
DEUXIÈME PARTIE

Unification des définitions de mots et des notations mathématiques (suite)

36. À propos des expressions « égalité » et « équivalence »

I. — Les nombres entiers sont représentés par des collections. Deux nombres a, b sont *égaux* lorsque les objets de l'une des collections correspondent exactement aux objets de l'autre ; on écrit $a = b$.

Les nombres fractionnaires sont représentés par des grandeurs ; on définit l'égalité (et l'inégalité) de deux grandeurs. Deux nombres fractionnaires sont *égaux* (ou *inégaux*) lorsque les grandeurs qui les représentent sont égales (ou inégales) ; on écrit $a = b$ (ou $a > b, b < a$) ;

par exemple $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$. Si les deux nombres ont le même numérateur et le même dénominateur, ils sont *identiques*. Ex. : si deux fractions irréductibles sont égales, elles sont identiques. Il n'y a pas de fractions équivalentes.

Les nombres algébriques sont représentés par les points d'un axe. Deux nombres algébriques a, b sont *égaux* lorsqu'ils ont le même point représentatif ; on écrit $a = b$.

II. — Deux expressions A, B sont *égales* lorsqu'elles ont des valeurs numériques égales pour tous les systèmes de nombres attribués aux

lettres ; on écrit $A = B$. Ex. : $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$. Si deux polynômes ordonnés de la même manière sont égaux, ils sont *identiques*. Il n'y a pas d'expressions équivalentes.

III. — Deux égalités sont *équivalentes* lorsque chacune est la conséquence de l'autre. Ex. : les deux proportions $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ sont équivalentes. Même définition pour les inégalités.

Une équation (ou inéquation) est une égalité (ou inégalité) entre les valeurs numériques de deux expressions A, B données d'une manière quelconque. Résoudre l'équation (ou l'inéquation), c'est trouver toutes ses solutions.

Si j'écris l'équation $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$ où x est l'inconnue, je pose un problème dont la solution est $x =$ arbitraire. Si j'écris l'inéquation $(x + a)(x - a) > x^2 - a^2$, je pose un problème qui n'admet pas de solution.

Deux équations (ou inéquations), deux systèmes d'équations (ou d'inéquations) sont *équivalents* lorsqu'ils ont exactement les mêmes solutions.

Il y a une notation ($=$) pour exprimer l'égalité ; il n'y a pas de notation pour exprimer l'équivalence de deux égalités.

C. GROS,

Professeur au Lycée Condorcet.

37. « Superposition » et « Opposition »

La translation et la rotation autour d'une droite font correspondre une figure F' à une figure F ; les deux figures sont superposables par éléments homologues.

La symétrie pour un point et la symétrie pour un plan font correspondre une figure F' à une figure F . Si la figure F est plane, les deux figures sont superposables par éléments homologues. Si la figure F n'est pas plane, les deux figures ne sont pas superposables par éléments homologues, quoique tous leurs éléments plans homologues soient superposables. On explique ce résultat quand on introduit une notion nouvelle, celle du sens des figures dans l'espace orienté. Pour un observateur, il y a deux sens opposés, celui de droite-gauche et celui de gauche-droite. De même que l'Algèbre appelle *opposés* deux nombres qui ont la même valeur absolue et des signes opposés ; de même, la Géométrie peut appeler *opposées* deux figures qui ont les mêmes éléments plans et des sens opposés.

On ne peut changer le sens général du mot « symétrie » et on doit le réserver à la symétrie pour un plan et, par suite, à la symétrie pour un point. Mais, on peut le supprimer dans la symétrie pour une droite, puisque celle-ci est une rotation particulière ; c'est une *transposition* (demi-tour). On pourra dire : « Deux figures transposées sont égales ; deux figures symétriques sont opposées. »

Dans la superposition de deux figures, l'une peut se placer exactement sur l'autre; dans l'opposition de deux figures, l'une peut se placer en face de l'autre, c'est-à-dire que l'une est égale à la symétrique de l'autre.

Dans le plan, deux figures symétriques pour une droite sont égales (définition générale); elles sont opposées (définition spéciale pour le plan orienté).

C. GROS,

Professeur au Lycée Condorcet.

