Unification de définitions de mots et des notations mathématiques *(suite)*

33. Au sujet des déplacements et symétries

I. NOTATIONS DE DARBOUX (Note à la *Cinématique*, de M. KŒNIGS), (Gauthier Villain, éditeur, Paris 1895).

Une rotation de 2^D autour d'une droite est appelée *Renversement*.

La symétrie par rapport à un plan est appelée *Inversion plane*.

II. NOTATIONS DE M. BRICARD (*Cinématique et Mécanismes*, A. Colin, éditeur, Paris 1921).

Déplacement, toute opération qui fait passer un corps solide d'une position à une autre.

1° Dans le plan.

« Un déplacement peut être considéré comme une transformation ponctuelle faisant passer d'une figure à une figure directement égale ».

« On appelle *retournement* l'opération qui fait passer d'une figure à une figure inversement égale ».

Translation.

Rotation.

Symétrie (par rapport à une droite).

2° Dans l'espace.

Translation.

Rotation (autour d'une droite).

Renversement (rotation dont l'angle est égal à π).

Déplacement hélicoïdal.

Inversion plane (la symétrie par rapport à un plan).

Il ne semble pas que la symétrie par rapport à un point soit envisagée.

III. NOTATIONS DE M. BOUASSE (Cristallographie géométrique, Delagrave, éditeur).

Opérations de 1re espèce :

1° *Translation*.

2° *Rotation* (autour d'un axe) d'un angle $2\pi : n$; pour $n = 2$, *transposition*.

3° Rotation suivie d'une translation, ou opération inverse ; axe hélicoïdal.

Opérations de 2e espèce :

1° *Réflexion* (symétrie par rapport à un plan) ; un point donne son *image*. « Miroir ».

2° *Inversion* (symétrie par rapport à un point) ; un point donne son *inverse*. « Centre ».

3° Réflexion suivie d'une translation.

Figures *congruentes* (identiques à la position près) ;

Figures *énantiomorphes* (l'une est superposable à une symétrique de l'autre).

IV. Extrait de la « Géométrie » de Legendre (12e éd., 1823, note I et Livre V, 23).

« Il est nécessaire de distinguer dans les solides et les surfaces courbes deux sortes d'égalité qui sont différentes. En effet, deux solides, deux angles solides, deux triangles ou polygones sphériques, peuvent être égaux dans toutes leurs parties constituantes, sans néanmoins coïncider par superposition. Il ne paraît pas que cette observation ait été faite dans les livres d'éléments ; et cependant, faute d'y avoir égard, certaines démonstrations fondées sur la coïncidence des figures ne sont pas exactes............ Nous avons donc cru devoir donner un nom particulier à cette égalité qui n'entraîne pas la coïncidence ; nous l'avons appelée *égalité par symmétrie* (sic) ; et les figures qui sont dans ce cas, nous les appelons figures *symmétriques*.

« Ainsi les dénominations de figures *égales*, figures *symmétriques*, se rapportent à des choses différentes, et ne doivent pas être confondues en une seule dénomination.

..... « Ainsi deux angles solides qui sont formés par triangles plans égaux chacun à chacun, mais disposés dans un ordre inverse, s'appelleront *angles égaux par symétrie*, ou simplement *angles symétriques* ».

Ces quelques lignes semblent montrer qu'à l'origine, le mot symétrie était employé absolument, et non « par rapport à » quelque chose.

On trouve bien dans Legendre (Livre VI) la définition :

« J'appellerai *polyèdres symétriques* deux polyèdres qui, ayant une base commune, sont construits semblablement, l'un au-dessus du plan de cette base, l'autre au-dessous, avec cette condition que les sommets des angles solides homologues soient situés à égales distances du plan de la base, sur une même perpendiculaire à ce plan ».

Mais cette définition n'est que provisoire, car Legendre observe un peu plus loin que : « Un polyèdre quelconque ne peut avoir qu'un seul polyèdre symétrique. Car si on construisait sur une autre base un nouveau polyèdre symétrique au polyèdre donné, etc. »

(*Notes communiquées par* M. Dumarqué.)

34. Au sujet des déplacements et symétries

I. Symétrie par rapport a un plan. — Ce n'est pas autre chose qu'une inversion ordinaire, où la sphère d'inversion est remplacée par un plan. Pourquoi ne pas l'appeler, comme d'ailleurs le fait

M. Bricard, une *inversion plane* ? On dira « deux figures inverses par rapport à un plan », « le plan d'inversion d'une figure ». Le produit de deux inversions planes est un déplacement.

Dans le plan, la symétrie par rapport à une droite est également une inversion où le cercle d'inversion est remplacé par l'axe de la symétrie envisagée. En disant « deux figures inverses par rapport à une droite », on dira une chose exacte et on rappellera que le sens des angles est en effet inverse. Une figure telle que le triangle isocèle admettra un axe d'inversion qui est la bissectrice de son angle au sommet.

II. Symétrie par rapport a une droite. — C'est un déplacement. Pourquoi ne pas l'appeler *transposition*, comme le fait M. Hadamard ? C'est le produit de 2 inversions planes rectangulaires. On dira « la sphère admet une infinité d'axes de transpositions ».

Dans le plan, la symétrie par rapport à un point s'appellerait transposition par rapport à ce point. De même que la rotation plane de centre O est identique à la rotation espace, d'axe Oz perpendiculaire au plan. Une figure telle qu'un parallélogramme admet un centre de transposition. On dira « deux figures transposées par rapport au point O ».

III. — Quant à la Symétrie par rapport a un point dans l'espace, c'est une homothétie négative. Pourquoi ne pas l'appeler homothétie unitaire de centre O (ce qui ne peut pas laisser penser à l'homothétie de rapport $+1$, qui est la transformation identique). On dira : « le parallélépipède admet un centre d'homothétie unitaire ».

IV. — Les énoncés des propriétés deviennent fort simples. Exemples : Le produit d'une inversion plane et d'une homothétie unitaire est un déplacement. Le produit de deux homothéties unitaires est une translation double de celle qui amène le 1er centre sur le second. Les figures déduites d'une figure F par une homothétie unitaire ou une inversion plane sont égales, etc.

A. Catella.
Professeur au Lycée Ampère, à Lyon.