DEUXIÈME PARTIE

Sur le volume du tronc de prisme triangulaire

Voici un exposé, qui n'est sans doute pas nouveau, mais qui peut cependant intéresser certains collègues.

Si l'on déplace deux sommets d'un tétraèdre parallèlement à l'arête qui joint les deux autres sommets, le tétraèdre reste équivalent à lui-même.

Ceci posé, considérons un tétraèdre ABCD. Soient C' et D' les projections des sommets C et D sur le plan perpendiculaire en B à l'arête AB. D'après ce qui précède, les tétraèdres ABCD et ABC'D' sont équivalents ; et comme AB est hauteur dans le tétraèdre ABC'D', le volume V du tétraèdre ABCD a pour expression :

$$V = \frac{AB \times \text{aire } BC'D'}{3}$$

Donc : *Le volume d'un tétraèdre est égal au tiers du produit de l'une de ses arêtes par l'aire du triangle obtenu en le projetant sur un plan perpendiculaire à l'arête considérée.*

(On a ainsi une démonstration de la formule $6V = abh \sin \alpha$ qui n'est qu'un cas particulier de la formule des trois niveaux).

Considérons maintenant un tronc de prisme triangulaire ABCA'B'C'. On peut le décomposer en trois tétraèdres : AA'B'C', BB'AC, CC'AB', qui se projettent sur un plan perpendiculaire aux arêtes latérales AA', BB', CC', suivant une section droite de la surface prismatique, d'où la formule

$$V = \frac{(a + b + c)s}{3}$$

H. Girard.

Professeur au Lycée de Moulins.