38. Au sujet des déplacements et symétries

I. — Les déplacements donnent toujours des figures égales.

II. — Espace à 1 dimension (droite) : 2 figures symétriques par rapport à un point sont formées d'éléments de même longueur mais ne sont pas superposables (ex. : vecteurs opposés); nous les appellerons figures opposées.

Espace à 2 dimensions (plan) : Les figures opposées de l'espace à 1 dimension deviennent égales, elles peuvent coïncider par rotation autour du centre de symétrie. 2 figures symétriques par rapport à une droite, sont formées d'éléments de même longueur, mais ne sont pas superposables; nous les appellerons figures opposées.

Espace à 3 dimensions : Les figures opposées de l'espace à 2 dimensions deviennent égales, elles peuvent coïncider par rotation autour de l'axe de symétrie. 2 figures symétriques par rapport à un plan, sont formées d'éléments de même longueur, mais ne sont pas superposables; nous les appellerons figures opposées.

III. — En résumé, nous appellerons opposition dans un espace à n dimensions la transformation résultant d'une symétrie par rapport à un espace à $(n-1)$ dimensions, suivie d'un déplacement. Cette transformation étant d'ailleurs un déplacement de l'espace à $(n+1)$ dimensions.

IV. — Nous conservons les expressions « symétrie par rapport à 1 point, 1 droite, 1 plan »; nous avons les énoncés : Dans un espace à n dimensions 2 figures symétriques par rapport à 1 espace à $n-2p$ dimensions sont égales; 2 figures symétriques par rapport à 1 espace à $n-2p-1$ dimensions sont opposées (0 dimension = 1 point).

V. — Nous remplaçons angles opposés par le sommet, dièdres opposés par l'arête, par angles symétriques par rapport à leur sommet, dièdres symétriques par rapport à leur arête.

VI. — Quelques énoncés : Dans le plan orienté, 2 angles opposés, 2 triangles opposés, ont des mesures opposées. Dans l'espace orienté 2 tétraèdres opposés ont des volumes opposés.

Le produit de 2 déplacements est un déplacement.

Le produit de 2 oppositions est un déplacement.

Le produit d'une opposition et d'un déplacement est une opposition.

VII. — Plan : Cas d'égalité ou d'opposition des triangles.
Espace: Cas d'égalité ou d'opposition des trièdres.

M. PICARDAT.

Professeur au Lycée Condoiscel.

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT (*personnel intéressé*). — 41.934

**Communication de la Direction générale
de l'Instruction publique, des Beaux-Arts,
et des Antiquités au Maroc**

Postes vacants au Maroc :

Des emplois de professeurs, agrégés, licenciés ou certifiés (enseignement secondaire ou enseignement primaire supérieur) seront vacants ou créés au Maroc au 1^{er} octobre 1931. Les professeurs qui songeraient à les demander feront bien de se renseigner en temps utile auprès de la *Direction générale de l'Instruction publique, des Beaux-Arts et des Antiquités*, à RABAT. Toute demande de détachement qui parvient au Ministère de l'Instruction publique après le 1^{er} juillet se heurte à de sérieuses difficultés.

Les situations marocaines sont les situations françaises majorées de 50 %. Les indemnités françaises non soumises à retenue ne bénéficient d'aucune majoration. L'indemnité d'agrégation est majorée de 100 %. Les fonctionnaires recrutés en France ont droit à une indemnité d'installation et au remboursement des frais de voyage pour eux et pour leur famille.

Au sujet des déplacements et symétries

Erratum au Bulletin n° 66

à découper suivant les pointillés et à coller, page 35, à la place des alinéas III et IV qui avaient été publiés sous une forme inexacte à la suite d'un malentendu.

.....
III. — Quant à la SYMÉTRIE PAR RAPPORT A UN POINT dans l'espace, qui est, au fond, une homothétie négative particulière, il suffirait de lui conserver son appellation actuelle, qui ne prêterait plus à confusion avec les transformations précédentes.

IV. — Les énoncés des propriétés usuelles deviendraient donc :

Le produit d'une inversion plane et d'une symétrie est un déplacement.

Le produit de deux symétries est une translation double de celle qui amène le premier centre sur le second.

A. CATELLA,
Professeur au Lycée Ampère, à Lyon.

.....