

6. Rapport sur le Concours, en 1931 de l'Agrégation des Sciences Mathématiques (2)

Epreuves écrites (3)

Le nombre des candidats reste à peu près invariable ; 104 se sont encore fait inscrire cette année.

95 se sont présentés. Parmi eux se trouvaient 11 élèves de l'Ecole Normale Supérieure et un ancien élève, au service militaire ; 8 étudiants bour-

(1) Voir également la *Quinzaine Universitaire* n° 240, du 1^{er} novembre 1931 pages 59, le *Journal des Collèges* n° 252, du 1^{er} novembre 1931, ou l'*Information Universitaire* n° 464, du 10 octobre 1931.

(2) Le jury était composé de MM. BLUTEL, inspecteur général, président ; TRESSE, inspecteur général, vice-président ; GARNIER, professeur à la Faculté des Sciences de Paris ; PÉRÈS, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille ; HENNEQUIN, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Buffon.

(3) Voir les énoncés pages 15 et suivantes des *Fascicules consacrés aux Examens et Concours de 1931*.

siers et 16 étudiants libres près des Facultés des Sciences, dont 3 femmes ; 31 professeurs de l'enseignement secondaire, titulaires ou délégués à des titres divers, dont 1 femme ; 9 candidats appartenant à l'enseignement primaire ; 16 exerçant des fonctions de surveillance ; 3 appelés au service militaire.

Le rapprochement de ces chiffres et des nombres d'admissibles, appartenant à chaque catégorie, est instructif. Les 29 admissibles comprennent les 12 normaliens, 3 boursiers et 3 étudiants libres, 9 professeurs d'enseignement secondaire, 1 candidat venu de l'enseignement primaire, 2 appelés au service militaire.

Des 4 femmes, une a été déclarée admissible ; une autre a approché du but.

La participation à de rudes épreuves dénote un courage qui mérite d'être signalé. 11 candidats seulement ont lâché pied de la première composition à la dernière ; l'un d'eux a d'ailleurs eu tort d'abandonner le concours après la seconde, le total des points obtenus aux deux premières laissant encore espérer l'admissibilité.

La moyenne des notes est nettement supérieure à 6 pour les épreuves de spéciales et de mécanique, ce qui est normal. En revanche, les candidats paraissent mal préparés à celles d'élémentaires et d'analyse, dont la moyenne est inférieure à 4. Il n'en faudrait pas conclure à une moindre influence de ces épreuves : c'est parmi les 29 premiers de la composition d'analyse que se trouve la plus forte proportion d'admissibles (23) et de reçus (17) ; on peut en dire autant de la composition d'élémentaires, en tenant compte des *ex-æquo* (25 et 17).

La présence d'un candidat hors de pair, classé premier dans trois compositions, n'a pas été sans influence sur la cote des épreuves et justifie la longueur des sujets.

Les rapports particuliers des correcteurs préciseront le fort et le faible de chaque composition.

Une coupure très nette s'étant révélée, le Jury a cru devoir limiter à 29 le nombre des admissibles, tout en regrettant de ne point trouver, sur la liste ainsi arrêtée, six admissibles de concours antérieurs ; ses regrets se sont atténués, la levée de l'anonymat des copies ayant révélé qu'aucun n'avait approché sérieusement du but.

Mathématiques élémentaires (M. TRESSE). — « Le sujet de géométrie élémentaire proposé aux candidats n'a pas été de ceux auxquels sourit la fortune. Au correcteur, comme aux concurrents, il n'a guère apporté que des déceptions. Déception du correcteur, qui croit plaire aux concurrents, en leur apportant un thème d'un cadre élémentaire, accessible dans ses parties essentielles à nos bons élèves de Mathématiques ou même de Première ; déception des concurrents qui se sont initiés aux méthodes les plus variées de la géométrie, anciennes et modernes, et qui ne trouvent pas l'occasion de faire étalage de leurs connaissances : nous en avons vu qui, à tout prix, usaient de l'inversion et transformaient, sans aboutir à quoi

que ce soit, un problème portant principalement sur des plans, avec quelques sphères n'intervenant que par leurs centres.

Sur les 94 copies qui ont abordé la question, trois seulement se détachent en tête avec les notes 17 $\frac{1}{2}$, 16, 13, après quoi, à partir de 11, les notes se succèdent régulièrement, par échelons d'un demi-point ; onze copies, qu'il y a lieu de tenir pour satisfaisantes, se suivent trop rapidement, de 11 à 7, et ensuite, les notes faibles, puis médiocres réunissent chacune un contingent trop nombreux à partir de la note 6 $\frac{1}{2}$ qui groupe cinq candidats, jusqu'aux notes 1 et 0,5 qui en réunissent respectivement douze et seize.

Ces chiffres absolus disent trop bien quelle est la faiblesse générale des compositions. Et cependant le jugement établi sur cette seule épreuve laisse une impression de sérieuse sécurité. Si l'on compare en effet le classement général de l'examen écrit avec celui qui résulterait de notre seule composition, on constate que les deux listes se suivent avec une grande régularité, qu'elles sont presque identiquement les mêmes pour les dix premiers et que, des 29 candidats admissibles, 4 seulement se trouvent, sur notre liste particulière, rejetés à un rang plus éloigné.

Le thème de l'épreuve consistait en une étude des centres des sphères tangentes aux quatre faces d'un tétraèdre $SABC$ dont la base ABC reste invariable, le sommet opposé S pouvant se déplacer arbitrairement dans l'espace. Si l'on considère, disait un préambule, l'un *quelconque* O de ces centres, les autres peuvent lui être associés par voie d'alignement à partir des sommets : chacune des droites joignant O aux sommets S, A, B, C passe respectivement par un autre centre O', O_a, O_b, O_c ; restent trois autres centres O'_a, O'_b, O'_c , chacun d'entre eux pouvant être défini par deux alignements, O'_a , par exemple, étant à l'intersection de SO_a et AO' .

Cela posé, le problème consistait principalement dans la recherche des lieux décrits par les divers centres, lorsque le déplacement de S est réglé par certaines conditions, soit que les sphères O et O_a aient des rayons constants, soit que le contact de la sphère O avec le plan de base ABC reste fixe ; dans la seconde hypothèse, il y avait en outre à chercher le lieu du sommet S , à donner une définition géométrique simple du cône engendré par l'arête AS , à déterminer enfin l'enveloppe de la projection sur le plan ABC de la droite $O_aO'_a$ et le lieu de sa trace sur ce même plan.

