

## DEUXIÈME PARTIE

### Quatre lignes des Instructions

Plusieurs constatations de même ordre, au cours d'inspections récentes, m'ont décidé à écrire cet article. Il me suffira de me reporter à ma visite dans une classe de Première assez nombreuse.

A mon arrivée, le professeur indiquait la marche à suivre pour comparer deux nombres donnés  $\alpha$  et  $\beta$  aux racines  $x_1, x_2$ , de l'équation du second degré  $f(x) \equiv ax^2 + bx + c = 0$ , dont les coefficients dépendent d'un paramètre  $m$ . Le problème était posé sans l'ombre de dogmatisme, conformément aux Instructions.

On avait déjà étudié le cas où le produit  $f(\alpha)f(\beta)$  est négatif et conclu comme il convenait. Le maître associait les élèves à ses développements et réalisait la classe active avec beaucoup d'aisance. Le brouhaha des réponses collectives ne le gênait pas. Le cas où  $f(\alpha)f(\beta)$  est positif fut naturellement ramené à deux autres et l'hypothèse  $af(\alpha) < 0$  écartée après un examen rapide.

Restait le cas où  $af(\alpha)$  et  $af(\beta)$  sont positifs. L'existence des racines étant assurée par la condition  $\Delta > 0$ , et les trois dispositions possibles des deux couples  $(\alpha, \beta)$ ,  $(x_1, x_2)$  inventoriées, il n'y avait plus qu'à comparer  $\alpha$  et  $\beta$  séparément à un nombre compris entre  $x_1$  et  $x_2$ , par exemple à  $\frac{S}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ , à défaut de plus simple.

L'application à un problème particulier allait éclairer cette théorie quelque peu abstraite.

« Soit  $f(x) \equiv (2m - 1)x^2 - (m - 3)x + 3m - 5 = 0$ , par exemple » dit le maître. Ce « par exemple » indiquait que le problème n'était pas préparé dans le détail et sa généralité laissait espérer une discussion intéressante « Proposons-nous de comparer  $-2$  et  $1$  aux racines

$x_1, x_2$  », ajouta-t-il. Après avoir constaté que  $f(-2)$  et  $f(1)$  valent respectivement  $13m - 15$  et  $4m - 3$ , et que le produit  $f(-2)f(1)$  reste négatif quand  $m$  varie de  $\frac{3}{4}$  à  $\frac{15}{13}$ , le maître demanda de trouver les valeurs de  $m$  telles que l'on ait  $-2 < x_1 < x_2 < 1$ .

Cette limitation du problème, bien qu'assez peu logique, était prudente, les élèves n'étant pas encore exercés. La condition d'existence des racines étant ramenée à  $-\Delta = 23m^2 - 46m + 11 \leq 0$  (1), je demandai si l'on pouvait affirmer l'existence des racines de  $\Delta$ , en utilisant uniquement les résultats obtenus. Les élèves constatèrent sans succès que les coefficients  $a$  et  $c$  de ce nouveau trinôme ont le même signe. J'eus l'impression d'un embarras général et je remplaçai cette question par la suivante : peut-on affirmer qu'il y ait des valeurs de  $m$  vérifiant l'inégalité (1) ?

Nouvel embarras que je dissipai en demandant ce qui se passe quand  $m$  prend l'une des valeurs  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{15}{13}$  ou même  $\frac{1}{2}$ . J'aurais pu aussi bien proposer  $\frac{5}{3}$ . Ce point éclairci, et ce ne fut pas sans quelque peine,

on constata que  $\Delta$  est  $> 0$  quand  $m$  varie de  $\frac{23 - \sqrt{276}}{23}$  à  $\frac{23 + \sqrt{276}}{23}$ , soit de  $m_1$ , à  $m_2$ , nombres qui n'offrent rien de simple.

Le moment était venu de classer  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{15}{13}$ , nombres déjà rencontrés, par rapport à  $m_1$  et  $m_2$ . Quelques élèves proposèrent de calculer des valeurs approchées de  $m_1$  et  $m_2$  ; des objections visant le peu d'agrément des calculs les en dissuadèrent vite et le maître demanda de substituer  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{15}{13}$  dans  $\Delta$ .

Je l'attendais là pour prendre la direction de l'exercice en demandant si le classement désiré pouvait s'obtenir sans calculs, à la simple lumière des résultats antérieurs. J'eus encore quelque peine à faire

constater que l'équation qui correspond à  $m = \frac{3}{4}$  admet des racines,

puisque'elle a la racine 1, et par suite que  $\frac{3}{4}$  est compris entre  $m_1$  et  $m_2$ .

La même raison s'applique aux valeurs  $\frac{15}{13}$  et  $\frac{5}{3}$  du paramètre ; il faut

la modifier un peu pour la valeur  $\frac{1}{2}$ .

Lorsque je reçus le professeur en particulier, je lui fis compliment de sa maîtrise à diriger une classe ; mais je le renvoyai à cette phrase des Instructions, qui a prévu son cas :

« Les valeurs limites du paramètre dont dépendent les coefficients de l'équation soumise à discussion devraient toujours être classées en tenant

*compte de leur origine ; on éviterait des calculs parfois pénibles, souvent inutiles ».*

Il est à peine besoin de faire remarquer que ces considérations ne s'appliquent pas en général aux valeurs du paramètre qui font acquies-  
sir à  $\frac{S}{2}$  une valeur déterminée et qui ne subsistent pas au tableau de discussion définitif.

E. BLUTEL.

---