

Sur les alvéoles des abeilles

La forme des alvéoles construites par les abeilles se rattache à un problème déjà signalé maintes fois (1), mais qui pourra peut-être intéresser certains de nos collègues et leur offrir matière à exercices.

I. Soit un prisme hexagonal régulier ayant pour bases $ABCDEF$, $A'B'C'D'E'F'$, pour axe OO' . Soit M un point quelconque sur le prolongement de $O'O$. Faisons passer trois plans par M et par chacun des côtés du triangle équilatéral EAC . Le plan MAC coupe l'arête BB' en un point I que nous supposons placé entre B et B' . Enlevons du prisme le corps $IABC$ et remplaçons-le par le corps équivalent $MAOC$. Faisons de même pour les plans MCE et MCA . Le volume du solide ainsi constitué sera constant, quelle que soit la place de M , puisqu'il est équivalent au volume du prisme primitif.

II. Cherchons la surface totale de ce solide (sans base inférieure), et pour cela posons : $AB = a$, $AA' = l$, $OM = x$.

Cette surface se compose de six trapèzes et de trois losanges; elle vaut :

$$S = 3a(2l - x) + 3a\sqrt{3}\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}.$$

(1) Voir par exemple : BRIOT, *Leçons d'algèbre*, page 232 de la 13^e édition (1891); ROUCHÉ et COMBEROUSSE, *Géométrie*, exercice 664 de la 7^e édition (1900); ROUSE-BALL, *Récréations mathématiques*.

III. En posant $S = 3ay$ et en calculant la dérivée de la fonction y , on constate que y , et par suite S , est minimum pour $x = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

IV. Pour cette valeur de x , correspondant au minimum de S on obtient aisément $\cotg MCA = \sqrt{2}$, soit $MCA = 35^{\circ}16'$ et par suite $AMC = 109^{\circ}28'$.

V. Les cellules des abeilles (sauf celles qui touchent aux bords du rayon de cire) sont formées de tubes hexagonaux réguliers, fermés à chaque bout par trois losanges disposés comme nous venons de l'indiquer. Sur ces losanges s'adossent d'autres cellules, toutes se soutenant mutuellement, et la bâtisse est faite de manière à employer le moins possible de cire, puisque d'après les mesures de l'astronome MARALDI, au début du XVIII^e siècle, les angles du losange ont bien les grandeurs que leur assigne le calcul.

G. MAUPIN,
Professeur au Lycée de Bordeaux.