Avant tout, il était indispensable de bien comprendre la correspondance qui rattache entre eux les divers centres de sphères et le sommet variable S du tétraèdre. Car, la qualité caractéristique de tout point, centre d'une sphère tangente aux quatre faces d'un tétraèdre, qualité très élémentaire, est d'être équidistant des quatre plans, soit donc d'appartenir à l'un des bissecteurs de chaque dièdre de ce tétraèdre. Si donc on connaît l'un de ces centres O , on connaît, par le fait, un des bissecteurs de chacun des dièdres ayant pour arêtes les côtés du triangle ABC , puis, par conséquent, le second bissecteur, perpendiculaire au premier, de chacun de ces dièdres ; en associant alors, de toutes les manières possibles, trois de ces bissecteurs, un pour chaque dièdre, et prenant leur point commun, on

obtient les huit centres ; par exemple, en associant les bissecteurs ne passant pas par O , on obtient le centre O' ; en associant deux bissecteurs passant par O , ceux des dièdres d'arêtes AB et AC par exemple, avec un troisième n'y passant pas, on obtient le centre O_a placé sur l'alignement AO .

C'est cette conception simple, élémentaire, de cette définition d'un centre comme de la correspondance entre les divers centres, qui a manqué à nombre de candidats. Il semble que le préambule du texte, faute de n'avoir pas été précédé d'un numéro d'ordre indiquant une partie du problème, n'ait pas retenu suffisamment l'attention. Pour beaucoup, la notion de sphère tangente aux quatre faces d'un tétraèdre est restreinte à son caractère topologique ; elle est dominée par les termes, trouvés dans les copies, de sphère inscrite ou ex-inscrite, que le texte avait cependant pris soin d'éviter. Dans cette manière étroite de voir, c'est la sphère inscrite qui se présente naturellement la première, si bien que le texte parlant en premier lieu du point O , centre d'une sphère « quelconque » tangente aux quatre faces, ce point O est nécessairement, pour ces candidats, le centre de la sphère inscrite, le qualificatif « quelconque » n'étant sans doute pas lu, ou étant considéré comme dépourvu de signification.

Dans ces conditions, la première partie du problème, celle dans laquelle les sphères O et O_a ont des rayons constants, qui avait été précisément posée de façon à aider les candidats, à les faire entrer dans la signification du sujet, en a arrêté au contraire, dès les premiers pas, un trop grand nombre. Les autres ont été plus heureux. Plusieurs sont d'abord arrivés à donner un énoncé précis de la question, qui consistait, étant donnés deux plans parallèles à la base ABC , à placer respectivement dans ces plans deux points O et O_a , qui soient alignés avec A , et qui déterminent avec l'arête BC deux plans rectangulaires. Cette question a reçu les solutions les plus variées ; les lieux demandés sont formés de droites parallèles à BC ; certains candidats usent du calcul et déterminent les distances à BC des projections de O et O_a , ou montrent, à l'aide de relations entre volumes de tétraèdres, que les plans BCO , BCO_a sont fixes ; d'autres, mieux inspirés, placent à l'intersection de deux lieux géométriques le milieu du segment OO_a ou le conjugué de A par rapport à ces deux points ; quelques-uns enfin, et des meilleurs, reconnaissent une application de la théorie des coniques, et usent de l'enveloppe d'un segment de droite dont les extrémités décrivent deux droites parallèles, tout en restant vu d'un point fixe sous un angle droit.

En revanche, la discussion de ce premier point a eu moins de succès. Se donner le rayon de l'une des sphères O et O_a , c'est permettre au centre de se placer sur l'un ou l'autre des deux plans menés parallèlement à la base ABC à une distance de cette base égale au rayon donné ; d'où, pour le système des deux centres, quatre combinaisons possibles, chacune d'elles pouvant donner deux solutions du problème. Le plus souvent, le candidat lié par la conception étroite dans laquelle O est le centre de la sphère inscrite, O' celui de la sphère ex-inscrite au trièdre A , s'en est tenu à une seule combinaison.

Les parties suivantes du problème envisageaient une autre hypothèse, celle dans laquelle ω , contact de la sphère O avec le plan ABC , reste fixe. Le théorème de Dandelin montrait immédiatement que la trace, sur le plan de base, du cône de sommet S , circonscrit à la sphère O , et, par conséquent à la sphère O' , est une conique fixe, de foyer ω , inscrite dans le triangle ABC , de sorte que ω' contact de la sphère O' avec la base reste également fixe, placé au second foyer de la conique, et que le sommet S décrit la focale de cette conique. Ces premiers points ont bien été vus du plus grand nombre.

Quant aux suivants, ils concernaient d'abord la recherche des lieux des autres centres, de O'' et O''' par exemple. Ces lieux, placés dans les plans perpendiculaires à ABC , menés par $A\omega$ et $A\omega'$, sont des coniques ayant un axe de symétrie suivant $A\omega$ ou $A\omega'$. On aurait pu l'établir à l'aide de la relation générale qui exprime que, dans une conique à centre, le carré de l'ordonnée d'un point est proportionnel au produit des segments allant des extrémités de l'axe au pied de l'ordonnée. Une indication dans ce sens était donnée dans le texte, recommandant d'user de la pente, relative au plan de base ABC , du plan mené par O'' ou O''' et une droite fixe de la base, pente qui est en effet proportionnelle à l'ordonnée de O'' ou O''' . Cette indication a été rarement comprise. On a généralement préféré recourir à l'homographie. Ceci était légitime et restait dans les éléments : toutes les homographies qui intervenaient, consistaient en effet soit en des homologies, soit en des correspondances par orthogonalité ou symétrie, soit en combinaisons des précédentes. Malheureusement, beaucoup se sont contentés de faire appel à une relation biunivoque entre éléments correspondants, quelquefois en ajoutant, par pure affirmation, que cette relation est algébrique : c'était insuffisant et maladroit ; maladresse doublée de naïveté, la relation biunivoque étant due précisément à certains caractères qui n'étaient autres que ceux de l'homologie, l'orthogonalité ou la symétrie. Au reste, qu'ils soient acquis par l'analyse ou par la géométrie élémentaire, les moyens tirés de l'homographie ne paraissent pas toujours solidement acquis ; lorsque l'on constate que deux faisceaux sont homographiques, on en conclut immédiatement que le point d'intersection des rayons homologues décrit une conique, sans s'assurer au préalable que ce n'est pas une droite, sans chercher, par exemple, quelle est l'homologue de la droite joignant les sommets des deux faisceaux.

