l'Ecole Polytechnique, et signale à cette occasion un exposé de M. THIBERGE, dans le *Bulletin* n° 24 de l'Union des Professeurs de Spéciales, relevant un certain nombre « d'anomalies » dans ces examens.

Puis M. CHENEVIER signale qu'à l'Ecole Nationale des Mines de Paris un candidat, au titre étranger, a été refusé sous prétexte qu'il n'avait pas obtenu la moyenne de $10 \frac{1}{2}$ — note limite qui n'a jamais été indiquée nulle part — alors que sa moyenne était très voisine de cette note. Pourquoi ne pas avoir une règle connue à l'avance et s'y tenir loyalement.

A ce propos, M. HENNEQUIN signale que l'Ecole Polytechnique garde secrète la moyenne exigée des candidats pour être admissible aux examens du second degré, et qu'elle se refuse à donner les notes obtenues pour leurs examens oraux par les candidats éliminés après les examens du premier degré.

Le caractère par trop « exotique » de certains examens oraux de mathématiques du concours d'admission à l'Institut National Agronomique est également évoqué.

L'Assemblée générale s'étonne de tous ces faits et décide de faire porter également l'étude critique, non seulement sur les sujets des compositions écrites de mathématiques des différents examens et concours, mais également sur les épreuves orales.

Incidemment, sur une question posée, le Bureau répond que rien n'empêche le *Bulletin* de publier rapports et études critiques avant l'Assemblée générale, et M. DELCOURT rappelle qu'il en a déjà été ainsi, par exemple en 1923 pour la première des études critiques publiée dans le *Bulletin* n° 29 du mois de février ; en 1928, pour le rapport sur le maximum de service publié dans le *Bulletin* n° 54 du mois de février.

L'Assemblée générale s'associe aux remerciements adressés par le Président aux rapporteurs, MM. DECERF et HENNEQUIN, et adopte à l'unanimité la résolution suivante :

L'Assemblée générale renouvelle le mandat donné au Bureau de faire procéder chaque année à une étude critique des sujets de compositions de mathématiques et des épreuves orales de mathématiques des différents examens et concours, et de transmettre aux autorités compétentes — s'il y a lieu — les remarques que cette étude aura suggérées.

Elle invite en outre les membres de l'Association qui auraient pu constater des difficultés, à faire immédiatement toutes les réserves nécessaires auprès des jurys d'examen ou de concours, et à en aviser aussitôt le Bureau pour lui permettre d'agir sans retard.