
DEUXIÈME PARTIE

Centres d'homothétie et Pôles d'inversion

Un élément d'une figure a, en général, un ensemble de propriétés qui peuvent ne plus coexister dans certains cas particuliers. Il peut être intéressant d'examiner comment se dissocient ces propriétés pour voir comment elles dépendent les unes des autres. Je vais donner un exemple.

Un centre d'homothétie de deux cercles est, en général, un point tel qu'une inversion de puissance convenable, ayant ce point pour pôle, transforme les deux cercles l'un dans l'autre ; on peut dire, pour abréger, que ce point est *pôle d'inversion* des cercles. Mais, si les deux cercles sont tangents, leur point de contact est centre d'homothétie sans être pôle d'inversion ; et, d'autre part, si on considère deux cercles et une droite ces lignes n'ont pas de centre d'homothétie, mais elles ont deux pôles d'inversion, — ou un seul si la droite et le cercle sont tangents.

Si on considère deux cercles fixes et un cercle variable tangent à ceux-ci la droite qui joint les points de contact passe par un des centres d'homothétie ; mais ces points de contact sont *antihomologues*, et la propriété en question n'existe que pour un centre d'homothétie qui n'est pas point de contact des cercles fixes. Autrement dit, si la droite qui joint les points de contact d'un cercle variable avec deux cercles fixes passe par un point fixe, c'est parce que celui-ci est pôle d'inversion.

Et, si au lieu de deux cercles fixes, on a un cercle et une droite, un cercle variable les touche en des points tels que la droite qui les joint passe par un pôle d'inversion du cercle et de la droite considérés.

D'une façon générale : *quand un cercle variable est tangent à deux cercles, — l'un d'eux pouvant dégénérer en une droite — la droite qui joint les points de contact passe par un des pôles d'inversion de la figure considérée.* Car c'est comme pôle d'inversion et non comme centre d'homothétie que le point appartient à la droite joignant deux points de contact.

On peut ajouter que si on avait deux droites, celles-ci étant symétriques par rapport à chacune de leurs bissectrices, et cette symétrie étant un cas limite d'inversion, l'énoncé s'appliquerait encore.

Ch. BUCHE.