A côté de ces observations générales, relevons quelques détails. Lorsque le contact ω de la sphère O avec le plan ABC reste fixe, la droite AS engendre un cône que l'on demandait de définir par une relation entre les angles β , γ , que fait cette droite avec AB et AC . La réponse peut s'inspirer de l'analogie avec une question classique, qui se rencontre dans les réciproques du théorème de Dandelin, le lieu du sommet d'un triangle dont les autres sommets restent fixes ainsi que le contact de la droite qui les joint avec un cercle inscrit ou ex-inscrit. Le trièdre du sommet A , dont les arêtes AB , AC sont fixes et l'arête AS variable, joue le rôle du triangle, le cône de sommet A , circonscrit à la sphère O , celui du cercle, la droite

Au celui du point de contact. La solution et la réponse sont les mêmes ; la somme ou la différence $\beta \pm \gamma$ reste constante. Ceci a été aperçu par quelques rares candidats. Plusieurs se sont engagés dans de pénibles calculs de trigonométrie, calculs qui aboutissaient ou devaient aboutir ; mais ils ne percevaient pas, à travers leurs symboles ou développements trigonométriques, que, dans les relations obtenues, les angles β , γ n'interviennent que par leur somme ou leur différence. Nous espérons ensuite, ayant demandé une définition du cône, que l'on nous donnerait la réciproque, en démontrant que toute droite AS répondant à la relation $\beta \pm \gamma = \text{conste}$, est une génératrice du cône. Espoir qui a été déçu.

Le souci des réciproques ne s'impose jamais assez. Et cependant, il ne faudrait pas dépasser la mesure. Nous avons, à ce propos, fait une observation curieuse. Dans la première partie, à propos de la recherche des lieux de O et O_a , un candidat arrive, par une analyse très correcte, par application de conditions qui s'imposent, à la construction des deux droites portant respectivement O et O_a ; puis, très correctement encore, il établit que, inversement, tout point pris sur l'une de ces droites est, suivant le cas, un point O ou O_a . C'est parfait : il n'y avait plus qu'à conclure. Pas du tout ; le candidat éprouve alors le besoin de démontrer que tout point O ou O_a est sur la première ou seconde droite ; et il y arrive en reprenant identiquement, à cet effet, les raisonnements qui l'ont conduit à la construction des deux droites. Obéissance à une discipline étroite, mal comprise ; obéissance qui paralyse le jugement. Il est à craindre que ce futur maître forme plutôt de bons automates que des esprits réfléchis. »

Mathématiques spéciales (M. HENNEQUIN). — « La question proposée était l'étude de l'enveloppe des plans H qui coupent deux plans donnés P et P' et un hyperboloïde à une nappe H respectivement suivant deux droites et une conique par rapport à laquelle les deux droites sont conjuguées ; on demandait, plus particulièrement, d'examiner les familles d'enveloppes obtenues quand P et P' sont des plans d'un même faisceau qui se correspondent homographiquement ou involutivement ou quand l'enveloppe passe par un point fixe ou demeure tangente à une droite fixe.

La nature même de la question où le mot « enveloppe » se trouvait plusieurs fois répété devait naturellement inciter les candidats à user largement des coordonnées tangentielles et à tirer le meilleur parti d'un examen des relations obtenues entre les coordonnées de plans ou de droites. Il semble bien que l'étude directe d'une relation entre des paramètres fixant des éléments géométriques autres que des points soit au-dessus des forces de la presque totalité des concurrents : pour beaucoup, la transposition dans le domaine ponctuel est indispensable, une relation $\Phi(u, v, w, h) = 0$ ne leur suffit pas pour caractériser une famille de plans dépendant de deux paramètres ; la traduction dans le langage géométrique de relations entre des coordonnées d'éléments quelconques est pourtant, dans certains cas, très fructueuse et les candidats à l'agrégation devraient être capables de varier leurs moyens d'investigation et de les adapter aux questions à résou-

dre. L'usage de la géométrie analytique aurait dû également les familiariser avec cette idée banale que, si la géométrie tire un secours réel du calcul, inversement toute interprétation géométrique éclaire une relation algébrique : une simple observation sur la forme d'une relation du second degré, envisagée comme équation d'une conique de définition géométrique simple, conduit immédiatement aux cas de décomposition.

L'enveloppe des plans Π , demandée au début du problème, a été exactement obtenue par 66 des 92 candidats qui ont composé, mais plusieurs d'entre eux n'ont même pas écrit l'équation tangentielle de cette enveloppe et ont formé, à grand renfort de dérivations et d'éliminations, son équation ponctuelle. L'échec des autres s'explique souvent par la maladresse des méthodes employées, mais une mention spéciale est due aux sept candidats qui confondent « droites conjuguées » et « directions conjuguées » ; ils se sont, par cela même, éliminés de l'épreuve. La nature de l'enveloppe Q se voyait immédiatement en constatant que Ox est un axe transverse et que la section par yoz est une hyperbole ; il n'y a cependant pas vingt candidats qui donnent le résultat précis : l'un affirme que toute quadrique d'équation $PQ + RS = 0$ où aucun des quatre plans n'est le plan de l'infini est un hyperboloïde, un autre que, si le cône asymptotique est réel, la quadrique est réglée, un troisième conclut que la quadrique a des génératrices réelles parce que c'est l'enveloppe d'un plan. Le contact de H et de Q est, en général, mal établi ; beaucoup se bornent à constater l'existence de plans tangents communs particuliers. Malgré la précision de l'énoncé qui demandait quand l'enveloppe était dégénérée, la plupart des candidats ne se sont nullement souciés d'indiquer des résultats dont l'absurdité ne soit pas trop criante et ont vu, sans surprise, l'enveloppe devenir un cône, un cylindre, un système de plans ou de droites. Faut-il en conclure que la notion d'enveloppe aurait besoin d'être approfondie ? L'observation de la figure formée par la section de H par yoz et d'une corde M_1M_2 de cette section, trace d'un plan Π , montrait que OM_1 et OM_2 étaient conjuguées par rapport aux traces op , op' des plans donnés P et P' et réciproquement ; dans ces conditions le parallélogramme de centre O et de côté M_1M_2 a ses quatre sommets sur H et ses quatre côtés tangents à la section de Q . Quinze candidats, au plus, essaient de vérifier la propriété, quelques-uns parviennent à l'établir par de laborieux calculs ou de pénibles raisonnements, cinq seulement donnent une démonstration simple. Que penser du candidat qui invoque Poncelet pour lui faire dire : « Si la conique est inscrite et circonscrite à un quadrilatère, elle est inscrite et circonscrite à une infinité » ou de celui qui déduit le résultat de la concentricité des deux coniques ? Pour cette première partie, les notes obtenues sont : un 18 $\frac{1}{2}$, un 17, deux 16 $\frac{1}{2}$, quatre 16, un 15 $\frac{1}{2}$, trois 15, trente-huit autres notes supérieures à 10, vingt-six entre 10 et 5, cinq entre 5 et 0, neuf zéros ; la moyenne est de 9,25.

