

Sur le faisceau harmonique

La démonstration classique de la propriété fondamentale du faisceau harmonique, telle qu'elle se trouve dans la plupart des traités de Géométrie, est alourdie par l'emploi de deux groupes de quatre rapports égaux.

Les observations suivantes, qui ne présentent vraisemblablement rien de nouveau, me semblent constituer un exposé plus intuitif :

1° On vient d'étudier la division harmonique ; on a été conduit à la construction classique des deux points M et N conjugués par rapport aux deux points A et B, en joignant un point O du plan à deux points P et Q pris symétriquement par rapport au point B sur la parallèle menée par le point B à la droite OA.

Le fait que M et N sont conjugués harmoniques par rapport à A et B tient *uniquement* au parallélisme des deux droites OA et PQ et à l'égalité $\overline{BP} = -\overline{BQ}$.

2° Il en sera par suite de même pour toute autre sécante (D) passant par le point B, et coupant OA en A', OM en M', ON en N'. Les quatre points A', M', B et N' forment une division harmonique.

3° Toute sécante parallèle à (D) sera découpée en segments proportionnels aux précédents par les rayons OA, OB, OM et ON.

La propriété est donc établie sans nouvel appareil de calcul et en utilisant simplement l'observation d'une construction antérieure.

L'emploi de deux vecteurs $\overrightarrow{BP} = -k\overrightarrow{BQ}$ permettrait de trouver tout aussi simplement la propriété du faisceau anharmonique.

A. MILLET,

Professeur au Lycée Pasteur.

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT (personnel intéressé). — 40.025