La simple définition des plans Π montrait, en réponse à la seconde question, que ceux de ces plans qui sont tangents à H le touchent sur l'une ou l'autre des coniques sections de H par P et P' et que l'enveloppe de ces

plans est formée des deux cylindres circonscrits à H le long des coniques précédentes. Si P ou P' est fixe, Q appartient à un faisceau linéaire tangentiel et reste inscrite dans un cylindre fixe, elle est donc inscrite dans une deuxième développable de seconde classe qui, conformément à l'énoncé, se décompose en deux droites fixes. La recherche des sommets variables des quadriques Q se ramène à celle des sommets d'une hyperbole du plan yoz dont on connaît une asymptote et deux tangentes parallèles ; la construction du lieu se fait en utilisant soit les coordonnées cartésiennes, soit les coordonnées polaires. Les candidats savent, dans l'ensemble, que les plans tangents communs à deux enveloppes de seconde classe ont pour enveloppe une développable de quatrième classe, mais bien peu sont capables de tirer les conclusions convenables relatives à cette développable si l'une de ses équations se présente sous la forme $(x + k_1\omega)(x + k_2\omega) = 0$; l'un conclut que l'enveloppe est formée de deux « paraboloïdes », l'autre dit : « ceci me donne deux plans » ; la réponse précise se trouve seulement dans 6 copies. Les génératrices fixes communes aux quadriques Q apparaissent *a priori*, par un hasard providentiel. Le lieu des sommets est déterminé dans quelques copies, mais un essai de tracé figure seulement dans deux d'entre elles. La moyenne subit une baisse sensible, elle n'est plus que 4,1 ; les bonnes notes se raréfient : un 16 1/2, un 15, un 14, un 12 1/2, quatre 12, trois 11, un 10.

L'étude des quadriques Q lorsque P et P' se correspondent involutivement constituait le début de la troisième question ; l'écriture même de l'équation tangentielle de Q permettait de définir le faisceau tangentiel linéaire et l'enveloppe, décomposée en deux cylindres de génératrices parallèles aux diamètres relativement à H des plans P , P' qui sont conjugués par rapport à H ; le résultat se rattachait à l'étude faite dans la première partie des cas de dégénérescence de l'enveloppe Q . Pour terminer la question, les candidats étaient invités à construire une courbe de quatrième classe, enveloppe de la trace de Q sur yoz lorsque P et P' se correspondent dans une homographie simple ; l'équation était de la forme $\omega^2 = \frac{h^2(h^2v^2 - h^2)}{h^2v^2 + c^2h^2}$ on pouvait donc espérer que quelques candidats, en s'aidant s'ils le jugeaient utile, d'une transformation par polaires réciproques, donneraient un tracé sommaire de la courbe ; deux seulement l'ont tenté, sans aboutir à la forme exacte. Les connaissances des candidats sur les faisceaux linéaires tangentiels sont assez fantaisistes : plusieurs donnent comme enveloppe « les deux quadriques de base du faisceau », l'existence de « quatre plans tangents communs » seulement est une opinion assez répandue ; pour d'autres l'enveloppe est réduite à deux points. Ceci explique que la moyenne tombe à 3,75 ; deux 13, un 12 1/2, quatre 12, un 11 et deux 10 émergent d'un ensemble de notes médiocres.

Quarante-six candidats néanmoins s'attaquent à la dernière partie. La seule connaissance de l'enveloppe Q étant utile pour résoudre les diverses questions, il était possible de traiter chaque partie isolément, mais il va de soi que l'étude finale ne pouvait être fructueuse pour celui qui n'avait pas

acquis, grâce aux examens précédents, une vision nette de la famille des quadriques Q et plus spécialement de celles qui correspondaient à des faisceaux involutifs de plans P, P' . Il s'agissait, en effet, de chercher dans quels cas les quadriques Q passant par un point donné M ou tangentes à une droite donnée δ se séparaient en deux faisceaux linéaires tangentiels et de préciser les faisceaux involutifs P, P' correspondants, de caractériser enfin les points M et les droites δ obtenues. Un raisonnement géométrique simple montrait que le point M devait se trouver dans l'un des plans $x + \varepsilon a = 0$ ou sur H ; dans le premier cas, l'une des involutions est celle des plans conjugués par rapport à H , l'autre est une involution impropre ; dans le deuxième cas, les faisceaux involutifs ont pour plans doubles le plan MOx et l'un ou l'autre des plans asymptotes à H menés par Ox . Une étude géométrique montre également qu'une droite δ doit, ou bien être parallèle au plan $yo\alpha$, ou bien être une génératrice d'une quadrique Q . Une droite δ_1 coupe H en deux points M_1, M'_1 ; elle est tangente en M_1 à l'un des cylindres qui a pour base la section de H par M_1Ox et pour génératrice une droite $x = a, \frac{y}{b} = \varepsilon \frac{z}{c}$; elle est tangente en M'_1 à celui des cylindres dont la base est la section de H par M'_1Ox et dont une génératrice est la droite $x = a, \frac{y}{b} = -\varepsilon \frac{z}{c}$; les deux faisceaux de plans involutifs attachés à la droite δ_1 ont pour plans doubles, l'un M_1Ox et le plan $\frac{y}{b} = \varepsilon \frac{z}{c}$, l'autre M'_1Ox et le plan $\frac{y}{b} = -\varepsilon \frac{z}{c}$. Les droites δ_1 qui passent par M_1 sont les droites des deux plans contenant la tangente en M_1 à la section de H par M_1Ox et les directions $o, b, \varepsilon c$. Cinq candidats ont obtenu exactement le lieu de M ; un seul a parfaitement précisé les faisceaux involutifs correspondants. Aucun n'a caractérisé géométriquement les droites δ_1 ; un seul a signalé que les deux involutions relatives à δ_1 devaient se trouver dans les quatre involutions correspondant aux deux points M_1, M'_1 , mais il n'a pas su distinguer parmi les quatre involutions et il a conclu d'une façon bien téméraire que les droites δ_1 formaient le complexe des tangentes à H . Un 14, deux 10, un 9, un $8 \frac{1}{2}$, un 6, trois 5 ont récompensé les derniers efforts de ceux qui ont donné quelques indications intéressantes.

Pour l'ensemble de l'épreuve les résultats sont les suivants : 92 candidats ont composé, deux ont remis des copies blanches, les notes des autres sont : un 17, un 16, deux $13 \frac{1}{2}$, deux 13, un $12 \frac{1}{2}$, un $11 \frac{1}{2}$; cinq 11, trois $10 \frac{1}{2}$, trois 10, trente-sept notes entre 10 et 5, trente entre 5 et 0, six zéros. La moyenne de l'épreuve est 6,41.

Deux copies se détachent nettement ; la première eût été excellente si son auteur avait contrôlé plus sévèrement une intuition puissante ; la seconde révèle également une juste compréhension de la géométrie, mais le bénéfice des simplifications possibles dans les calculs est négligé dans les dernières parties qui finalement ne sont pas résolues. »

Calcul différentiel et intégral (M. GARNIER). — « La composition de calcul différentiel et intégral comportait deux problèmes sur les surfaces réglées : la détermination des surfaces réglées dont une famille de lignes de courbure appartiennent à des sphères concentriques, et la construction d'un couple de surfaces conjuguées dont les génératrices font partie d'un même complexe linéaire. La résolution de ces deux problèmes était proposée comme application de la méthode du trièdre mobile présentée sous forme vectorielle.

L'énoncé invitait les candidats à s'exprimer en langage vectoriel. Or, en général cet appel a été entendu, et l'on doit constater que sur 86 copies remises, 10 à peine n'ont pu s'affranchir des coordonnées cartésiennes par rapport à un repère fixe ; on peut même ajouter qu'en grande majorité les candidats paraissent bien familiarisés avec les notations et les opérations vectorielles.

Malgré cela, les solutions remises sont franchement déficitaires et la moyenne des notes n'atteint pas 4 sur 20 (3,87). Cette faiblesse générale des compositions est due à diverses raisons que nous signalerons rapidement.

I^{er} PROBLÈME : La formation de l'équation différentielle des lignes de courbure est une question classique sur laquelle beaucoup de candidats se sont attardés d'une manière excessive. Cette équation obtenue, la détermination des surfaces demandées exigeait la formation des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un certain polynôme du quatrième degré en u soit identiquement nul. Or cette question ne présentait aucune difficulté véritable : il suffisait d'écrire que l'identité doit être vérifiée en particulier pour $u = -\gamma$, ce qui conduisait très rapidement au résultat. Cependant cette question n'a été traitée que par quatre candidats dont deux seulement ont fourni une solution satisfaisante.

D'ailleurs, même dans le cas où cette discussion n'aurait pu être effectuée, les indications de l'énoncé permettaient de caractériser très simplement les surfaces cherchées : surfaces moulures coniques engendrées par une droite située dans un plan qui roule sans glisser sur un cône, et surface gauche de révolution. Mais les candidats qui ont su reconnaître ces surfaces ne sont qu'un très petit nombre.

II^e PROBLÈME : Le second problème a eu encore moins de succès. La plupart des candidats ne paraissent pas avoir lu l'énoncé qui, pourtant, retraçait d'une manière très explicite la méthode à adopter : il fallait écrire successivement les formules (1) et (2) du texte pour chacune des deux surfaces conjuguées, en affectant les notations des indices 1 ou 2, selon la surface envisagée. Or, parmi les candidats, il en est un grand nombre qui n'ont tiré aucun parti de ces formules : par exemple, pour déterminer le point central, ils ont fait intervenir le plan asymptote, — procédé détourné, et qui ne fournissait pas le paramètre de distribution : pour obtenir cette dernière grandeur, quelques-uns ont utilisé la formule de Chasles — mais sans se préoccuper de l'exactitude du signe.

Quant aux candidats qui ont employé la méthode proposée, beaucoup ont adopté la même lettre τ pour désigner les arcs des indicatrices sphériques des deux réglées ; or, en général, ces arcs n'ont pas la même mesure, et ils doivent être dénotés, suivant le cas, par τ_1 ou τ_2 .

Un peu plus loin, à la question *b*), divers candidats ont exprimé k_3 et a_3 en fonction de ζ_1 , alors que l'emploi de φ_1 , préconisé par l'énoncé, conduisait à des formules plus maniables.

Signalons enfin quelques erreurs graves qui se reproduisent trop fréquemment. Plusieurs candidats sont convaincus que toute ligne de striction d'une réglée est nécessairement une trajectoire orthogonale des génératrices ; d'autres, pour exprimer qu'un vecteur est de longueur constante écrivent que ce vecteur est fixe ; il en est enfin qui admettent implicitement que tout vecteur de la forme $x_1\vec{V}_1 + x_2\vec{V}_2$ où $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ sont des vecteurs-unités et x_1, x_2 des scalaires quelconques, est, lui aussi, un vecteur-unité.

Au point de vue de la distribution des notes, signalons trois excellentes copies qui ont obtenu 20, 18, 15 1/2 ; les 25 copies suivantes s'échelonnent de 10 à 4 1/2. Quant aux autres notes, elles ne dépassent pas 4. »

Mécanique rationnelle (M. PÉRÈS). — « La première partie du problème concernait un système matériel formé de deux solides de révolution traversés par une tige sur laquelle ils peuvent glisser et autour de laquelle ils peuvent tourner.

L'étude du mouvement (I, 1^{re}) pouvait se faire indifféremment en utilisant les théorèmes généraux ou la méthode de Lagrange. Les candidats avaient toute liberté dans le choix des axes et des paramètres, mais les résultats indiqués dans l'énoncé devaient suggérer de prendre l'axe fixe Z parallèle au moment cinétique en I. Ce choix particulier des axes (que les candidats connaissent bien dans une question classique) simplifiait notablement l'analyse, sans être pourtant indispensable.

On proposait ensuite (I, 2^{re}) une question de percussion qui ne présentait aucune difficulté particulière. Enfin on reprenait (I, 3^{re}) l'étude du mouvement du système en modifiant légèrement la nature des forces appliquées ; cette troisième question se développait donc parallèlement à la première, les résultats demandés étant moins immédiats.

Une seconde partie concernait le système formé par un seul solide traversé par une tige qui a un point fixe. Après avoir écrit les équations différentielles du mouvement, les candidats avaient à étudier le cas particulier simple dans lequel le solide ne glisse pas sur la tige. Les résultats obtenus pouvaient être retrouvés par application des théorèmes généraux, lesquels donnaient aussi, bien simplement, les valeurs demandées des réactions.

84 compositions ont été remises et, si l'on met à part une copie tout à fait excellente, qui a mérité 19,5 et une copie blanche, les notes s'échelonnent assez régulièrement par groupes de deux, trois ou quatre, de demi-point en demi-point entre 15 et 1. Elles tendent à se serrer un peu vers le

bas de l'échelle. La moyenne générale est relativement élevée, puisqu'elle atteint presque 6,65.

L'impression d'ensemble reste pourtant assez terne et il apparaît que bon nombre de candidats n'ont pas tiré parti, comme ils eussent dû le faire, de leurs connaissances. Les erreurs que pouvait éviter un peu d'attention sont nombreuses, et il en est de grossières : termes omis dans le calcul d'une force vive, valeurs erronées des composantes de la rotation d'un solide, confusions dans les paramètres. De telles défaillances ne s'expliquent guère dans une question qui restait d'un bout à l'autre assez simple et qui n'excédait nulle part les forces d'un candidat moyen.

Nous noterons enfin, dans un certain nombre de copies, une fâcheuse facilité à se satisfaire d'une mise en équation incomplète. Il en est ainsi pour la question (I, 2^e) concernant la détermination du nouvel état des vitesses. Mais le défaut est apparu surtout dans la question II. Quelques concurrents, ayant écrit correctement les équations générales, négligèrent de les utiliser *toutes* pour caractériser les mouvements particuliers avec u constant. Ils aboutirent ainsi sans effort à une fort belle équation différentielle pour déterminer la variation d'un paramètre qui par malheur restait constant. De plus, ils compliquèrent singulièrement leur tâche pour le calcul des réactions. »

Epreuves orales (1)

Les leçons de mathématiques élémentaires avaient été préparées avec soin : huit notes seulement sont inférieures à 13, une seule au-dessous de 8 et la moyenne dépasse 13. On pourrait croire, d'après cela, que la critique est presque sans objet sur ce terrain. On trouve cependant à glaner un peu partout : certaines de ces trouvailles ne sont pas nouvelles : à cause de leur répétition, il importe de les signaler aux futurs professeurs et même à des maîtres en exercice.

Dans l'étude des méthodes de transformation, les propriétés *caractéristiques* ne sont pas suffisamment dégagées. Le parallélisme des droites homologues et des plans homologues dans l'homothétie, la relation de position de deux couples ou de trois couples de points homologues dans l'inversion, devraient être signalés avec leur réciprocity ; la translation et la symétrie par rapport à une droite ou un plan apparaîtraient alors naturellement comme des cas limites.

C'est maintenant une faute de goût que de définir la polaire d'un point par rapport à un cercle sans passer préalablement par la définition des points conjugués et par l'extension au cas où la droite qui les porte ne coupe pas le cercle ; c'est une maladresse que d'aller chercher des raisons compliquées à l'égalité des deux faisceaux de droites, constitués par les diamètres d'un cercle, issus des différents points d'une droite, et par les polaires de ces points par rapport au cercle.

(1) La liste des leçons faites par les admissibles en 1931 peut être demandée en communication au Bureau (joindre 1 fr. en timbres-poste pour frais d'envoi).

Suivant une habitude lointaine, on définit les trièdres supplémentaires *a priori*. Il y a mieux à faire. Tout dogmatisme disparaîtrait si l'on cherchait à simplifier la détermination des dièdres d'un trièdre, qui semble exiger le tracé des six côtés de trois rectilignes, alors que la détermination des faces n'exige que la figuration des trois arêtes. On serait ainsi amené à substituer au rectiligne d'un dièdre un angle supplémentaire. La dénomination de trièdre supplémentaire d'un trièdre donné serait la conséquence de propriétés établies au préalable. Les questions de sens et de réciprocité se présenteraient tout naturellement.

Trop *d'a priori* encore dans l'étude des cas d'égalité ou de symétrie des trièdres, (comme des cas d'égalité des triangles dans le plan), où l'importance du sens devrait résulter des essais de superposition.

Affirmer que tout point d'un segment MM' , dont les extrémités sont sur une hyperbole, est à l'intérieur de cette courbe, est évidemment un lapsus ; il est de ceux qu'on devrait s'interdire. On peut en dire autant du suivant : « il y a autant de polygones réguliers de n côtés que de diviseurs premiers de n . »

Le mot *enveloppe* ne devrait pas être employé, dans une leçon de mathématiques élémentaires, sans une définition précise.

Dans la leçon sur le moment d'une force par rapport à un point, les propriétés de cet élément nouveau permettent d'établir simplement et clairement le théorème de Varignon et la relation entre les moments par rapport à deux points : on n'en tire pas toujours un parti suffisant.

Les propriétés du p. g. c. d. et du p. p. m. c. de plusieurs nombres, sont des conséquences immédiates de leur construction au départ des décompositions en facteurs premiers : omettre de les signaler, à cette occasion, appelle une sanction.

Un nombre entier carré parfait est caractérisé par un nombre impair de diviseurs. Il n'est pas interdit d'y trouver une application de la formule qui donne le nombre des diviseurs d'un nombre ; mais il conviendrait de ne pas en exagérer la portée, car cette proposition peut être révélée à des élèves de sixième par une voie bien plus rapide et plus naturelle.

Le leçon sur les fractions présente des difficultés qui restent ignorées : démontrer que $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ est un quotient de la division de $\frac{a}{b}$ par $\frac{c}{d}$, ne suffit pas à établir que c'est le quotient.

Une leçon sur les progressions, qui ne tient aucun compte de la réversibilité, est une leçon compliquée et incomplète.

Un candidat traitant des problèmes du 1^{er} degré, avait pris un exemple conduisant à l'équation $\frac{a+x}{b+x} = \frac{b}{a}$: « écartons le cas de $x = -b$, ce qui permet de chasser le dénominateur », dit-il. Un peu de réflexion lui eût montré qu'en écrivant la fraction $\frac{a+x}{b+x}$, il avait supposé implicitement que $b+x$ n'est pas nul. Ce genre de fautes a la vie dure.

Les transformations effectuées *a priori* sur la fonction homographique $\frac{ax+b}{a'x+b'}$, pour en ramener l'étude à celle de formes plus simples, restent mystérieuses pour les élèves de première, dont la mémoire est soumise à une épreuve assez rude ; un simple souci de réalisme les justifie de façon inoubliable. Non seulement la fonction n'est pas définie pour $x = -\frac{b'}{a'}$, mais elle est pratiquement *mal définie* pour de grandes valeurs absolues de la variable, comme les fractions arithmétiques dont les termes sont de grands nombres. Cela conduit à réduire le numérateur et le dénominateur au moyen d'un grand diviseur, x dans l'espèce, et à découvrir la valeur asymptotique $\frac{a}{a'}$. Le désir de voir comment la fonction tend vers sa limite, amène la formation de $\frac{ax+b}{a'x+b'} - \frac{a}{a'}$, et tout le reste s'en suit.

La même idée appliquée à la fraction rationnelle $\frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$ conduit à la recherche de l'asymptote parallèle à ox , de la position de la courbe figurative par rapport à cette asymptote, et du point de rencontre — lorsqu'il existe — de cette courbe et de l'asymptote. De là résulte un changement de variable et de fonction qui permet une étude et une classification de formes générales, ou qui met en évidence une symétrie accidentelle.

A cette occasion, l'intersection du graphique et d'une parallèle à l'asymptote précitée rend des services trop peu utilisés.

La mise en équation de problèmes du second degré suscite des questions d'équivalence dont l'étude n'est pas assez poussée. Il faudrait faire saillir nettement, *au fur et à mesure* de leur apparition, les restrictions qu'imposent la validité des formules employées, la traduction d'un énoncé géométrique par une équation algébrique, la substitution d'une équation à une autre. Faute de s'astreindre à ces précautions, on se laisse aller parfois à des développements prématurés, qui empêchent l'apparition de faits importants. De ce point de vue, les problèmes de géométrie qui conduisent à des équations irrationnelles, sont encore trop souvent maltraités.

En trigonométrie, la résolution de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$, à l'aide de l'inconnue auxiliaire $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$, a présenté une lacune importante. Les formules de substitution supposent que t a une valeur finie. Dans le cas contraire, $\sin x$ est nul et $\cos x$ vaut -1 , de sorte que les solutions de la forme $(2k + 1)\pi$ sont écartées par ce procédé et risquent de passer inaperçues. Il y a là une belle occasion de montrer l'intérêt des racines infinies.

L'étude des relations fondamentales, entre les six éléments principaux d'un triangle, appelle une mise au point. On produit habituellement trois groupes de trois relations, sans expliquer pourquoi on n'en donne pas d'autres. Or, deux de ces groupes comportent une formule à 3 éléments et

5 formules à 4 éléments. En outre, sous certaines réserves, tout système de 6 éléments, satisfaisant à l'un des deux groupes en question, convient à un triangle. Il y a là deux caractères qui justifient la qualification de fondamentales. L'un de ces caractères n'appartient pas au 3^e groupe : chaque formule contient 5 éléments et la connaissance de 4 d'entre eux est nécessaire pour en tirer un nouveau.

On démontre aisément que les seules relations à 3 ou 4 éléments sont celles des deux premiers groupes et on conçoit que les relations à 5 éléments soient en nombre illimité. Le 3^e groupe ne devrait donc pas être mis sur le même plan que les deux autres. En fait, ce 3^e groupe se présente dans une étude algébrique de l'équivalence des deux premiers ; cette étude est intéressante, mais elle ne s'impose pas logiquement, car l'équivalence résulte de l'existence d'un triangle qui a pour éléments un système de solutions de l'un d'eux.

Pour qu'on ne se méprenne pas sur l'abondance de ces observations, il convient de signaler les notes obtenues au haut de l'échelle : un 19, un 17, quatre 16, deux 15, cinq 14 et huit 13. La leçon qui a obtenu la note 19 portait sur un sujet banal en apparence : le candidat à qui elle est échue en a fait un petit chef-d'œuvre dont le naturel et la logique avaient de quoi satisfaire les plus exigeants.

Les leçons de mathématiques spéciales sont un peu moins bonnes que les précédentes, et 13 notes sont inférieures à 13, deux descendant au-dessous de huit ; la moyenne est exactement 12. Les bonnes notes sont ainsi réparties : un 18, un 17, deux 16, trois 15, quatre 14 et cinq 13.

Sur ce terrain encore, les fautes relevées ne sont pas nouvelles. Il n'y a pas lieu d'en faire une analyse aussi poussée. Ceux qui sont destinés normalement à l'enseignement des mathématiques spéciales ne les ont guère commises ; leur eussent-elles échappé qu'ils n'y retomberaient pas, l'auditoire qui les attend étant généralement de taille à ne pas laisser passer une récidive. C'est donc plutôt aux candidats que s'adressent les remarques suivantes.

Dans la leçon sur les déterminants, il ne faudrait pas employer indifféremment les mots *éléments* et *termes* : c'est une source de confusion.

Le dogmatisme devrait être complètement écarté de la décomposition des fractions rationnelles en éléments simples. Il faudrait insister tout d'abord sur l'ordre de multiplicité d'un pôle et la forme des éléments simples correspondants ; l'unicité de la décomposition en serait facilitée, les procédés de recherche de ces éléments par division, différenciation, identification en résulteraient de suite.

On s'étonne, à propos des séries entières, de rencontrer encore des propositions de ce genre : « en dehors de l'intervalle de convergence ($-R, +R$), la valeur absolue du terme général $a_n x^n$ augmente indéfiniment... » ; « $\frac{x^n + 1}{a_n}$ tend vers $\frac{1}{R}$... » Ces assertions n'ont pas de base logique, et il est facile de former des exemples qui en montrent l'inanité.

Dans la leçon sur les fonctions symétriques entières, à propos du calcul élémentaire habituel, une confusion paraît s'établir entre les fonctions symétriques homogènes et les fonctions $\sum_{x_1, x_2, \dots, x_p} z_1^{x_1} z_2^{x_2} \dots z_p^{x_p}$ caractérisées par les exposants $x_1, x_2, \dots, x_p$; ce sont ces dernières qui servent de base au calcul précité. Il ne faut pas dire qu'une fonction entière par rapport aux quotients $\frac{A_1}{A_0}, \frac{A_2}{A_0}, \dots$ est entière par rapport aux coefficients $A_0, A_1, A_2, \dots$

La variation des fonctions, qui semblait un sujet de choix, il y a quelques années, est devenue l'occasion de fautes et de confusions sévèrement taxées par le Jury. Les définitions sont imprécises ou même inopérantes; on confond la croissance dans un intervalle avec la croissance en un point, on prétend qu'une fonction qui a une infinité de zéros dans un intervalle y est constamment nulle, etc. La réaction contre la rigueur du passé est l'origine d'erreurs qui montrent, à n'en pas douter, que le candidat ne domine pas la question.

La construction des courbes planes, définies sous forme paramétrique, est généralement bien présentée; mais la liaison entre des tableaux de discussion bien faits et le tracé est souvent incomplète. Il serait bon de reporter, sur les branches du graphique, au fur et à mesure de leur production, les valeurs correspondantes du paramètre et d'indiquer par une flèche le sens dans lequel il varie. La réunion de ces branches en serait grandement facilitée.

L'importance du signe de z , pour le tracé des courbes en coordonnées polaires, est sous-estimée, en particulier au voisinage du pôle et à l'infini.

Il y aurait beaucoup à dire sur les lieux géométriques et les enveloppes dans le plan. La définition *a priori* d'un lieu géométrique, par l'intersection de deux faisceaux de courbes dépendant d'un même paramètre, est bien conventionnelle; ce n'est pas ainsi qu'un lieu se présente. Le retour à la définition naturelle faciliterait la limitation des valeurs du paramètre et l'explication des lieux singuliers.

D'une façon générale, la liaison entre les opérations algébriques et la géométrie est insuffisante. L'étude des cubiques planes dont les points à l'infini ne sont pas distincts en donne un exemple frappant. L'intersection de telles courbes avec une droite quelconque, menée par un de leurs points à l'infini, est ramenée à celle de la droite et d'une conique ou d'une droite, suivant que le point à l'infini considéré est simple ou double; cette interprétation si simple facilite singulièrement la discussion.

La leçon sur le plan tangent et l'application à des surfaces simples appelle plusieurs observations.

L'équation du plan tangent à une surface réglée, en un point (x, y, z) de la génératrice définie par les équations $x = az + p, y = bz + q$, s'écrit d'habitude au moyen d'un déterminant. Le développement brutal de ce symbole donne une relation compliquée, dont le caractère linéaire, par rapport à z , apparaît seul. Une combinaison de deux rangées parallèles, sans autre but que la simplification du déterminant, le met sans peine sous la

forme $(a'z + p')P + (b'z + q')Q$, où les fonctions linéaires P, Q des coordonnées courantes, sont indépendantes et ne contiennent que les coefficients a, b, p, q . La correspondance homographique d'un plan tangent et de son point de contact, lorsque celui-ci se déplace sur une génératrice, en résulte de suite ; la correspondance est singulière si les deux formes $a'z + p', b'z + q'$ sont dépendantes et on caractérise immédiatement les surfaces développables.

Pour établir qu'une surface S dont les plans tangents sont parallèles à une direction fixe est un cylindre, on prend habituellement l'axe oz parallèle à cette direction. Si $f(x, y, z) = 0$ est alors l'équation de S , on remarque que f_z est nul en tous les points de la surface. En conclure sans plus que f ne dépend pas de z est quelque peu aventuré.

Une remarque analogue s'impose pour les surfaces dont les plans tangents passent par un point fixe. On peut résoudre cette difficulté de diverses façons ; l'une des plus simples revient à caractériser l'intersection de la surface avec un plan parallèle à la direction fixe ou passant par le point fixe.

Dans l'étude du changement du système de comparaison, en cinématique, on utilise souvent un raisonnement géométrique dont la rigueur est contestable ; il ne faudrait pas donner l'impression qu'on est convaincu du contraire. Il ne devrait pas être nécessaire d'ajouter qu'à cette occasion l'application *correcte* de la méthode de Roberval est recommandée.

Deux lacunes reparaissent régulièrement dans l'étude des trajectoires d'un point matériel soumis à l'attraction newtonienne. L'une concerne l'observation du sens positif choisi sur le rayon vecteur ; l'autre est relative à l'emploi de deux intégrales premières des équations de la dynamique : cette substitution des unes aux autres devrait être justifiée.

En géométrie descriptive, les leçons sont satisfaisantes du point de vue géométrique ; mais elles pèchent par l'exécution des épures au tableau.

Epreuves pratiques

Épure de géométrie descriptive (M. HENNEQUIN). — « Les candidats devaient d'abord déterminer la méridienne principale d'une surface de révolution Σ , engendrée par une parabole P tournant autour d'un axe vertical passant par le foyer de la projection horizontale de P . La méridienne est décomposée en deux coniques puisqu'elle a quatre points doubles ainsi que le montre la recherche des points sur l'axe, qui sont alors deux points doubles : dans le cas actuel les deux coniques sont des paraboles. Des 29 candidats qui ont composé, 11 ont remarqué cette décomposition, mais n'en ont pas toujours donné des raisons exactes ; l'un d'eux a invoqué la projection orthogonale de l'axe sur le plan de P , confondue, d'après lui, avec l'axe de P , sans voir la différence entre une quadrique de révolution et une surface à méridienne décomposée en deux coniques. Les deux paraboles, bien définies par la direction de leur axe, à 45° sur la ligne de terre, les tangentes verticale et horizontale avec leur point de contact, n'ont pas

été, en général, très exactement construites. Un tracé précis de la méridienne, en utilisant points et tangentes remarquables a permis de poursuivre heureusement l'épure à plusieurs de ceux qui n'avaient pas vu la décomposition de la méridienne.

La construction de l'intersection de Σ avec un cylindre à génératrices horizontales passant par P constituait la deuxième partie de l'épure. Cette intersection comprend la parabole P, sa symétrique P_1 par rapport au plan méridien perpendiculaire aux génératrices du cylindre et une biquadratique Γ dont la projection horizontale peut se tracer uniquement à partir de la projection p de P. Γ rencontre P et P_1 en deux points du plan horizontal tangent à P ; les deux indicatrices de Dupin de Σ et du cylindre en ces points sont des couples de droites parallèles et, de la tangente à la parabole, on déduit immédiatement la tangente à Γ , qui est de bout en l'un des points. Cette tangente de bout créait une difficulté en projection frontale ; le théorème de Meusnier ne donnait pas, dans le cas actuel, la tangente de rebroussement, mais on pouvait utiliser la quadrique passant par Γ et par la tangente de bout : la tangente de rebroussement était la projection frontale de la deuxième génératrice de la quadrique au point considéré. Aucun candidat ne s'est soucié d'élucider la question. La détermination des points remarquables des courbes et, en particulier, des points sur les contours apparents, si importants pour la représentation, est souvent négligée.

Trois épreuves seulement représentent exactement le solide demandé.

Il semble cependant qu'il y ait un progrès sur l'année précédente ; les épreuves sont en général soignées. Les notes obtenues sont : un 17, un 16, un 15, deux 14, deux 13, trois 12, un 11, trois 10, deux 9, deux 8, deux 7 ; trois 6, un 5, trois 3, un 2, un 1. La moyenne est 9. »

Calcul numérique (M. PÈRES). — « La première question comportait le développement en série et le calcul d'une intégrale définie. Elle a été traitée convenablement, sauf dans une dizaine de copies. La seconde question (application, d'ailleurs simple, de la méthode de Newton) a été en général assez bonne, de sorte que trois copies seulement ont été cotées au-dessous de 6, avec les notes 5, 4 et 2. Sept notes vont de 6 à 8, huit de 10 à 14 et nous avons pu attribuer quatre fois la note 15, trois fois les notes 16 et 17, une fois la note 18. Les résultats de l'épreuve sont donc satisfaisants.

On note pourtant des longueurs et des maladroites même dans des copies qui, par ailleurs, montrent de réelles qualités et qui sont très satisfaisantes quant aux résultats. Les candidats doivent se convaincre qu'avant de feuilleter fiévreusement la table de logarithmes, il n'est pas inutile de réfléchir un instant, pour atteindre le but par la voie la plus droite. »

Dans l'ensemble, les épreuves d'admission se sont révélées assez bonnes pour que le Jury proposât à M. le Ministre la nomination de 19 agrégés au lieu des 17 prévus. Ils se répartissent de la façon suivante :

11 élèves sortants de l'Ecole Normale Supérieure et parmi eux les
8 premiers ;

1 boursier d'agrégation ;

1 candidat venu de l'enseignement primaire ;

1 professeur de collège ;

5 professeurs, délégués de collège ou de lycée.

Celui qui se classe premier est comparable aux meilleurs et sa moyenne (18 sur 20) ne paraît pas avoir jamais été dépassée.

Le second n'a rien à envier aux premiers des concours habituels et les notes de plusieurs autres les qualifient pour des chaires importantes de l'enseignement secondaire : on doit souhaiter qu'ils ne les postulent pas trop tard.

L'Inspecteur général, président du Jury,

E. BLUTEL.
